



XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica

SENDI 2008 - 06 a 10 de outubro

Olinda - Pernambuco - Brasil

Chuveiros Elétricos com Controle Eletrônico de Temperatura: Impactos no Sistema Elétrico

Rhafaél Eichelberger	Rogério Braz	Ronieri Henrique de Oliveira	Enio V Kassick
CELESC Distribuição S. A.	CELESC Distribuição S. A.	UFSC	UFSC
rafaele@celesc.com.br	rogeriob@celesc.com.br	ronieri@inep.ufsc.br	kassick@inep.ufsc.br

Palavras-chave

Carga Não-Linear
Fator de Deslocamento
Fator de Distorção
Fator de Potência
Harmônicas

Resumo

Chuveiros elétricos e outros dispositivos com controle eletrônico da temperatura (controle de fase) podem ocasionar fortes impactos no sistema elétrico, pois além de sua disseminação crescente (sobretudo nas regiões sudeste e sul do Brasil), existe uma tendência de aumento da potência, já existindo, no mercado, modelos com 7 kW de potência. De todo o modo, o chuveiro elétrico representa, muitas vezes, a carga de maior potência nas residências. O comportamento deste tipo de carga não-linear, no que diz respeito às potências aparente, ativa e reativa, aos fatores de potência, de deslocamento e de distorção, bem como a composição das harmônicas da corrente drenada da rede são apresentados por análise matemática.

1. Introdução

Dispositivos de controle de fase, juntamente com os retificadores monofásicos de onda completa com filtro de saída capacitivo são as cargas lineares mais comuns em instalações elétricas comerciais e residenciais. Em especial, os chuveiros com controle eletrônico de temperatura, pela potência demandada, são possivelmente os dispositivos que requerem maior atenção, quando se busca entender ou reduzir os impactos negativos na qualidade da energia elétrica.

Neste sentido, será feita a análise da corrente drenada da rede por um chuveiro com controle eletrônico de temperatura (controle de fase), com 7 kW de potência máxima, ligado na rede monofásica de 220 V (eficaz), 60 Hz, buscando verificar o comportamento das potências aparente, ativa e reativa em função do ângulo de fase α (ângulo de disparo do Triac), quantificando também as componentes harmônicas e a THDi (Distorção Harmônica Total da corrente) e sua influência no FP (Fator de Potência), FDesl (Fator de Deslocamento) e no FDist_i (Fator de Distorção da Corrente).

2. O Controle de Fase

A Figura 1 apresenta o circuito sob análise, onde a rede elétrica é representada por uma fonte ideal de tensão CA ($220 \text{ V}_{\text{ef}}$, 60 Hz) indicada por v_i , o chuveiro é representado por uma resistência $R \approx 7 \Omega$, com potência máxima de 7 kW e o controle de fase é efetuado através de um Triac ideal (sem perdas Joule), com α variando de 0° a 180° ou 0 a π radianos. Ao longo do texto, por comodidade, os ângulos serão indicados em graus.

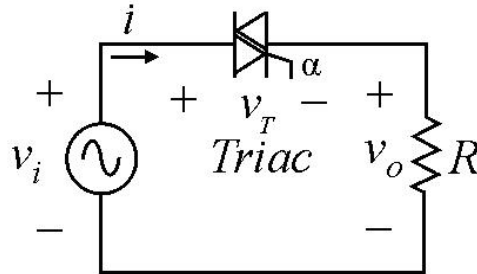


Figura 1: Controle de fase

Nas figuras 2 a 5 estão representados o comportamento das diversas grandezas elétricas para um dado α (no caso ilustrado, $\alpha = 90^\circ$).

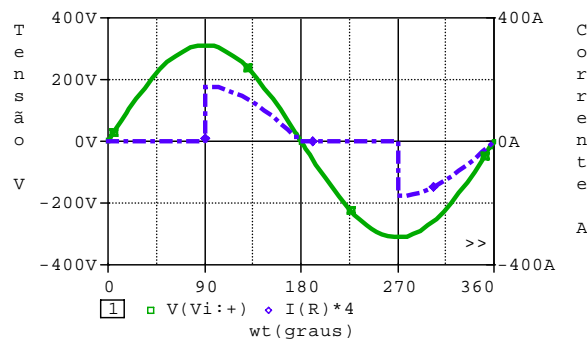


Figura 2: Tensão de alimentação e corrente de entrada.

