



**SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

GSC 16
14 a 17 Outubro de 2007
Rio de Janeiro - RJ

GRUPO X

GRUPO DE ESTUDO DE SOBRETENSÕES E COORDENAÇÃO DE ISOLAMENTO - GSC

APLICAÇÃO DE BASES DE FUNÇÕES ORTONORMAIS GENERALIZADAS EM MODELOS DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

Bruno César Reginato

Gustavo Henrique da Costa Oliveira *

**PPGEPS/CCET
Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

RESUMO

O presente trabalho aborda o problema da modelagem de componentes do sistema elétrico de potência e retoma a proposta de utilização de bases de funções ortonormais para tanto. Esta abordagem permite a modelagem de processos estáveis causais e possui caráter inovador no âmbito de sistemas de potência. O modelo final obtido pode ser representado em espaço de estados, facilitando sua incorporação em pacotes computacionais. Mostra-se, no presente trabalho, que a utilização das bases de funções denominadas GOBF ou *Generalized Orthonormal Basis Functions*, além de preservar as propriedades gerais do modelo, possibilita realizações de ordem reduzida, gerando modelos de menor dimensão que o caso de bases ortonormais clássicas isto é, aquelas construídas com uma só dinâmica. Resultados de simulação em elementos como linhas de transmissão e transformadores ilustram as propriedades do método.

PALAVRAS-CHAVE

Modelagem de sistemas, transitórios do sistema elétrico, transformadores elétricos, linhas de transmissão, bases de funções ortonormais generalizadas.

1.0 - INTRODUÇÃO

A determinação de modelos dinâmicos de sistemas é um procedimento importante em diversos campos da engenharia. Dentre estes campos, pode-se citar a área de sistemas elétricos de potência, com a modelagem de componentes como transformadores de potência ou linhas de transmissão. Modelos dinâmicos permitem realizar análises e obter resultados que seriam demorados, de alto custo ou mesmo inviáveis se fossem efetuados no sistema real. No caso específico da área de sistemas de potência, a determinação de modelos de transformadores vem recebendo bastante atenção nas últimas décadas e diversas abordagens têm sido apresentadas na literatura, por exemplo, podem-se citar os trabalhos (1) (2) (3) (4). Neste contexto, uma técnica que vem sendo aplicada com bons resultados é a denominada *vector fitting* (5).

Essa modelagem se faz necessária para o aprimoramento das simulações de transitórios elétricos caracterizados por diferentes faixas de frequência e que envolvam a interação desses equipamentos com os demais componentes do sistema elétrico. Estatísticas de desempenho de transformadores têm apresentado um número significativo de falhas de causa desconhecida que podem estar potencialmente relacionadas às tensões transitórias originadas pela interação dos transformadores com os outros componentes do sistema elétrico. O estudo dessa interação requer, na maioria dos casos, a realização de simulações de transitórios cuja confiabilidade dos resultados depende diretamente da modelagem do transformador. Um exemplo típico é o estudo dos transitórios rápidos (VFT) gerados quando de manobras e curtos-circuitos em subestações blindadas a SF6 e que atingem os transformadores. O impacto dessas sobretensões, de frentes muito rápidas, irá depender da resposta desses equipamentos a altas frequências e sua determinação implica na obtenção de modelos apropriados a essa condição. Dessa forma, é de grande interesse para o aprimoramento da análise de transitórios

decorrentes da interação dos transformadores com os demais componentes do sistema a obtenção de modelos que representem esses equipamentos em diferentes faixas de frequência.

No caso de linhas de transmissão, a expansão do sistema elétrico tem requerido construções que resultam em configurações com alto grau de assimetria e acoplamentos. Dessa forma, modelos sem restrições quanto à geometria ou natureza das linhas de transmissão se tornam necessários. Modelos no domínio de fases já estão sendo propostos na literatura e disponibilizados em programas de transitórios eletromagnéticos com objetivo de retratar o comportamento dinâmico desse componente diretamente sem a transição para o domínio modal. Para isso, o aprimoramento de técnicas de identificação torna-se de grande interesse.

Neste contexto, a modelagem de transformadores, assim como de outros componentes do sistema elétrico, pode ser feita analisando as características físicas destes equipamentos, abordagem freqüentemente utilizada por fabricantes. Este procedimento, conhecido por abordagem caixa branca, é realizado com modelos baseados na física ou *first principles models*. Os modelos são, em geral, descritos em termos de equações diferenciais que representam o equipamento e cuja solução pode ser obtida analiticamente ou via simulação por computador, por exemplo, através de pacotes como MATLAB ou ATP/EMTP. Esta metodologia é, muitas vezes, difícil de ser colocada em prática, tendo em vista que detalhes construtivos dos equipamentos para determinação dos coeficientes que caracterizam as propriedades do componente não estão disponíveis ou são, muitas vezes, de conhecimento exclusivo dos fabricantes.

