



**SNPTEE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

GAT - 26  
16 a 21 Outubro de 2005  
Curitiba - Paraná

**GRUPO IV  
GRUPO DE ESTUDO DE ANÁLISE E TÉCNICAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA - GAT**

**A INFLUÊNCIA DAS CARACTERÍSTICAS TORQUE X VELOCIDADE DA CARGA DE MOTORES DE INDUÇÃO NA ESTABILIDADE DE TENSÃO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

**Simone Maria Sousa de Paula**

**DSEE – UNICAMP**

**RESUMO**

Neste artigo, a influência das características torque x velocidade da carga de motores de indução na estabilidade de tensão de um sistema constituído por um motor de indução alimentado por um barramento infinito, é estudada através da análise de autovalores e de bifurcações. Três tipos de dependência do torque de carga com a velocidade são consideradas através de modelos de primeira e terceira ordem do motor de indução: quadrática, linear e composta. Os resultados são comparados com os obtidos através de um modelo de torque mecânico constante (independente da velocidade), com o intuito de validar a abordagem estática baseada nas equações do fluxo de potência.

**PALAVRAS-CHAVE**

Estabilidade de tensão - Colapso de tensão - Motor de indução - Autovalor - Bifurcação

**1.0 - INTRODUÇÃO**

A instabilidade de tensão, caracterizada por um declínio progressivo e incontrolável das magnitudes das tensões das barras de carga (instabilidade monotônica), têm se constituído na principal restrição à operação estável de sistemas de energia elétrica de vários países, inclusive do Brasil. A instabilidade ou colapso de tensão é um processo dinâmico, regido essencialmente pelo comportamento dinâmico das cargas bem como pelos mecanismos de controle de tensão, e a principal causa de sua ocorrência reside na insuficiência de suporte reativo do sistema.

Na análise da estabilidade de tensão, abordagem dinâmica (sob condições de pequenas perturbações) e estática tem sido utilizadas para se determinar o ponto crítico de operação do sistema (limite de estabilidade de tensão). A abordagem dinâmica é baseada no cálculo dos autovalores do sistema linearizado em torno de um ponto de operação, enquanto que a abordagem estática é baseada nas equações dos fluxos de potência convencionais. O limite dinâmico de estabilidade é identificado pelo aparecimento de um autovalor nulo na matriz Jacobiana do sistema dinâmico, enquanto que o limite estático é identificado pela singularidade do Jacobiano do fluxo de potência.

A equivalência entre estes limites pode ser obtida se as equações do fluxo de potência forem modificadas de forma a representar o comportamento de regime permanente dos componentes dinâmicos do sistema, tais como os motores de indução. A vantagem decorrente é que a análise estática é muito mais conveniente do ponto de vista computacional.

No entanto, no caso de motores de indução as análises estáticas baseadas nas equações do fluxo de potência consideram o torque (mecânico) de carga constante, ou seja, independente do escorregamento. Neste trabalho, diferentes características de torque x velocidade da carga de motores de indução são consideradas em ambas as análises (dinâmica e estática) de um sistema constituído por um motor de indução alimentado por um barramento

infinito através de uma linha de transmissão, com o intuito de se constatar a manutenção ou não da equivalência entre os limites estático e dinâmico.

## 2.0 - MODELO DO SISTEMA

O modelo apresentado é utilizado para a análise da estabilidade de tensão, sob condições de pequenas perturbações, de um sistema de energia elétrica constituído por um motor de indução alimentado por um barramento infinito.

### 2.1 Análise Modal da Estabilidade de Tensão

O comportamento dinâmico de um sistema de potência pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais e um conjunto de equações algébricas da forma:

$$\dot{x} = f(x, y) \quad [1]$$

$$0 = g(x, y) \quad [2]$$

onde  $x$  é o vetor de variáveis de estado e  $y$  é o vetor de variáveis algébricas. O conjunto de equações diferenciais (f) descreve a dinâmica dos geradores, reguladores e cargas dinâmicas, tais como os motores de indução, enquanto que o conjunto de equações algébricas (g) representa a rede de transmissão.

Linearizando-se as equações [1] e [2], obtêm-se :

$$\Delta \dot{x} = \overbrace{\frac{\partial f}{\partial x}}^{J_1} \Big|_{(x_0, y_0)} \Delta x + \overbrace{\frac{\partial f}{\partial y}}^{J_2} \Big|_{(x_0, y_0)} \Delta y \quad [3] \quad \text{e} \quad 0 = \overbrace{\frac{\partial g}{\partial x}}^{J_3} \Big|_{(x_0, y_0)} \Delta x + \overbrace{\frac{\partial g}{\partial y}}^{J_4} \Big|_{(x_0, y_0)} \Delta y \quad [4]$$

onde  $x_0$  e  $y_0$  representam, respectivamente, os valores iniciais das variáveis de estado e algébricas para um determinado ponto de operação, os quais são obtidos a partir da solução do fluxo de potência do caso base, e assumindo como sendo nulas as derivadas nas equações diferenciais, as equações [3] e [4] podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta x} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = [\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad [5]$$

Onde  $\mathbf{J}$  é a matriz Jacobiana do sistema dinâmico formada pelas submatrizes  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  e  $J_4$ .