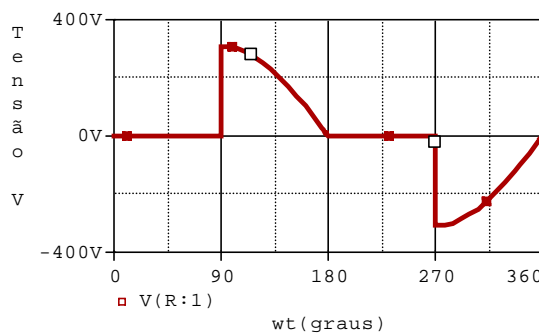


Figura 3: Tensão sobre a carga R.

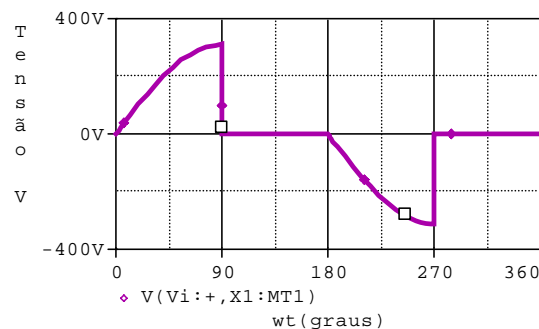


Figura 4: Tensão sobre o interruptor (Triac).

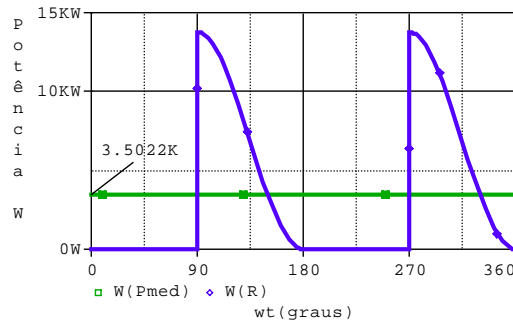


Figura 5: Potência média e potência instantânea da carga R.

3. Comportamento das grandezas elétricas em função de α

As grandezas elétricas básicas, como a corrente eficaz no circuito, a tensão eficaz sobre a carga e sobre o Triac, bem como as potências aparente, ativa e reativa desenvolvidas pela fonte são dependentes de α . Na sequência serão apresentadas as expressões matemáticas que definem tal dependência.

3.1. Comportamento da corrente eficaz de entrada i

O valor eficaz da corrente i é dado pela expressão (1).

$$i_{ef}(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t)^2 d\omega t} \quad (1)$$

Calculando (1), para um α genérico, de acordo com a forma de onda da corrente indicada na figura 2, é obtida a expressão (2), válida para $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$, onde $v_{ef} = 220$ V.

$$i_{ef}(\alpha) := \frac{v_{ef}}{R} \sqrt{\frac{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\pi}} \quad (2)$$

A figura 6 traduz graficamente as informações contidas em (2), indicando que para $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$, a corrente i_{ef} assume a faixa de valores $31,8$ A $\leq i_{ef} \leq 0$ A.

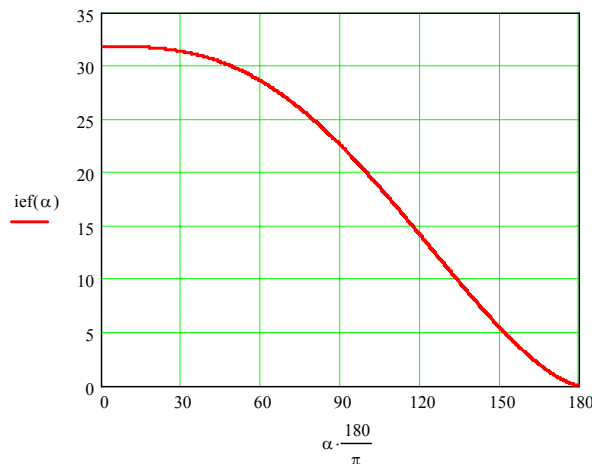


Figura 6: Comportamento de i_{ef} em função de α

3.2. Comportamento da tensão eficaz no resistor

A tensão eficaz v_{oef} sobre o resistor R é uma imagem da corrente eficaz, bastando multiplicar esta última grandeza pelo valor R, conforme expressão (3). A figura 7 apresenta o seu comportamento, em função de α , indicando que para $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$, assume a faixa de valores 220 V $\leq v_{oef} \leq 0$ V.

$$\text{voef}(\alpha) := \text{vef} \sqrt{\frac{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\pi}} \quad (3)$$