Os métodos denominados genericamente de identificação de sistemas (6), ou abordagem caixa preta, são aqueles onde a modelagem é realizada a partir de dados experimentais, seja no domínio do tempo ou da frequência, que caracterizam o comportamento dinâmico do sistema. Neste contexto, uma estrutura de modelo dinâmico que vem sendo aplicada com bons resultados em identificação de sistemas é a denominada Bases de Funções Ortonormais (OBF – *Orthonormal Basis Functions*) (7). Na verdade, a idéia de utilizar bases de funções ortonormais na representação de sistemas lineares data da década de 20, com o trabalho de Satoru Takenaka (8) e Folke Malmquist (9). Posteriormente Lee em 1933 e 1960, Kautz em 1952, Ross em 1964, abordaram também este problema (10). Uma grande revitalização nesta área ocorreu após a década de 1990, devido à expansão dos fundamentos teóricos sobre os quais recaem as idéias previamente apresentadas. Veja, por exemplo, os trabalhos (7) (11) (12) (13) (14).

Em (15), a utilização de modelos formados por bases de funções ortonormais no contexto de sistemas elétricos de potência foi proposta. Esta abordagem permite aproximar processos estáveis causais e, apesar de ser conhecida no contexto de controle de processos e servomecanismos, sua aplicação no âmbito de sistemas de potência apresentou um caráter inovador. Através da estrutura OBF, o modelo final obtido pode ser descrito usando a representação em espaço de estados, facilitando sua incorporação em pacotes computacionais do setor elétrico. Mostrou-se, em (15), a boa aproximação entre a resposta em frequência do modelo e do componente, onde as bases de Laguerre apresentaram-se apropriadas para equipamentos cuja resposta em frequência é suave, como linhas de transmissão. Já as bases de Kautz, definidas através de pólos complexos, mostraram-se apropriadas para equipamentos cuja resposta em frequência apresenta picos de ressonância. Verificou-se também que o método *vector fitting* pode ser visto como uma realização do modelo baseada em funções não ortonormais. Apesar da boa adequação da estrutura de modelo utilizada ao problema proposto, os modelos resultantes apresentaram ordem elevada devido ao fato das bases utilizadas serem definidas através de somente uma dinâmica.

Assim sendo, o presente artigo propõe a utilização da base de funções denominada Bases de Funções Ortonormais Generalizadas – *Generalized Orthonormal Basis Functions GOBF* (12) – no contexto da modelagem de equipamentos do sistema elétrico de potência. Esta classe de bases, que possui como caso particular as bases de Laguerre e Kautz, apresenta como principal característica o fato de poder ser definida por mais de uma dinâmica ou pólo. Isto faz com que a realização do modelo em espaço de estados possua ordem reduzida em relação aos casos citados anteriormente, melhorando a aproximação do modelo e facilitando sua implementação em ambiente computacional.

O presente artigo está estruturado conforme descrito a seguir. Na Seção 2, os principais aspectos relacionados à modelagem de sistemas lineares usando bases de funções ortonormais generalizadas são abordados. Na seção 3, discute-se sobre representação utilizando bases de funções ortonormais generalizadas. Na Seção 4, exemplos de simulação são apresentados e, finalmente, na Seção 5 o artigo é concluído.

2.0 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS USANDO BASES DE FUNÇÕES ORTONORMAIS GENERALIZADAS

Nesta seção, a modelagem de sistemas dinâmicos usando bases de funções ortonormais é apresentada. Têm-se, como foco principal, os sistemas dinâmicos lineares em tempo discreto, isto é, aqueles cujos sinais de entrada e saída estão em função da variável independente k (onde k é um número inteiro) e cuja ferramenta de análise é a Transformada Z. O objetivo é descrever a aplicabilidade do método na modelagem de componentes de sistemas de potência.

Assim sendo, um sistema causal e linear pode ser caracterizado por uma função de transferência

$$Y(z) = H(z)U(z) \quad (1)$$

ou por sua resposta ao impulso, isto é:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(k-i)u(i) \quad (2)$$

onde $u(k)$ e $y(k)$ são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do sistema, $h(k)$ é a resposta ao impulso do sistema. Portanto $H(z)$ é a Transformada Z de $h(k)$. Uma vez que $H(z)$ é estável, tem-se que $h(k)$ possui memória finita e, portanto, pertence ao espaço de funções Lebesgue. Logo, este sinal pode ser representado pela seguinte série de funções:

$$h(k) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \phi_i(k) \quad (3)$$

Nesta equação, $\{\phi_i(k): i=1, \dots\}$ é uma base de funções ortonormais e c_i são os coeficientes da parametrização em séries do sinal $h(k)$. Substituindo a equação (3) na (2), tem-se:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sum_{m=0}^{\infty} \phi_i(k-m)u(m) \quad (4)$$

