



**GRUPO IX
GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP**

**MODELAGEM DO CUSTO MARGINAL DA ENERGIA ELÉTRICA EM FUNÇÃO DO NÍVEL DE
ARMAZENAMENTO NOS RESERVATÓRIOS**

João Rodolfo Côrtes Pires*

Paulo Sérgio Franco Barbosa

Takashi Yoneyama

ITA

UNICAMP

ITA

RESUMO

O custo marginal de operação (CMO), por ser a derivada do custo total, depende unicamente do custo incremental do próximo MWh a ser gerado. Nos períodos em que os níveis dos reservatórios estão baixos se deve gerar energia térmica de maior custo, enquanto em casos de vertimentos o custo tende quase a zero. O CMO no caso brasileiro é calculado através de um sistema complexo de otimização dual estocástica. Neste trabalho modelou-se o CMO em função da energia armazenada no sistema e da demanda por energia elétrica através de RLM e RNA de forma a facilitar a sua estimação.

PALAVRAS-CHAVE

Regressão linear, Redes neurais artificiais, Custo marginal de operação, Setor elétrico

1.0 - INTRODUÇÃO

O custo marginal de operação (CMO) ou custo marginal de curto prazo é o custo incremental da produção de mais um MWh de energia elétrica. O custo total do sistema interligado nacional aumenta com a entrada de novas térmicas, mas o seu custo marginal, por ser derivada do custo total, depende unicamente do custo de produção do último MWh gerado. Nos casos em que existem grandes probabilidades de vertimento, o custo marginal tende a zero, pois, caso não seja gerada a energia, ocorrerá o vertimento de água (5). Se não houver a necessidade de despachar usinas térmicas flexíveis, o custo será basicamente função do valor esperado do déficit devido as probabilidades de afluições futuras. Este valor aumenta quanto mais baixo estiver o nível dos reservatórios. Caso seja despachada alguma térmica flexível, o custo marginal de operação será o custo de operação declarado pela usina mais cara despachada (1).

A modelagem do CMO para cada período foi proposta como função da energia armazenada no início do período e da demanda durante o período. Como técnica de modelagem foram usadas regressão linear múltipla (RLM) e redes neurais artificiais (RNA).

Os dados de CMO utilizados são referentes ao submercado sudeste/centro-oeste, para o período de janeiro de 1998 até março de 2003. Os preços foram trazidos ao valor de maio de 2003 usando a correção realizada no custo mínimo de operação das hidrelétricas.

A energia armazenada foi utilizada em porcentagem do nível máximo de armazenamento o que elimina o efeito temporal da alteração da capacidade de geração instalada. Na demanda de energia elétrica foi descontada a parcela atendida por geração térmica. Isto faz com que a demanda afete diretamente o nível reservatório. E para se trabalhar na mesma unidade da energia armazenada também se dividiu o seu valor pela capacidade máxima

* Divisão de Engenharia Aeronáutica e Mecânica - Instituto Tecnológico de Aeronáutica
CEP 12228-900 - São Jose dos Campos-SP Email: jrcortes@ita.br

de armazenamento. Portanto a energia armazenada e a demanda são dadas em porcentagem da energia armazenada máxima.

As séries de energia armazenada e demanda podem ser vista na figura 1, e a série de CMO deflacionada com mês base em maio de 2003 pode ser visto na figura 2.

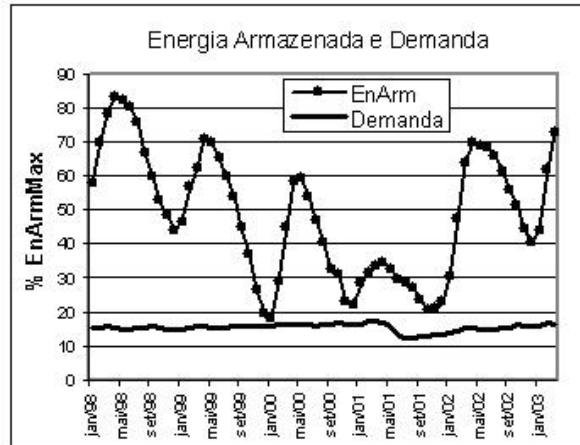


FIGURA 1 – Variáveis explicativas (EnArm e Demanda) para submercado sudeste/centro-oeste