Quando a submatriz Jacobiana  $J_4$  é não-singular, as equações algébricas podem ser eliminadas, para se eliminar as variáveis algébricas  $\Delta y$  das equações diferenciais, ou seja  $\Delta y = -J_4^{-1} J_3 \Delta x$ .

$$\text{Obtendo-se desta maneira a equação de estado do sistema: } \Delta \dot{x} = [J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3] \Delta x = A \Delta x \quad [6]$$

onde  $A = [J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3]$  é a matriz Jacobiana reduzida ou a matriz de estados do sistema.

A estabilidade local (estabilidade de pequenas perturbações) do ponto de operação em questão pode ser avaliada através da análise modal (autovalores) da matriz  $\mathbf{A}$ .

## 3.0 - MODELOS DE MOTOR DE INDUÇÃO

Embora existam vários tipos de motores de indução, em estudos de estabilidade de sistemas de potência, modelos agregados são comumente utilizados. Entretanto, se os motores conectados ao mesmo barramento não são similares, pode ser necessário utilizar mais do que um modelo agregado para se obter uma representação mais precisa da carga "vista" pelo barramento. Um modelo de terceira ordem é, em geral, considerado como sendo adequado para representar o comportamento dinâmico agregado de motores de indução (2), e neste trabalho é utilizado o modelo proposto em (1), referido aqui como modelo de Bompard.

### 3.1 Modelo de Bompard para Motor de indução

#### 3.1.1 Modelo Dinâmico

Considerando as seguintes hipóteses: Perdas por efeito Joule e no núcleo de ferro, desprezíveis; linearidade magnética; parâmetros do rotor independentes da velocidade do rotor e transitórios do estator desprezíveis.

A dinâmica do motor de indução é representada pelo modelo de terceira ordem descrito pelo circuito equivalente do estator mostrado na Figura 1, e pelas seguintes equações diferenciais:

Equação diferencial eletromagnética [7] e equação diferencial eletromecânica [8].

$$\frac{d\bar{E}'}{dt} = -\frac{1}{T_o} [\bar{E}' - j(X_o - X')\bar{I}] - js\omega_o \bar{E}' \quad [7] \quad \text{e} \quad \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2H} [T_m(s) - T_e(s, v)] = \frac{1}{2H} [T_m\omega_o - R_e(\bar{E}'\bar{I}^*)] \quad [8]$$

onde  $\bar{E}'$  representa a tensão interna do motor de indução, e  $s$  representa o escorregamento do rotor em relação à velocidade síncrona,  $X'$  é a reatância transitória.

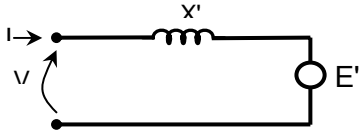


FIGURA 1 – Circuito equivalente dinâmico do motor de indução

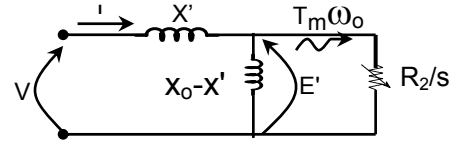


FIGURA 2 – Circuito equivalente de regime permanente do motor de indução

### 3.1.2 Modelo de Regime Permanente

Igualando-se a zero as derivadas das variáveis de estado nas equações [7] e [8], obtém-se o modelo de regime permanente para o motor de indução mostrado na Figura 2, onde  $R_2 = (X_o - X') / \omega_o T_o'$ . [9]

### 3.2 Modelo de Bompard para Análise da Estabilidade de Tensão

O modelo do motor de indução (1) foi utilizado para a análise da estabilidade de tensão do sistema isolado mostrado na Figura 3, constituído por um motor de indução alimentado por um gerador síncrono através de uma linha de transmissão puramente reativa. Nesta análise, o controle de tensão do gerador é suposto ideal, isto é, a tensão de sua barra terminal é perfeitamente controlada (barramento infinito). Na Figura 4 é mostrado o modelo estático resultante para este sistema.