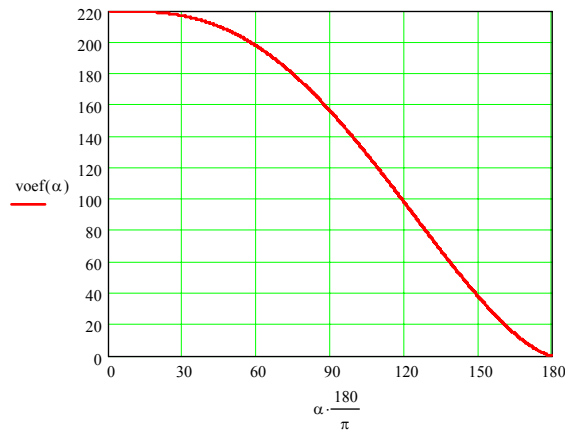


Figura 7: Comportamento de voef em função de α .

3.3. Comportamento da tensão eficaz no Triac

A obtenção da tensão eficaz v_{tef} sobre o Triac segue o mesmo procedimento básico feito para o cálculo de i_{ef} (integração), resultando a expressão (4). A figura 8 apresenta o seu comportamento, em função do ângulo α , indicando que para $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$, assume a faixa de valores $0 \text{ V} \leq v_{\text{tef}} \leq 220 \text{ V}$.

$$v_{\text{tef}}(\alpha) := \text{vef} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \alpha)}{2 \cdot \pi}} \quad (4)$$

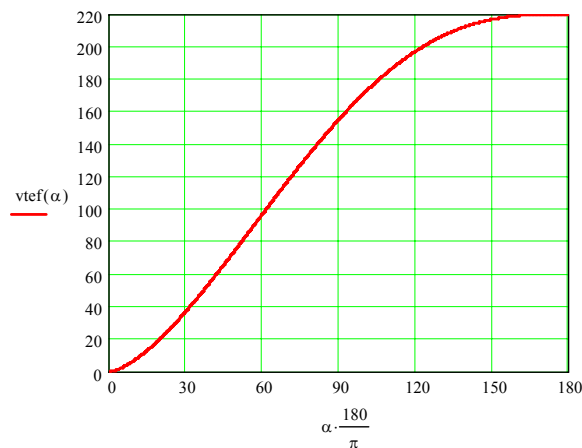


Figura 8: Comportamento de v_{tef} em função de α .

3.4. Comportamento do módulo da potência aparente na fonte de entrada

O módulo da potência aparente S desenvolvida pela fonte de entrada, em função de α é dado pela expressão (5), onde $i_{\text{ef}}(\alpha)$ é dado por (2).

$$S(\alpha) = \text{vef} * i_{\text{ef}}(\alpha) \quad (5)$$

Calculando (5), para um α genérico, é obtida a expressão (6), válida para $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$. A figura 9 apresenta o seu comportamento, indicando que para $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$, assume a faixa de valores $7 \text{ kVA} \leq S \leq 0 \text{ VA}$.

$$S(\alpha) := \frac{\text{vef}^2}{R} \sqrt{\frac{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\pi}} \quad (6)$$

3.5. Comportamento da potência média na fonte de entrada (ou no resistor R)

A potência média P desenvolvida pela fonte de entrada (que corresponde à potência média do resistor R), em função de α , é dado pela expressão (7), onde $p(\omega t) = v(\omega t) \cdot i(\omega t)$.

$$P(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\omega t) d\omega t \quad (7)$$

Calculando (7), para um α genérico, é obtida a expressão (8), válida para $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. A figura 9 apresenta o seu comportamento, indicando que para $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, assume a faixa de valores $7 \text{ kW} \leq P \leq 0 \text{ W}$.

$$P(\alpha) := \frac{v_{ef}^2}{R} \cdot \frac{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\pi} \quad (8)$$

3.6. Comportamento da potência reativa Q na fonte de entrada

A potência reativa Q desenvolvida pela fonte de entrada (que corresponde à potência reativa no Triac, pois no resistor R é desenvolvida apenas potência média), em função de α é dado pela expressão (9).

$$Q(\alpha) = \sqrt{S(\alpha)^2 - P(\alpha)^2} \quad (9)$$

Alternativamente esta potência pode ser calculada por (10), onde $v_{ef}(\alpha)$ e $i_{ef}(\alpha)$ são dadas por (4) e (2), respectivamente. Após os algebrismos necessários, obtém-se a expressão (11). Observar também que no Triac, a potência reativa $Q(\alpha)$ é igual ao módulo da sua própria potência aparente $St(\alpha)$. A figura 9 apresenta o comportamento de $Q(\alpha) = St(\alpha)$, indicando que para $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, assume a faixa de valores $0 \text{ kVA} \leq Q \leq 3,5 \text{ kVA}$.