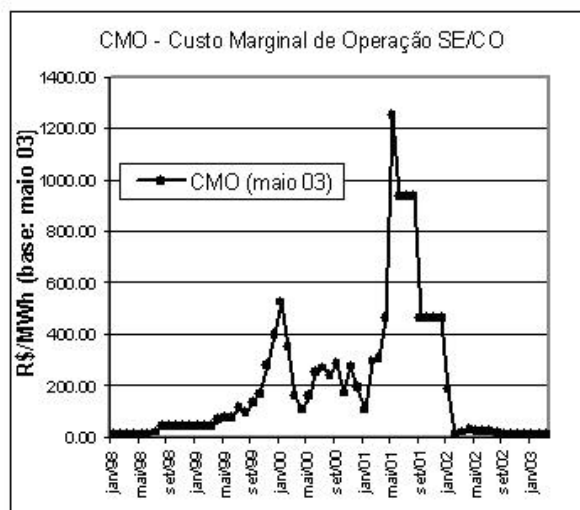


FIGURA 2 - Preços de energia elétrica no MAE para submercado sudeste/centro-oeste

Para representar o nível de energia armazenada foram usadas duas variáveis com diferentes possibilidades para se retirar a sazonalidade. Uma delas foi a razão entre a energia armazenada e a energia armazenada média para o mês do ano em questão ($\Delta EnArmRaz$). A outra foi a diferença entre a energia armazenada média para o mês do ano e energia armazenada ($\Delta EnArmSub$). Como demanda de energia se considerou a carga própria menos a geração térmica.

2.0 - MODELAGEM DO CMO ATRAVÉS DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA (RLM)

Para a modelagem do CMO através de Regressões Lineares Múltiplas considerou-se a função de Cobb-Douglas (2)^{p206}, em que as variáveis são multiplicativas e os parâmetros a serem estimados são os expoentes das variáveis e a constante que as multiplica.

Como variável representativa do nível de energia armazenada usou-se apenas $\Delta EnArmRaz$.

Portanto o modelo usado é o apresentado na equação Eq.1. Também foi considerando o caso do termo constante multiplicativo (β_1) possuir valor 1.

$$CMO = \beta_1 \Delta EnArmRaz^{\beta_2} Demanda^{\beta_3} \quad (Eq.1)$$

Ainda com a finalidade de teste regrediu-se o mesmo modelo para os valores entre janeiro de 1998 a maio de 2001 e verificou-se o desempenho para o período de junho de 2001 até março de 2003.

TABELA 1 - Regressão sobre todos os dados

Regressão - jan 98 a mar 03		
Caso	1	2
R ²	0,81	0,81
Erro padrão	0,70	0,69
F	129,8	131,6
t-Intercept	-0,4	-
t-EnArm/EnArmMed	-15,3	-16,9
t-Demanda	1,9	37,1
Intercept	Sim	Não

TABELA 2 - Regressão para conjunto de calibração e de teste

Regressão - jan 98 a mai 01		
Caso	1	2
R ²	0,83	0,83
Erro padrão	0,54	0,53
F	93,1	95,4
t-Intercept	0,2	-
t-EnArm/EnArmMed	-12,8	-13,6
t-Demanda	0,2	43,1
Teste - jun 01 a mar 03		
R ²	0,87	0,76
Erro padrão	0,79	0,88

Para a regressão sobre todo o conjunto de dados os modelos apresentaram R² semelhantes. Já a estatística F para o modelo sem o intercepto (modelo 2) foi 1,4% superior. As estatísticas t dos coeficientes do caso 2 conseguem rejeitar a hipótese de serem zero para o nível de significância de 95%, enquanto que para o modelo do caso 1 já não pode haver rejeição para o termo constante e nem para a variável Demanda.

O valor do custo marginal para o modelo sem o intercepto regredido sobre todos os dados e sobre o primeiro conjunto pode ser visto junto com os dados reais na Figura 3.