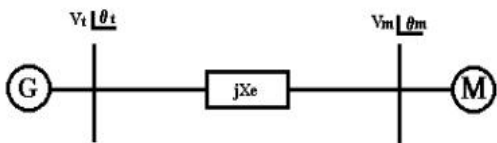


FIGURA 3 – Gerador – Linha – Motor de Indução

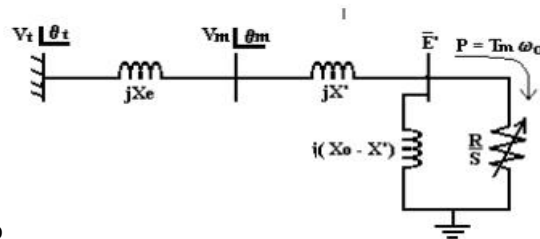


FIGURA 4 – Modelo regime permanente p/ sistema da Figura 3

#### 3.2.1 Modelo Estático do Motor de Indução

Na Figura 4, a representação do motor de indução (tensão interna e demandas de potências ativa e reativa) exige a criação de uma barra auxiliar. Se o torque mecânico  $T_m$  é considerado constante (independente da velocidade), esta estrutura de duas barras, uma representando os terminais do motor de indução e a outra representando a f.e.m. transitória  $E'$  e potência de entreferro  $P = T_m\omega_o$ , pode ser reformulada como mostra a Figura 5.

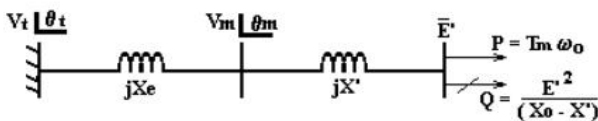


FIGURA 5 – Fluxo de carga modificado para representar o modelo do MI em regime permanente

Como se pode notar na Figura 5, a potência ativa demandada pelo motor é constante (independente da tensão interna), sendo representada por um modelo de potência constante igual a potência de entreferro, enquanto que a demanda de potência reativa tem uma característica de impedância constante, e portanto, é uma função não linear da tensão interna do motor. Desta maneira, o sistema mostrado na Figura 5 pode ser interpretado como um problema de fluxo de potência, tornando possível, por conseguinte, a realização de uma análise estática da estabilidade de tensão deste sistema isolado. Neste caso, o limite estático de estabilidade de tensão é identificado pela singularidade do Jacobiano do fluxo de potência (bifurcação estática), traduzido pelo Jacobiano convencional modificado pela inclusão da barra interna do motor de indução. Em outras palavras, o limite estático de estabilidade é identificado pela singularidade do Jacobiano convencional modificado pela inclusão das características de regime permanente do motor de indução.

#### 3.2.2 Modelo Dinâmico do Motor de Indução

é obtido desmembrando as equações [7] e [8] em partes real e imaginária, resultando em:

$$\frac{dE'_d}{dt} = s\omega_o E'_q - \frac{1}{T'} \left( E'_d - V_t \frac{X_o - X'}{X_o + X_e} \right) \quad [10], \quad \frac{dE'_q}{dt} = -s\omega_o E'_d - \frac{1}{T'} E'_q \quad [11] \quad \text{e} \quad \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2H} \left( T_m \omega_o + \frac{V_t}{X' + X_e} E'_q \right) \quad [12]$$

utilizando-se um fluxo de potência para obter as condições iniciais das variáveis de estado e linearizando-se as equações [10], [11] e [12] em torno de um ponto de operação, obtém-se a matriz de estado do sistema dinâmico:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'} & s\omega_o & \omega_o E'_q \\ -s\omega_o & -\frac{1}{T'} & -\omega_o E'_d \\ 0 & \frac{V_t}{2H(X' + X_e)} & 0 \end{bmatrix} \quad [13] \quad \text{onde,} \quad T' = T_o' \frac{X' + X_L}{X_o + X_L} \quad [14]$$

A análise modal é realizada calculando-se os autovalores da matriz de estado **J** para cada nível de carga, obtendo-se assim a trajetória dos autovalores críticos do sistema dinâmico. Isto possibilita identificar o limite dinâmico de estabilidade de tensão, caracterizado por uma bifurcação sela-nó (autovalor real cruzando o eixo imaginário).

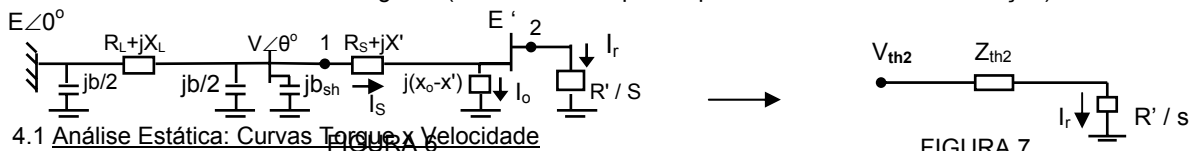
Os pontos de equilíbrio em regime permanente podem ser obtidos a partir das equações [10], [11] e [12], igualando-se a zero as derivadas das variáveis de estado. No entanto, se o torque mecânico  $T_m$  é independente da velocidade, esses pontos de equilíbrio podem também ser obtidos através das soluções do fluxo de potência para o sistema da Figura 5, onde a barra infinita representa a barra infinita  $V_t$  e a barra PQ representa o motor de indução com tensão  $E'$  e potência ativa  $T_m \omega_o$ . Ou seja, neste caso é possível obter-se uma curva PV (3), a qual mostra como a tensão interna do motor  $E'$  varia em relação a potência de entreferro  $P = T_m \omega_o$ .