$$St(\alpha) = v_{ef}(\alpha) \cdot i_{ef}(\alpha) \quad (10)$$

$$St(\alpha) := \frac{v_{ef}^2}{R} \sqrt{\frac{(2 \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \alpha))}{\pi} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi - 2 \cdot \alpha + \sin(2 \cdot \alpha)}{4\pi} \right)} \quad (11)$$

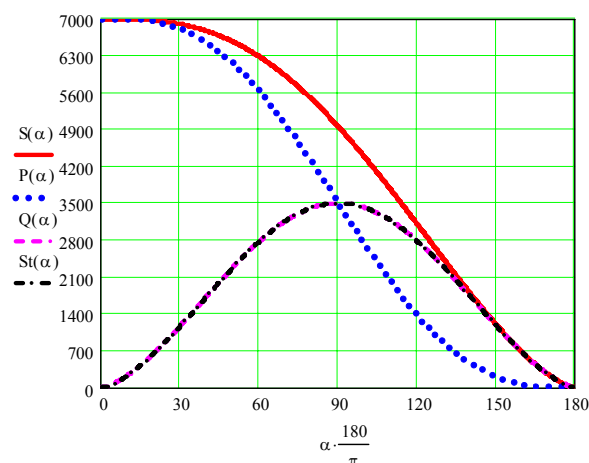


Figura 9: Comportamento do módulo da potência aparente S na fonte de entrada, da potência média P no resistor R e da potência reativa Q no Triac, em função de α .

Fica evidente que o valor máximo de potência reativa é desenvolvido para $\alpha=90^\circ$. Nesta condição, os valores numéricos das potências reativa e média atingem a metade do valor da potência média máxima, tornando-se iguais, caracterizando fator de potência $FP = 0,707$. Para $\alpha < 90^\circ$, $FP > 0,707$ e para $\alpha > 90^\circ$, $FP < 0,707$.

3.7. Comportamento do fator de potência FP visto pela fonte de entrada

O FP é o quociente entre a potência média P e o módulo da potência aparente S , dados respectivamente por (7) e (6), resultando as expressões (12) e (13). Seu comportamento é apresentado na figura 10.

$$FP(\alpha) = \frac{P(\alpha)}{S(\alpha)} \quad (12)$$

$$FP(\alpha) := \sqrt{\frac{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\pi}} \quad (13)$$

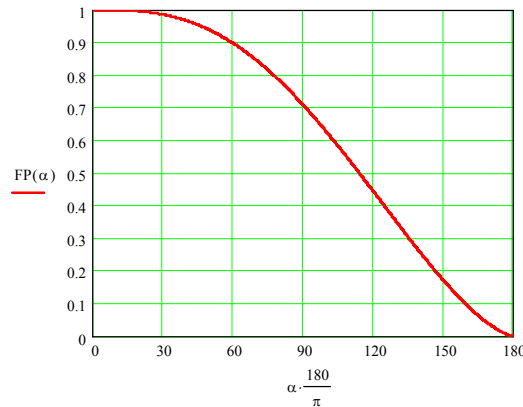


Figura 10: Comportamento do fator de potência visto pela fonte de entrada, em função de α . Verifica-se que para $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$, o FP visto pela fonte de entrada assume a faixa de valores $0 \leq FP \leq 1$, conforme esperado. Para $\alpha > 54,6^\circ$, $FP < 0,92$.

4. Comportamento das harmônicas da corrente de entrada i , em função de α

4.1. Determinação dos coeficientes da série de Fourier

A corrente de entrada i , mostrada na figura 2, pode ser representada por uma série de Fourier, a qual consiste em uma somatória infinita de sinusóides puras (cosenos e senos), nas frequências fundamental e nas suas múltiplas inteiras chamadas harmônicas, conforme indicado nas expressões (14) a (17), onde n é a ordem da harmônica e f é a frequência fundamental. Observar que quando $n=1$ tem-se a componente fundamental (60 Hz, no presente caso) e o termo a_0 corresponde à componente contínua (inexistente no caso em tela, sendo $a_0 = 0$).

$$i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n2\pi ft) + b_n \sen(n2\pi ft)\} \quad (14)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt \quad (15)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos(n2\pi ft) dt \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (16)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \sen(n2\pi ft) dt \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (17)$$