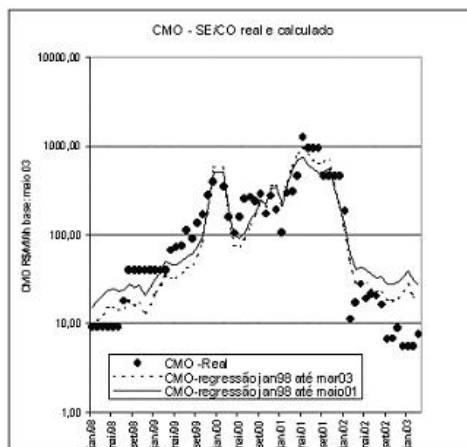


FIGURA 3 - Regressão para o CMO para o caso 2 e dados reais observados

Considerando a equação sem o mesmo caso 2 sobre toda a massa de dados, foi montado um gráfico em função da energia armazenada para os limites de demanda que ocorreram no período. Este gráfico pode ser visto na Figura 4.

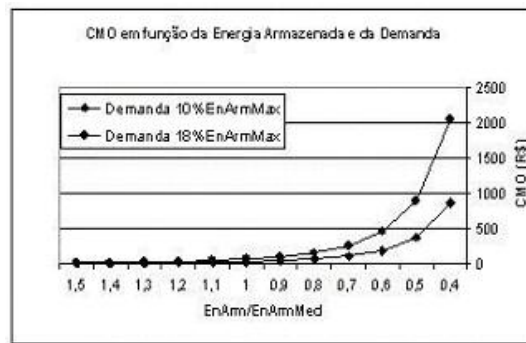


FIGURA 4 - CMO em função da Demanda e de EnArm/EnArmMed

Os parâmetros estimados para a função de Cobb-Douglas no caso 2, que apresentou o melhor desempenho, pode ser visto na equação Eq.2.

$$CMO = \Delta EnArm Raz^{-4,456} Demand^{1,334} \quad (Eq.2)$$

3.0 - MODELAGEM DO CMO ATRAVÉS DE REDES NEURAI ARTIFICIAIS (RNA)

O estudo de modelagem do custo marginal de operação em função do nível de energia armazenada e da demanda através de RNA foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa modelou-se a rede para todos os dados da série histórica. E numa segunda, modelou-se apenas para a primeira parte da série histórica (janeiro de 1998 a maio de 2001) e avaliou-se o desempenho para a segunda parte da série (junho de 2001 a março de 2003).

Diferentemente das regressões lineares, numa aplicação de redes neurais não se parte de nenhuma hipótese quanto à equação que rege o fenômeno em estudo. A rede tenta aprender extraindo de forma iterativa a lógica presente na série histórica. Por isso a aplicação de RNA é mais sensível a qualidade da representação do domínio do fenômeno pela massa de dados.

No caso de modelagens com RNA não se dispõe de uma maneira de realizar os testes estatísticos dos pesos da rede. Por isso, ao se realizar uma modelagem deve-se separar um conjunto de dados que não foi apresentado à rede durante o período de treino para a verificação do desempenho da mesma após o treinamento.

Em uma RNA o aumento de unidades permite a ampliação da capacidade de modelagem, o que muitas vezes implica ensinar à rede ruídos contidos nos dados de treinamento. Este ruído piora o desempenho da rede no conjunto de verificação. Como a quantidade de dados disponível de preço da energia elétrica é relativamente pequena, limitou-se a dois o número de unidades na camada escondida.

As redes utilizadas contêm uma única camada escondida. As unidades possuem função de ativação do tipo tangente hiperbólica e linear. E existem ligações diretas entre a entrada e a saída. O algoritmo utilizado no treino da rede foi o *Backpropagation* que pode ser visto em (3)^{p138}.

Para avaliarmos a aderência das redes aos dados adotou-se a utilização do R^2 . E para avaliarmos um intervalo de confiança para os dados estimados mediu-se o desvio padrão do erro, onde o erro é dado pela diferença entre o valor calculado pela rede e o valor real observado.