Assim, para cada valor da potência requerida pelo motor existem dois pontos de equilíbrio (**S** e **U**): um na parte superior (estável) e outro na parte inferior (instável). Estes pontos (**S** e **U**), são correspondentes às soluções para escorregamento baixo e alto, respectivamente. O "nariz" da curva PV ( $P_{max}$ ) identifica o limite estático de estabilidade de tensão e corresponde à condição de máximo torque desenvolvido pelo motor.

Para se validar a abordagem estática da estabilidade de tensão é necessário justificar que as conclusões obtidas via métodos estáticos são equivalentes às obtidas através da análise dinâmica convencional (análise modal). Ou seja, é possível comparar a bifurcação sela-nó (autovalor nulo) do sistema dinâmico linearizado (bifurcação dinâmica), pela singularidade do Jacobiano do fluxo de potência (bifurcação estática). E conforme é mostrado em (1), estas bifurcações coincidem, ou seja, ocorrem para o mesmo carregamento, e portanto, as abordagens estática e dinâmica apresentadas anteriormente são equivalentes. Isto justifica a utilização de métodos estáticos baseados nas equações do fluxo de potência para a avaliação da estabilidade de tensão, os quais possuem evidentes vantagens computacionais em relação à abordagem dinâmica. No entanto, a abordagem via estes métodos só é possível para o caso de torque mecânico constante, visto que a dependência do torque mecânico com a velocidade só pode ser representada de forma aproximada nas equações do fluxo de potência. Tendo por objetivo analisar a influência de outras características de torque-velocidade na estabilidade de tensão, uma metodologia alternativa é adotada neste trabalho, a qual é apresentada em seguida.

#### 4.0 - ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE TENSÃO PARA DIFERENTES CARACTERÍSTICAS TORQUE X VELOCIDADE DA CARGA

Utilizando os modelos de cargas dependentes da tensão disponíveis nos programas de fluxo de potência é possível representar, aproximadamente, a dependência do torque mecânico com a velocidade. No entanto, uma abordagem mais simples e precisa do problema pode ser realizada através da utilização das curvas de torque x velocidade do motor de indução. Esta metodologia é adotada para a avaliação estática da estabilidade de tensão do sistema isolado mostrado na Figura 6 (modelo de Bompard representando o motor de indução).

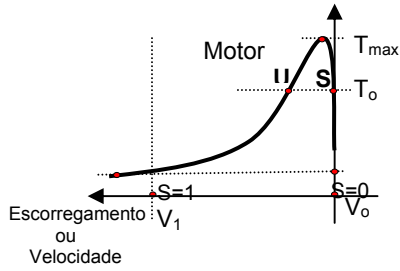


##### 4.1 Análise Estática: Curvas Torque x Velocidade

Para se realizar a avaliação da estabilidade de tensão através das curvas torque x velocidade, o sistema mostrado na Figura 6 é simplificado pela substituição do circuito à esquerda do ponto 1 pelo seu equivalente Thevenin. Uma nova simplificação é realizada substituindo o circuito à esquerda do ponto 2 pelo seu equivalente Thevenin, obtendo-se o sistema equivalente mostrado na Figura 7.

O torque eletromagnético por fase desenvolvido pelo motor a ser convertido em torque mecânico é dado em [15]:

Torque



$$T_e = \frac{P_e}{\omega_r} = \left( \frac{p}{2\omega_s} \right) \cdot \frac{\left( \frac{R'_s}{s} \right) \cdot |V_{th2}|^2}{\left( R_{th2} + \frac{R'_s}{s} \right)^2 + (X_{th2})^2} \quad [15]$$

FIGURA 8 – Curva: Torque x Velocidade

As curvas torque x velocidade (Figura 8) são dadas, em geral, para tensão terminal do motor constante. Isto é adequado para se estudar o caso de um único motor alimentado por um sistema forte, quando então a tensão terminal é independente das condições de operação do motor. No caso do sistema da Figura 7, o modelo do motor de indução utilizado representa um conjunto agregado de motores de indução. Este motor equivalente “enxerga” uma tensão constante somente na barra infinita. A sua tensão terminal não é uma variável independente, visto que depende das condições de operação (escorregamento), e, portanto, neste caso a determinação das condições críticas não é baseada na tensão terminal e sim na tensão do barramento infinito.

Conforme ilustrado na Figura 8, para o caso em que o torque mecânico independe da velocidade, existem dois pontos de operação possíveis do motor (pontos **S** e **U**), quando  $T_o < T_{max}$ . No ponto **S** um pequeno aumento do escorregamento produz um excesso de torque elétrico, o qual, de acordo com a equação [8], tende a reduzir o escorregamento, trazendo, portanto, o ponto de operação de volta ao ponto **S**. De maneira similar, um pequeno decréscimo do escorregamento cria um torque que traz de volta o ponto de operação ao ponto **S**. Assim, pode-se concluir que o ponto **S** é um ponto de operação estável. O contrário ocorre para o ponto **U**: um pequeno aumento do escorregamento resulta em um déficit do torque elétrico, de tal forma que o rotor irá desacelerar, aumentando ainda mais o escorregamento, até atingir o ponto de parada ( $s = 1$ ). Por outro lado, para um pequeno decréscimo do escorregamento a partir do ponto **U** irá resultar em um excesso de torque elétrico, e, portanto, o motor irá acelerar até atingir o ponto de equilíbrio **S**. Assim, pode-se concluir que o ponto **U** é um ponto de operação instável.