Os coeficientes “ a_n ” e “ b_n ”, com $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$, representam o valor de pico das componentes fundamental e harmônicas e podem ser calculados a partir de (16) e (17), com o auxílio da figura 2, que apresenta a forma de onda da corrente de entrada i , resultando as

expressões (18) a (21). Observar que devido à simetria entre os semi-ciclos positivo e negativo da forma de onda da corrente de entrada, os coeficientes com índice par são nulos.

$$a_1(\alpha) := \frac{\sqrt{2} \cdot v_{ef}}{R} \cdot \frac{(1 - \cos(2 \cdot \alpha))}{2 \cdot \pi} \quad (18)$$

E para $n = 3, 5, 7, \dots, \infty$, resulta:

$$a_n(\alpha) := \frac{\sqrt{2} \cdot v_{ef}}{R \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\cos[(1-n) \cdot \pi] - \cos[(1-n) \cdot \alpha]}{n-1} - \frac{\cos[(n+1) \cdot \pi] - \cos[(n+1) \cdot \alpha]}{n+1} \right] \quad (19)$$

$$b_1(\alpha) := \frac{\sqrt{2} \cdot v_{ef}}{R} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi - 2 \cdot \alpha + \sin(2 \cdot \alpha)}{2 \cdot \pi} \right) \quad (20)$$

E para $n = 3, 5, 7, \dots, \infty$, resulta:

$$b_n(\alpha) := \frac{\sqrt{2} \cdot v_{ef}}{R \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\sin[(n+1) \cdot \alpha]}{n+1} - \frac{\sin[(n-1) \cdot \alpha]}{n-1} \right] \quad (21)$$

Desta forma, os termos em coseno e seno de (14), resultam em:

$$i_{nc}(t) = a_n \cos(n 2\pi ft) \quad (22)$$

$$i_{ns}(t) = b_n \sen(n 2\pi ft) \quad (23)$$

Onde n é a ordem da harmônica e f é a freqüência fundamental. Observar que quando $n=1$ tem-se a componente fundamental.

A soma destas duas componentes de mesma freqüência, dadas por (22) e (23) pode ser representada por uma única função sinusoidal (o coseno, por exemplo), conforme apresentado em (24).

$$i_n(t) = c_n \cos(n 2\pi ft - \varphi_n) \quad (24)$$

Onde:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (25)$$

$$\varphi_n = \arctg \left(\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (26)$$

Então, a forma geral para a corrente de entrada i , em sua representação por série de Fourier com coeficientes “ c_n ” (que nesta expressão indicam valor de pico) é dada por (27).

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(h 2\pi ft + \varphi_n) \quad (27)$$

4.2. Comportamento do valor eficaz das harmônicas da corrente de entrada i

Nas figuras 11 e 12 é apresentado o comportamento dos coeficientes c_n (já em valor eficaz) em função de α . Nestas figuras também é apresentado o valor eficaz total da corrente de entrada i , identificada por $i_{efy}(\alpha)$, calculada por (28).

$$i_{efy}(\alpha) := \sqrt{i_{efay}(\alpha)^2 + i_{efby}(\alpha)^2} \quad (28)$$

onde os termos $i_{efay}(\alpha)$ e $i_{efby}(\alpha)$ são dados por (29) e (30), respectivamente e onde a série infinita foi truncada no termo de ordem 15.

$$i_{efay}(\alpha) := \sqrt{a_1(\alpha)^2 + a_3(\alpha)^2 + a_5(\alpha)^2 + a_7(\alpha)^2 + a_9(\alpha)^2 + a_{11}(\alpha)^2 + a_{13}(\alpha)^2 + a_{15}(\alpha)^2} \quad (29)$$

$$i_{efby}(\alpha) := \sqrt{b_1(\alpha)^2 + b_3(\alpha)^2 + b_5(\alpha)^2 + b_7(\alpha)^2 + b_9(\alpha)^2 + b_{11}(\alpha)^2 + b_{13}(\alpha)^2 + b_{15}(\alpha)^2} \quad (30)$$

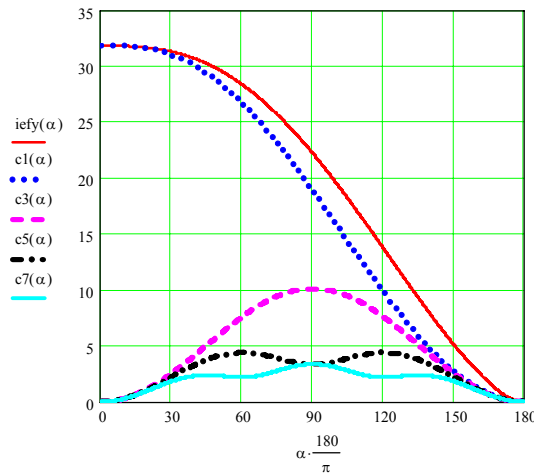


Figura 11: Comportamento dos coeficientes c_n ($n = 1, 3, 5$ e 7) e da corrente eficaz de entrada $iefy(\alpha)$ (total), em função de α .