Para isso assumiu-se que o custo é dado pela RNA mais uma parcela do erro que é estocástico. Como o erro apresentou-se proporcional ao preço, foi usada a hipótese de dividir o erro pelo preço calculado e usá-lo de forma multiplicativa.

As topologias e os resultados dos modelos utilizados podem ser vistas na Tabela 3.

TABELA 3 - Topologia e resultados das redes neurais utilizadas

Caso	Variável	Função Ativação	Unidades	R^2	$\sigma(\text{erro})$	$\sigma(\text{erro}/\text{Preço})$
1	EnArm/EnArmMed	Thip. Linear	1	0,8485	121,1	2,485
2	EnArm/EnArmMed	Thip	1	0,8781	91,34	2,935
3	EnArm-EnArmMed	Thip. Linear	1	0,8893	87,16	4,077
4	EnArm-EnArmMed	Thip	1	0,9115	79,10	3,572
5	EnArm/EnArmMed	Thip. Linear	2	0,8707	94,51	3,727
6	EnArm/EnArmMed	Thip	2	0,8713	94,28	3,585
7	EnArm-EnArmMed	Thip. Linear	2	0,9107	78,08	3,553
8	EnArm-EnArmMed	Thip	2	0,9596	52,79	1,592

Percebe-se uma acentuada melhoria dos modelos com duas unidades na camada escondida em relação aos de uma unidade devido ao aumento de capacidade de modelagem. Quando foi usado como *proxy* da energia armazenada a diferença entre a energia armazenada e a energia armazenada média houve melhora em relação a todos os casos em que se usou a razão das duas. E o uso de apenas unidades do tipo tangente hiperbólica também se demonstrou superior ao uso de unidades lineares na camada de saída.

Portanto o caso 8 foi o que apresentou o melhor resultado, tendo um R^2 de 0,96 e um erro padrão de 52,8.

Como o desempenho dos modelos mostrou sensibilidade à variável representativa da energia armazenada, será realizado um novo teste entrando com o logaritmo neperiano das mesmas variáveis usadas na regressão linear para as redes com duas unidades na camada escondida e com função de ativação do tipo tangente hiperbólica em todas as unidades (caso 9) e com função linear nas unidades de saída (caso 10).

Deste modo o valor do custo marginal será dado por $e^{f(RN_{caso9})}$. O desvio padrão do erro, neste caso, pode ser calculado como o desvio padrão do erro do preço na forma logarítmica.

Fazendo a hipótese de que o resultado de uma rede é dado pela rede neural treinada, acrescido de uma parcela do erro estocástico com média zero e variância constante, representa-se a mesma na equação Eq.3.

$$y = f(RN_x) + \varepsilon \quad (\text{Eq.3})$$

Como a saída da rede em estudo é $\ln(y)$ basta fazer e elevado aos dois lados da equação de onde se obtém a equação Eq.4.

$$e^{\ln(y)} = e^{f(RN_x) + \varepsilon} \quad (\text{Eq.4})$$

Que leva a equação Eq.5.

$$CMO = e^{f(RN_x) + \varepsilon} \quad (\text{Eq.5})$$

As topologias e os resultados dos casos 9 e 10 podem ser visto na tabela 4.

TABELA 4 – Topologia e resultados das redes neurais para os casos 9 e 10

Caso	Variável	Função Ativação	Unidades	R^2	R^2	$\sigma(\text{erro})$	$\sigma(\text{erro}/\text{Preço})$	e^ε
				(CMO)	($\ln(\text{CMO})$)			
9	EnArm/EnRmMed	Thip.	2	0,8542	0,8766	99,4	0,76	1,747
10	EnArm/EnRmMed	Thip. Lin	2	0,8123	0,8782	113,4	0,59	1,735

Para verificar o desempenho do caso 4, caso 7, caso 8 e caso 9 numa região ainda não testada, treinou-se a mesma rede para dados de janeiro de 1998 até abril de 2001 e verificou-se o desempenho para os dados restantes. Estes novos testes foram identificados com a letra b no nome do caso original.

Os resultados dos testes podem ser vistos na Tabela 5.