Quando  $T_o > T_{max}$ , não existe nenhum ponto de interseção entre as duas características de torque. Neste caso, visto que não existe nenhum ponto de equilíbrio, o motor irá desacelerar até parar ( $s = 1$ ). Quando  $T = T_{max}$ , o motor de indução possui um único ponto de operação correspondente à condição de máximo torque, o qual é identificado como sendo uma bifurcação sela-nó. Cabe salientar que neste caso (torque mecânico constante), os pontos de equilíbrio **S** e **U** da curva torque x velocidade (Figura 8) são correspondentes aos pontos **S** e **U** da curva PV (3), e portanto, as análises da estabilidade de tensão através destas duas metodologias são equivalentes.

A influência das características do torque mecânico x velocidade no comportamento do sistema mostrado na Figura 6, pode ser avaliada através da análise de bifurcações. Expressando o torque mecânico da carga como na equação [16], onde, o parâmetro  $k$  pode ser utilizado como um parâmetro de bifurcação para se estudar as variações dos pontos de equilíbrio que resultam das variações do torque de carga, isto é, da demanda de potência da carga. Três características particulares de torque x velocidade são consideradas: torque constante ( $n = 0$ ), torque proporcional à velocidade ( $n = 1$ ) e torque proporcional ao quadrado da velocidade ( $n = 2$ ).

Estas três características podem ser combinadas para representar uma composição de cargas mecânicas como mostra a equação[17].

$$T_m = (k / \omega_o) \cdot \omega_r^n \quad [16] \quad ; \quad T_m = T_p + k \cdot (a + b\omega_r + c\omega_r^2) \quad [17]$$

onde  $T_p$  corresponde ao torque que a carga exige na partida, e  $a$ ,  $b$ , e  $c$  são parâmetros que determinam a composição da carga.

#### 4.2 Análise Dinâmica: Curvas Torque x Velocidade

A avaliação dinâmica da estabilidade de tensão do sistema mostrado na Figura 6, é realizada através da análise modal da matriz de estados do sistema. A obtenção desta matriz de estados é mostrada de forma mais detalhada, na referência (3).

O comportamento dinâmico do sistema é representado pelas seguintes equações diferenciais (2):

$$\dot{E}'_d = \frac{dE'_d}{dt} = -\frac{1}{T'_o} [E'_d + (X_o - X')I_q] + s\omega_s E'_q \quad [18]$$

$$\dot{E}'_q = \frac{dE'_q}{dt} = -\frac{1}{T'_o} [E'_q - (X_o - X')I_d] - s\omega_s E'_d \quad [19]$$

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2H} \{T_m - T_e\} \quad [20]$$

Substituindo-se as componentes de eixo direto ( $I_d$ ) e eixo em quadratura ( $I_q$ ) da corrente  $I$  (3), nas equações [18], [19] e [20] e depois linearizando-as, as equações resultantes (3), podem ser colocadas na forma:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} \quad [21], \quad \text{onde } \mathbf{x} \text{ é o vetor de variáveis de estado: } \mathbf{x} = [E'_d, E'_q, s]^T. \quad [22]$$

$$\text{e } \mathbf{A} \text{ é a matriz de estados, dada por: } \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ A_4 & A_5 & A_6 \\ A_7 & A_8 & A_9 \end{bmatrix} \quad [23]$$

A análise da estabilidade dinâmica do sistema é realizada através do estudo dos autovalores de  $\mathbf{A}$ , onde

$$A_1 = \frac{\partial \dot{s}}{\partial s}; \quad A_2 = \frac{\partial \dot{s}}{\partial E'_d}; \quad A_3 = \frac{\partial \dot{s}}{\partial E'_q}; \quad A_4 = \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial s}; \quad A_5 = \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial E'_d}; \quad A_6 = \frac{\partial \dot{E}'_d}{\partial E'_q}; \quad A_7 = \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial s}; \quad A_8 = \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E'_d}; \quad \text{e } A_9 = \frac{\partial \dot{E}'_q}{\partial E'_q}$$

## 5.0 - SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Em todas as simulações realizadas, foram considerados incrementos de carga a partir de uma carga inicial, sendo que a análise modal é aplicada para cada nível de carga. Inicialmente são apresentadas simulações obtidas através da modelagem de Bompard, a qual considera o torque mecânico independente da velocidade, de modo a ilustrar a equivalência entre as análises estática (fluxo de potência) e dinâmica (análise modal). Em seguida são apresentados os resultados das simulações relativas às diferentes características de torque mecânico da carga com o intuito de validar ou não a abordagem via fluxos de potência convencionais.