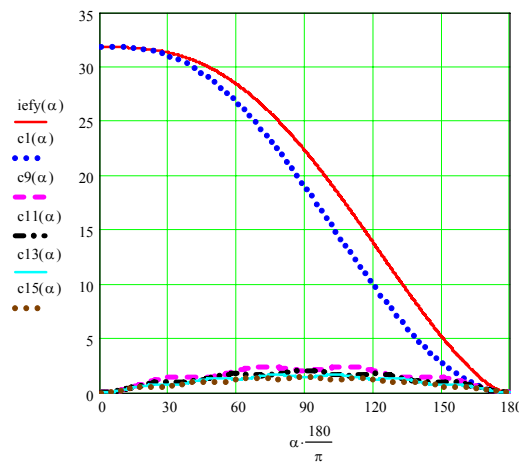


Figura 12: Comportamento dos coeficientes c_n ($n = 1, 9, 11, 13$ e 15) e da corrente eficaz de entrada $iefy(\alpha)$ (total), em função de α .

Na figura 13 é apresentado o comportamento do valor eficaz total da corrente de entrada i , identificada por $ief(\alpha)$ e calculado por (2), já mostrado na figura 6 e a mesma grandeza identificada por $iefy(\alpha)$, calculada por (28), onde a série infinita foi truncada no termo de ordem 15. Pela superposição das duas curvas verifica-se a correção no cálculo dos coeficientes c_n , e a não necessidade de computar a contribuição das harmônicas de ordem superior a 15.

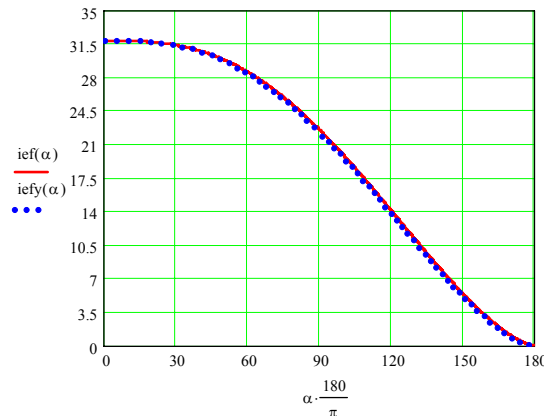


Figura 13: Comportamento da corrente eficaz de entrada, em função de α , calculada por (2) e (28).

Na figura 14 é apresentado o comportamento do valor eficaz total da corrente de entrada i , identificada por $i_{efy}(\alpha)$ e os valores eficazes da componente fundamental $i_{1ef}(\alpha)$, do conjunto de harmônicas $i_{hef}(\alpha)$, do conjunto de harmônicas $i_{hs3}(\alpha)$, excluída a de ordem 3 e ainda da 3ª harmônica individualmente $i_{3ef}(\alpha)$. Verifica-se que o ângulo crítico é $\alpha = 90^\circ$ e também a grande contribuição da 3ª harmônica para a distorção total da corrente.

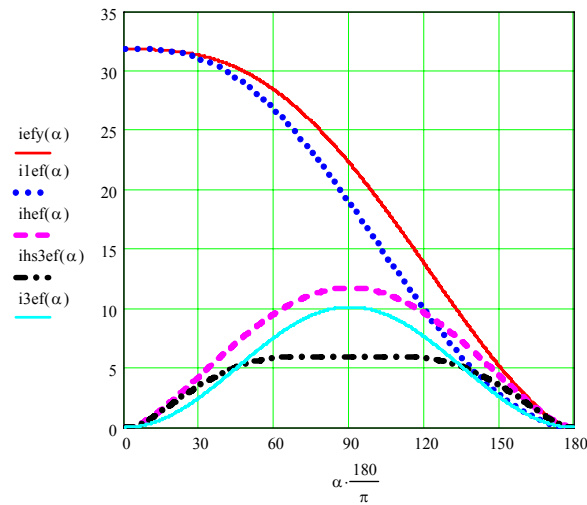


Figura 14: Comportamento da corrente eficaz de entrada total e das componentes fundamental e harmônicas.