TABELA 5 - Resultados para conjunto treino e teste para os melhores modelos

	R^2 (treino)	R^2 (teste)
Caso 4b	0,9006	0,5857
Caso 7b	0,9164	-5,3909
Caso 8b	0,9137	0,5168
Caso 9b	0,8916	0,4050
Caso 10b	0,9001	0,6149

O resultado dos R^2 no conjunto de treino se manteve parecido com os testes anteriores para todos os dados. O caso 9b e 10b foram os únicos que melhoraram o R^2 (+2% e +11%, respectivamente) e o caso 8b foi o que teve o pior resultado (-5%).

Já no conjunto de testes, o caso 4b e 10b apresentaram os melhores resultados (próximo de 0,6). O caso 7b apresentou um valor de -5,39 para o R^2 do teste; isto pode ocorrer devido a não-linearidade da modelagem.

O problema da modelagem através das RNAs, neste caso, é o fato de que no período de preços mais altos existiam as menores demandas; portanto as redes aprenderam esta característica.

Percebeu-se que em todas as funções do custo marginal do sistema gerado ocorria uma inversão do preço em relação à demanda para os períodos de racionamento. Ao se simular o custo marginal dado por essas redes neurais, os resultados são incoerentes uma vez que apresentam, para alguns casos, preços mais altos do que para condições nitidamente piores. Foi então modelado uma nova rede neural (caso 11) apenas em função da variável $\Delta EnArmSub$, pois esta que mostrou um desempenho superior aos modelos semelhantes utilizando $\Delta EnArmRaz$.

Esta rede possui uma única unidade na camada escondida e todas as funções de ativação são do tipo tangente hiperbólica.

Para o treinamento sobre todos os dados se obteve R^2 de 0,8548; o desvio padrão do erro foi de 99,95 e o desvio padrão da razão do erro pela saída real foi de 1,89 (e se desconsiderarmos três possíveis *outliers* o desvio passa para 0,64). Na segunda etapa de teste obteve-se R^2 0,8462 para treinamento e R^2 0,7688 para verificação.

O gráfico com os valores reais e simulados para o caso 11 podem ser visto na Figura 5.

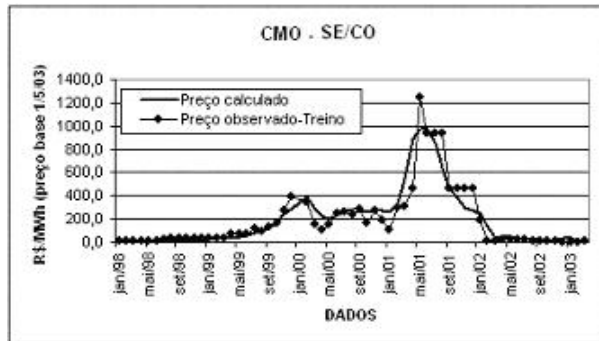


FIGURA 5 - Valores calculados pela rede para o caso 11 e valores reais

A rede neural calibrada para o caso 11 pode ser visto na equação Eq.6.

$$CMO = 0,5(1 + \tanh(-1,4929 - 3,2318EnArmSub + 1,1705 \tanh(0,6662 + 2,4730EnArmSub)))(1249,44 - 5,58) + 5,48 \quad (\text{Eq.6})$$

4.0 - UTILIZAÇÃO DOS MODELOS

Essa modelagem prevê o CMO em função da energia armazenada e da demanda para o mesmo período de estudo. A vantagem dessa modelagem em função da energia armazenada e da demanda é que as variáveis explicativas são variáveis físicas, de previsão já estudada em diversos trabalhos, e com pouca variação para pequenos horizontes de tempo. A variação da demanda é inclusive considerada insignificante comparada com a variação da energia armazenada, por isso sendo considerada determinística neste trabalho (Figura 1). Portanto ao se fazer a previsão da energia armazenada para qualquer período $t + n$, para calcular o valor esperado do CMO basta aplicar a equação calibrada ao valor esperado da energia armazenada.