### 5.1 Simulações Usando a Modelagem de Bompard

Neste item são apresentados resultados de simulações realizadas para o sistema descrito nas Figuras 3 e 4.

Na Figura 9 são mostradas as curvas PV relacionadas às barras internas e terminal do motor, as quais são obtidas através da resolução do problema estático mostrado na Figura 5. Para cada valor de potência ativa requerida pelo motor existem dois pontos de equilíbrio em cada uma dessas curvas, um na parte superior e outro na parte inferior. Desta forma, o limite de estabilidade de tensão ocorre no ponto de máxima transferência de potência ( $P_{max}$ ), sendo que as tensões interna do motor e da barra de carga do sistema atingem este ponto no mesmo nível de carga.

A equivalência entre as análises estática (fluxo de potência) e dinâmica (análise modal) neste caso pode ser constatada nas Figuras 10 e 11. Na Figura 10 são mostrados os valores do determinante do Jacobiano do fluxo de potência modificado pela inclusão da barra interna do motor de indução ( $J_{mod}$ ) ao longo de toda a curva PV. Conforme se pode notar, a singularidade deste Jacobiano ocorre exatamente no ponto de máxima transferência de potência,  $P_{max}$  (Figura 9), o qual corresponde ao máximo torque que o motor pode desenvolver. A Figura 11 mostra a parte real do autovalor crítico da matriz de estado do sistema dinâmico  $\mathbf{J}$  [13], em função da demanda de carga. Pode-se notar, que existe a ocorrência de uma bifurcação do tipo sela-nó (autovalor nulo) exatamente no ponto de potência máxima.

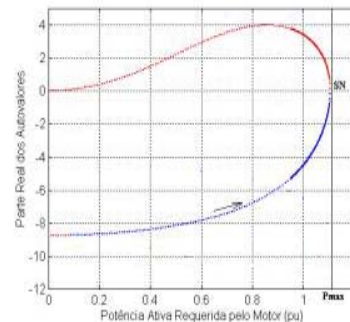
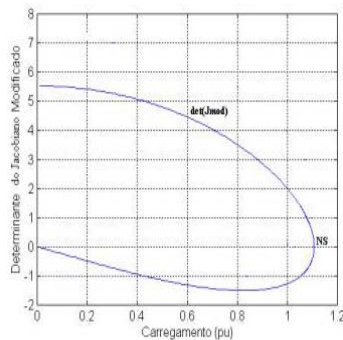
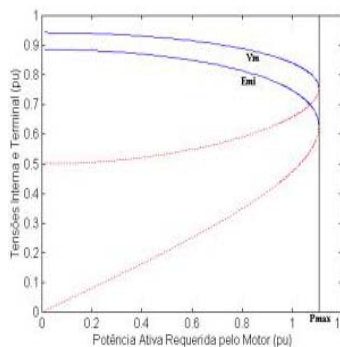


FIGURA 9 – Solução do modelo estático FIGURA 10 – Análise estática FIGURA 11 – Análise modal da matriz  $\mathbf{J}$

Desta forma, quando a barra de geração é suposta como tendo um controle de tensão ideal, as análises estática e dinâmica fornecem os mesmos resultados, e portanto, a avaliação da estabilidade de tensão pode ser feita através de simples alterações no modelo do fluxo de potência convencional. No entanto, tendo em vista que esta abordagem baseada nas equações do fluxo de potência considera o torque mecânico independente da velocidade, a validação ou não desta abordagem é avaliada em seguida através da modelagem proposta neste trabalho para diferentes características do torque mecânico  $\times$  velocidade.

### 5.2 Influência das Diferentes Características de Torque $\times$ Velocidade na Estabilidade de Tensão

Serão apresentadas em seguida, os resultados das simulações para o sistema mostrado na Figura 6 através da modelagem apresentada nos itens 4.1 (Análise Estática) e 4.2 (Análise Dinâmica).

Os dados da linha de transmissão e do motor de indução, encontram - se no item 4.3 em (3).

5.2.1 Torque Mecânico Independente da Velocidade

Na Tabela 1, são mostrados os valores dos parâmetros a, b e c da equação [17], para torque mecânico independente da velocidade.

Na Figura 12-b são mostrados os resultados obtidos através da análise modal (dinâmica), isto é, as trajetórias das partes reais dos autovalores críticos no plano Re, Autovalor x Torque Eletromecânico. O autovalor com somente parte real negativa é associado às tensões internas  $E'_d$  e  $E'_q$ . Visto que este autovalor é complexo, conforme se pode notar na Figura 13, constata-se, portanto, a impossibilidade de ocorrência de instabilidade oscilatória. A instabilidade de tensão é ditada pela trajetória do outro autovalor (associado ao escorregamento), o qual, conforme também se pode notar na Figura 13, é sempre real. Na Figura 12-b pode-se constatar que esta instabilidade (monotônica), traduzida por uma bifurcação sela-nó (autovalor real cruzando o eixo imaginário), ocorre no ponto de potência máxima ( $T_{max}$ ). Ou seja, as bifurcações dinâmica e estática ("nariz" da curva mostrada na Figura 12-a) coincidem. Isto demonstra, portanto, a equivalência, também mostrada no item 5.1, entre as análises dinâmica e estática para esta característica de torque mecânico.