4.3. Determinação do Fator de Deslocamento, da Distorção Harmônica Total (THD) e do Fator de Distorção da corrente de entrada i

O Fator de Deslocamento $FDesl(\alpha)$ é calculado conforme (31), onde φ_1 é o ângulo de defasagem entre as componentes fundamentais da tensão e da corrente de entrada (θ_{v1} e θ_{i1} , respectivamente). Calculando (31) com o auxílio da expressão (26) para $n = 1$, resulta a expressão (32), a qual é apresentada graficamente na figura 15.

$$FDesl(\alpha) = \cos(\theta_{v1} - \theta_{i1}) = \cos(\varphi_1) \quad (31)$$

$$FDesl(\alpha) := \frac{[\sin(2\alpha) + 2 \cdot (\pi - \alpha)]}{\sqrt{(\cos(2\alpha) - 1)^2 + (2\pi - 2\alpha + \sin(2\alpha))^2}} \quad (32)$$

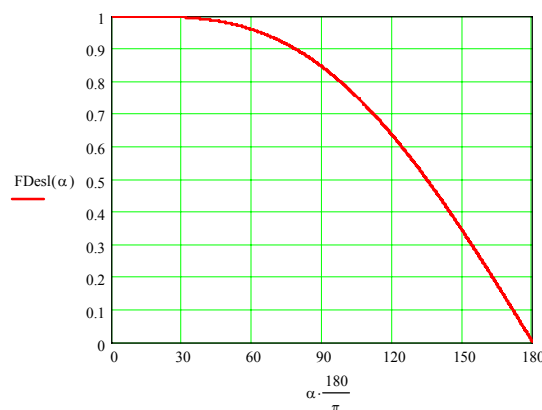


Figura 15: Comportamento do Fator de Deslocamento $FDesl$ de entrada, em função de α .

A Distorção Harmônica Total da corrente (THD_i), em percentagem, é calculada por (33), onde todas as grandezas são funções de α . O comportamento deste indicador é mostrado na figura 16.

$$THD_i = \left(\frac{\sqrt{i_{3ef}^2 + i_{5ef}^2 + i_{7ef}^2 + i_{9ef}^2 \dots}}{i_{1ef}} \right) * 100 \quad (33)$$

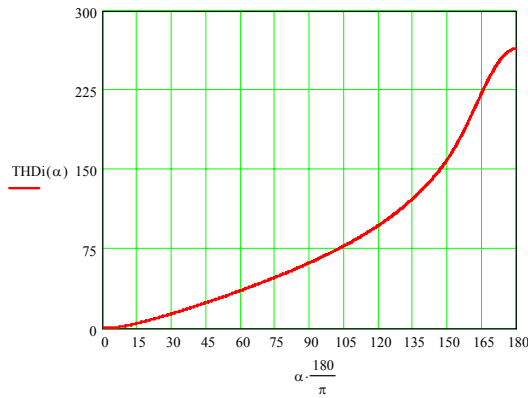


Figura 16: Comportamento da THD da corrente de entrada (em %), em função de α . O Fator de Distorção da corrente $FDist_i$ é calculado por (34), onde todas as grandezas são funções de α e é apresentado na figura 17.

$$FDist_i = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \quad (34)$$

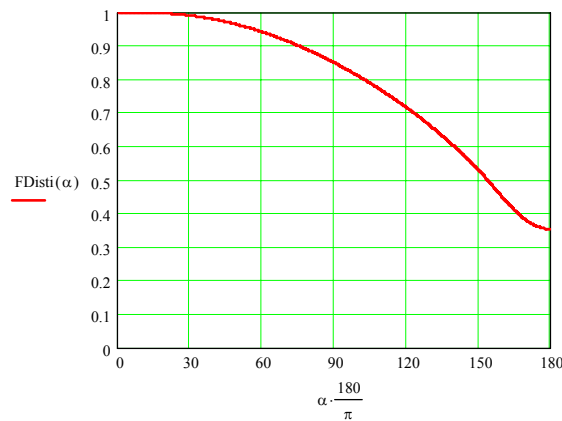


Figura 17: Comportamento do $FDist_i$ da corrente de entrada, em função de α .

Finalmente, o Fator de Potência FP é calculado por (35), onde todas as grandezas são funções de α .

$$FP = FDesl * FDist_i \quad (35)$$

Na figura 18 é apresentado o comportamento dos fatores de potência (FP), conforme (35), identificado como $FP(\alpha)$ e também por (13), identificado como $FPy(\alpha)$. Pela superposição das duas curvas verifica-se a correção no cálculo deste fator e a não necessidade de computar a contribuição das harmônicas de ordem superior a 15.