Para se calcular os intervalos de confiança basta considerar os limites da variável explicativa considerada estocástica, aplicar a equação de previsão do CMO calibrada e acrescentar a esse valor o desvio obtido no modelo calibrado. Considerações sobre estocasticidade na variável explicativa podem ser vista em (6)^{p223}.

O intervalo de confiança do CMO será dado para a probabilidade do intervalo de confiança da variável explicativa multiplicado pelo grau de confiança do modelo calibrado.

5.0 - CONCLUSÃO

Percebeu-se que no caso da utilização de regressão linear o modelo sem intercepto (intercepto igual a 1) apesar de possuir R^2 inferior no conjunto de teste, teve seus coeficientes aceitos diferente de zero para 95% de confiança através da estatística t. Também foi detectado a relação intuitiva de que aumentando a carga própria aumenta-se o CMO e que aumentando a energia armazenada diminui-se o CMO (como pode ser visto na Figura 4).

Já para os modelos de Redes Neurais Artificiais, devido a não linearidade e a grande capacidade de modelagem, nota-se o R^2 sobre todo o conjunto de dados melhor na maioria dos modelos. Já na etapa de teste os valores do R^2 decaem bastante, mostrando que a melhora de performance da rede no treino ocorre através do aprendizado de ruído existente nos dados. Estes resultados obtidos por RNAs mostram a grande importância da etapa de teste.

Ao analisarmos as redes para regiões onde não possuíamos dados de treino nem de teste, verificou-se a ocorrência de casos nitidamente mais críticos para o sistema com custos menores. Isso ocorre devido a não linearidade e ao efeito da ocorrência de custos altos e baixa demanda no início do período de racionamento. Esse

fato ressalta a importância de se ter dados para todo domínio do fenômeno, pois na maioria das vezes não temos como fazer essa análise.

O melhor resultado obtido no conjunto de teste para as RNAs, foi para o caso 11, onde se usou uma única variável explicativa e um único neurônio na camada escondida. Obtendo um R^2 de 0,77 que é aproximadamente o valor obtido para o caso 2 da regressão.

Tanto o caso 2 da regressão quanto o caso 11 de RNA apresentaram grandes desvios entre os modelos e os dados. Estes grandes desvios podem ser entendidos como normais devido a grande volatilidade natural que o mercado de energia elétrica possui como já foi constatado em países que possuem um mercado desregulamentado de eletricidade. Em alguns países como Austrália e Inglaterra a volatilidade chega ser muito maior do que o próprio valor médio do preço como pode ser visto em (4).

Na Figura 4 detecta-se o fato de que se o reservatório estiver acima da média histórica do volume para o mês em questão, o custo marginal será muito baixo. Já o efeito da demanda no custo marginal de operação para o nível dos reservatórios acima da média histórica é praticamente insignificante. Isto provavelmente se deve ao fato de que o valor esperado das afluições futuras deve ser superior ao volume ainda disponível para armazenamento.

Já pequenas alterações para baixo da média provocam grandes elevações de preço e se aumenta a sensibilidade do custo em relação a demanda de energia elétrica.

Pode-se, portanto, dizer que supondo a não ocorrência de grandes alterações de demandas o custo marginal de operação do sistema é dado por uma função da energia armazenada no reservatório equivalente mais um ruído branco com desvio padrão próximo aos valores de volatilidades existentes nos mercados de eletricidade de outros países.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

(1) MAE. *Visão geral das regras de mercado - fase de implementação preços semanais ex-ante*. Versão 3.1, etapa 1, abril, 2003.

(2) GUJARATI, D. N. *Econometria básica*. Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2000.

(3) NASCIMENTO Jr., C. and YONEYAMA, T. *Inteligência artificial em controle e automação*. Edgard Blücher, 2000.

(4) WOLAK, F. A., *Market Design and Behavior in Restructured Electricity Market: an International Comparison*. Dept of Economics, Stanford University, 2000

(5) MME (Ministério de Minas e Energia - Secretaria de Energia). *Projeto de reestruturação do setor elétrico brasileiro RE-SEB*. 1998.

(6) PINDYCK, R. S. and RUBINFELD, D. L. *Econometric models and economic forecasts*. 2. ed. McGraw-Hill.