As simulações a seguir, têm por objetivo avaliar as diferenças entre os pontos de carregamento para os quais ocorrem as bifurcações estática(sela-nó) e dinâmica, com o intuito de validar ou não a abordagem via os fluxos de potência convencionais.

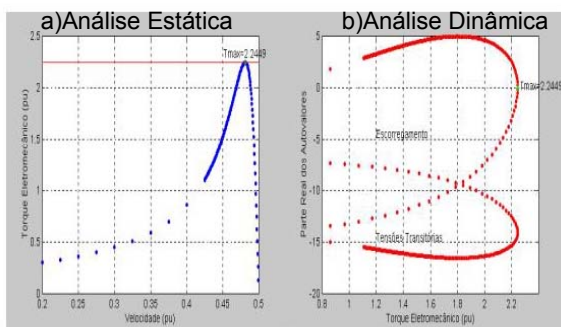


FIGURA 12 - Análise Estática e Dinâmica

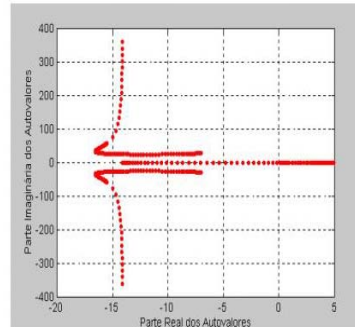


FIGURA 13 -Trajetória dos Autovalores no Plano Complexo

TABELA 1

$T_p$	a	b	c
0	1	0	0

5.2.2 Torque Mecânico Dependente da Velocidade

- Dependência Linear (a=0, b=1, c=0 e  $T_p=0$ )

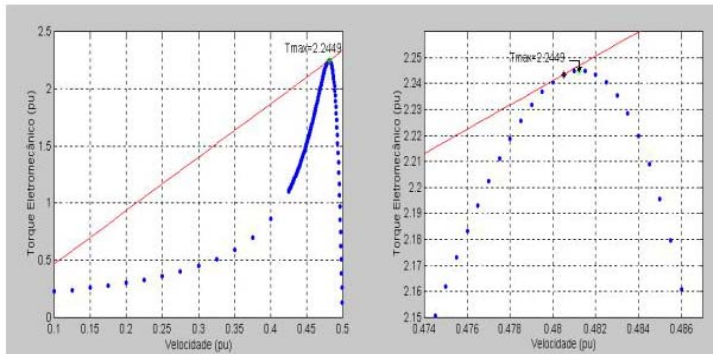


FIGURA 14 - Análise Estática

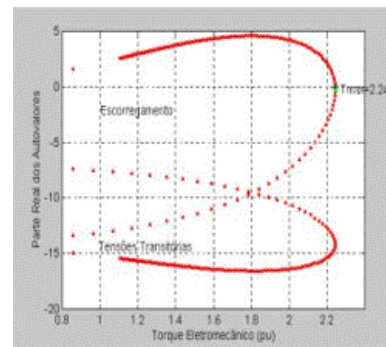


FIGURA 15 – Análise Dinâmica

- Dependência Quadrática (a=0, b=0, c=1 e  $T_p=0$ )

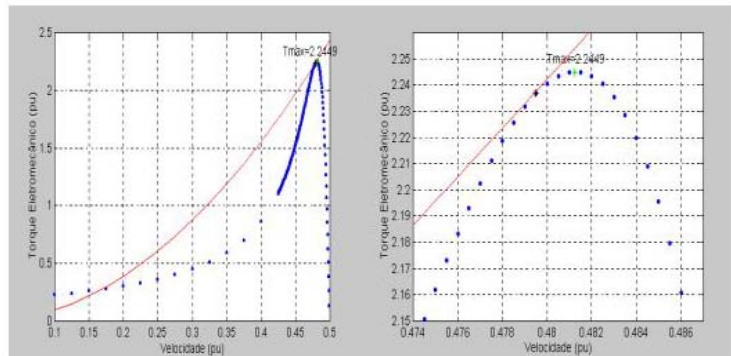


FIGURA 16 – Análise Estática

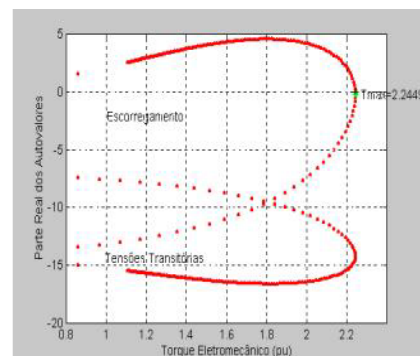


FIGURA 17 – Análise Dinâmica

- Carga Composta ( $a=0.3$ ,  $b=0.4$ ,  $c=0.3$  e  $T_p=0.5$ )