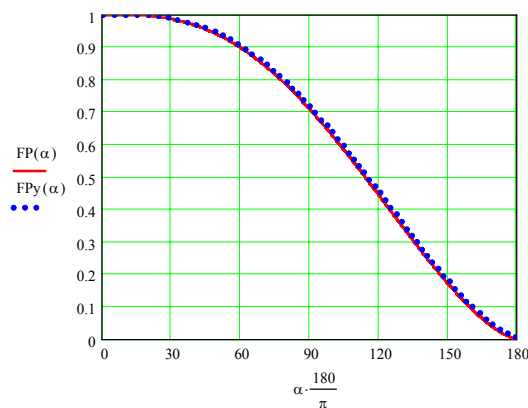


Figura 18: Comportamento do Fator de Potência visto pela fonte de entrada, em função de α . Na figura 19 são apresentados, em conjunto, o FP , $FDesl$ e o $FDist_i$, em função de α .

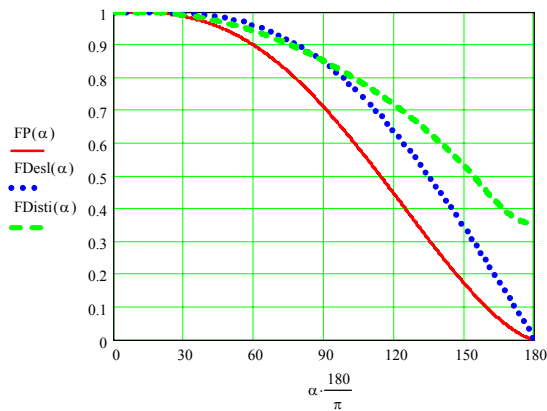


Figura 19: Comportamento do FP, FDesl e FDisti; visto pela fonte de entrada, em função de α .

6. Conclusões

Chuveiros elétricos com controle eletrônico de temperatura por controle de fase demandam correntes distorcidas da rede e, no caso crítico, quando o ângulo de disparo $\alpha = 90^\circ$, apresentam $FP = 0,707$. Nesta situação, do exemplo tomado para esta análise, para a potência nominal de 7 kW, este dispositivo estará demandando 3,5 kW de potência média e 3,5 kVAr de potência reativa, parte desta de deslocamento e parte, de distorção.

No caso crítico, quando $\alpha = 90^\circ$, o $FP = 0,707$, $Fdesl = 0,844$, $FDisti = 0,849$ e a $THDi = 62,2\%$. Excluída a contribuição da 3ª harmônica (53,7%), os novos valores passam a ser: $FDisti = 0,909$ e $THDi = 31,4\%$ (lembrando que a soma das contribuições para a THD é quadrática). Restou evidente da análise efetuada que a 3ª harmônica “comanda” a THD da corrente.

Deve ser ressaltada a importância da contribuição da 3ª harmônica para o aumento da THDi e redução do FDisti, os quais são indicadores da degradação da qualidade da energia. Lembrando ainda que mesmo em sistemas trifásicos equilibrados, as componentes de 3ª harmônica, por serem homopolares (correntes de seqüência zero), são somadas no neutro, percorrem o sistema em direção ao montante e “carregam” os condutores e os transformadores.

Este trabalho buscou chamar a atenção, sobretudo dos tomadores de decisão das concessionárias de energia elétrica, para a importância de aprofundar estudos na área de filtragem de harmônicas e preparar os quadros técnicos para o enfrentamento desta questão. Vale lembrar que filtros de harmônicas (mesmo as estruturas passivas que apresentam grande robustez e simplicidade, aliados ao baixo custo), quando adequadamente projetados e instalados, podem corrigir tanto o Fator de Deslocamento quanto o Fator de Distorção (o que redundará na redução do Fator de Potência), liberando potência nos transformadores de distribuição, reduzindo perdas Joule nas redes, trazendo acentuadas melhorias nos indicadores de qualidade da energia disponibilizada aos seus clientes.

7. Referências bibliográficas e/ou bibliografia

IEEE Std 519-1992, IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems (ANSI).

ANEEL Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST, Módulo 8 – Qualidade da Energia Elétrica, p. 14-17, versão de 27/08/2007 (documento ainda em fase de discussão), acessado em 25/02/2008, disponível em http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/dspListaDetalhe.cfm?attAnoAud=2008&attIdeFasAud=282&id_area=13&attAnoFasAud=2008.

Roger C. Dugan; Mark F. McGranaghan; Surya Santoso; H. Wayne Beaty. Electrical Power Systems Quality. McGraw-Hill.