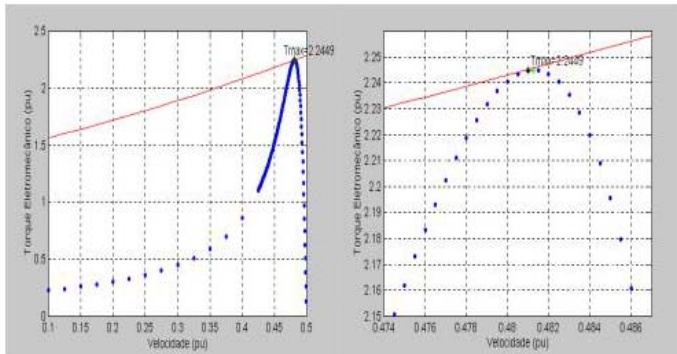


FIGURA 18 – Análise Estática

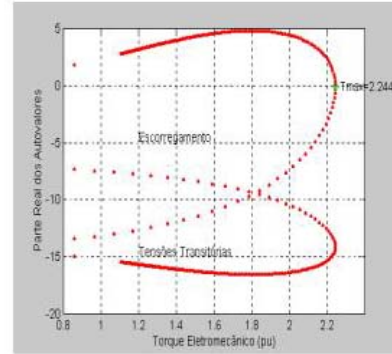


FIGURA 19 – Análise Dinâmica

Como se pode notar pelas Figuras 14 a 19, as bifurcações sela-nó estática e dinâmica são coincidentes, e ocorrem, para todas as características de torque mecânico, em um ponto muito próximo ao ponto de máximo torque (2,2449 pu), e portanto, esta diferença pode ser considerada insignificante. Desta maneira, justifica-se a utilização de fluxos de carga convencionais (torque mecânico constante), conforme abordado no item 5.1.

Foram realizadas também, simulações com torque mecânico Independente e dependente (dependência Linear, Quadrática e Composta) da velocidade, utilizando um modelo de primeira ordem para o Motor de Indução(3), com o intuito de comparar com os resultados obtidos no item 5.2(com o modelo de terceira ordem). E foi constatado que para todas as características de torque mecânico os resultados foram iguais aos obtidos no item 5.2(com modelo de terceira ordem). Isto mostra que para se investigar as condições de colapso de tensão associadas com a dinâmica de grandes motores de indução, a qual tipicamente ocorre após o transitório oscilatório inicial, um modelo de primeira ordem pode ser considerado uma aproximação aceitável. Isto é especificamente verdadeiro nos casos onde uma grande proporção da carga é constituída por motores de indução. O modelo de primeira ordem é também útil do ponto de vista do controle, visto que este modelo propicia projetos de ações de controle, como por exemplo, o chaveamento de capacitores, que também são efetivos para modelos de ordem mais elevada.

## 6.0 - CONCLUSÕES

Neste artigo, a estabilidade foi investigada através da análise das bifurcações estática e dinâmica do sistema isolado, constituído por um motor de indução alimentado por um barramento infinito. Foi feita uma avaliação comparativa para diferentes modelos da carga mecânica conectada ao motor.

As seguintes conclusões foram obtidas através das metodologias estática e dinâmica desenvolvidas:

- Para os modelos de 1ª e 3ª ordem do Motor de Indução, foi constatado que os transitórios elétricos não têm nenhum efeito na estabilidade de motores de indução sob condições de pequenas perturbações e portanto, um modelo de primeira ordem é adequado para se investigar as condições de colapso de tensão;
- As análises estática e dinâmica são equivalentes, isto é, levam à obtenção da mesma bifurcação sela-nó, que identifica o limite de estabilidade de tensão, se as características de regime permanente do motor de indução forem incluídas na modelagem estática;
- A utilização de fluxos de potência convencionais, os quais consideram constante (independente da velocidade) o torque da carga conectada ao motor de indução, é adequada para a determinação do limite de estabilidade de tensão.

## 7.0 - AGRADECIMENTO

A autora agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), todo apoio.

## 8.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Bompard, E.; Carpaneto, E.; Chicco, G. & Napoli, R., [1995]. " Asynchronous Motor Models for Voltage Stability Analysis". Bulk Power System Voltage Phenomena III, Davos, Switzerland
- (2) Kundur, P., [1993]. "Power System Stability and Control", Mc Graw-Hill, pp.300-304.
- (3) Sousa, S.M., [2000]. "A Influência das Características Torque x Velocidade da Carga de Motores de indução na Estabilidade de Tensão de Sistemas de Energia Elétrica", *Dissertação de Mestrado*, UNICAMP.