Definindo $l_i(k)$ como sendo a convolução de $\phi_i(k)$ com $u(k)$ e $\Phi_i(z)$ como sendo a Transformada Z de $\phi_i(k)$, tem-se que $l_i(k)$ é a saída n -ésima função da base $\{\Phi_i(z): i=1, \dots\}$ quando a entrada é $u(k)$. Com esta representação, a saída do modelo (1), truncando a série em n elementos, é dada por:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i l_i(k) \approx \sum_{i=1}^n c_i l_i(k) \quad (5)$$

ou

$$H(z) \approx \sum_{i=1}^n c_i \Phi_i(z) \quad (6)$$

As equações (1) e (6) são ilustradas pela Figura 1. Os coeficientes c_i podem ser calculados conforme apresentado a seguir:

$$c_i = \sum_{k=0}^{\infty} \phi_i(k)h(k) \quad (7)$$

Várias bases de funções podem ser utilizadas no desenvolvimento em séries da resposta ao impulso $h(k)$ e, neste trabalho, aborda-se o problema quando a classe de funções ortonormais é definida através de um conjunto de pólos fixos escolhidos *a priori*. Usualmente, estes pólos são selecionados a partir de um conhecimento aproximado a respeito da(s) dinâmica(s) dominante(s) do processo.

A utilização de bases ortonormais com pólos fixos, em relação a bases não ortonormais de mesma estrutura (por exemplo, a utilizada no *vector fitting*) apresenta vantagens tais como: melhora o condicionamento numérico do problema de estimação paramétrica, permite a análise do erro de estimação, apresenta independência entre os parâmetros para uma larga gama de sinais de excitação. A representação de sistemas através de bases de funções ortonormais apresenta características importantes no contexto de identificação de sistemas, tais como: reduz (ou elimina) a polarização dos parâmetros devido a dinâmicas não modeladas no modelo nominal, permite alterar a complexidade do modelo *on-line* com um mínimo de perturbação nos parâmetros, melhora a previsão do modelo devido a estrutura *output error*, pois evita-se a realimentação dos erros de previsão, não necessita do conhecimento do número de termos passados relevantes dos sinais de entrada/saída do sistema (e.g., seleção de estrutura em modelos ARMAX); apresenta robustez a estimativas pouco precisas do atraso de transporte.

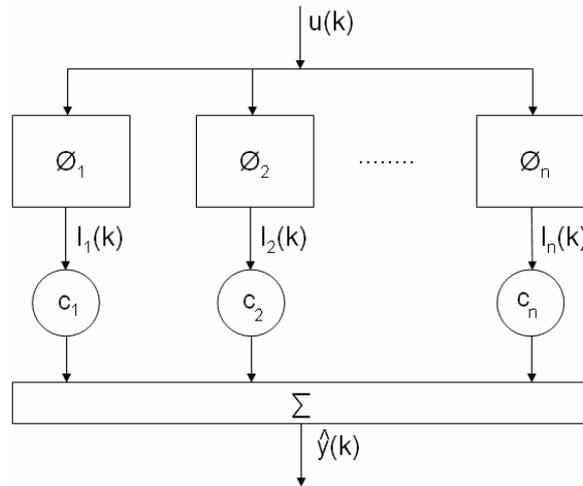


Figura 1 - Estrutura do modelo usando bases de funções ortonormais.

Uma questão relevante na definição das bases ortonormais com pólos fixos é a seleção do tipo e da quantidade de pólos distintos presentes na base. Neste contexto, as principais propostas podem ser resumidas em:

- Base FIR (*Finite Impulse Response*): Esta base é composta por funções de transferência com pólos na origem;
- Base de Laguerre: Esta base é composta por funções de transferência formadas com um único pólo real;
- Base de Kautz (13): Esta base é composta por funções de transferência formadas com um único par de pólos complexos conjugados;
- Unified Construction for Orthonormal Basis* – UCOB (11): Esta base é composta por funções de transferência formadas com mais de uma dinâmica, seja ela definida por pólos complexos ou reais;
- Generalized Orthonormal Basis Functions* – GOBF (12): Assim como a UCOB, esta base é composta por funções de transferência formadas com mais dinâmica, seja ela definida por pólos complexos ou reais. É também conhecida por OBGIF - *Orthonormal Basis Generated by Inner Functions*.

Todas estas bases citadas são completas no espaço de Lebesgue, logo é possível aproximar qualquer sistema cuja resposta ao impulso possua integral finita. Porém, é necessária a seleção do valor para os pólos da base. Este não é um ponto crítico no procedimento de identificação, no entanto, uma escolha adequada pode levar a uma convergência mais rápida da série (um modelo com poucos parâmetros). Neste sentido, diversos trabalhos sobre seleção de pólos já foram apresentados na literatura, entre eles (15) (16) (17). Apesar de aumentar a complexidade do problema de seleção do(s) pólo(s), quanto maior a informação *a priori* disponível sobre o processo incorporada na base, maior a flexibilidade na caracterização da resposta em frequência do sistema.

Aliada à escolha dos pólos, o número de funções de base também é importante para uma boa representação do sistema. Em princípio, é necessário um somatório infinito na representação de um sistema dinâmico $H(z)$ estável (conforme a equação (5)). Entretanto, na prática, deve haver um truncamento deste somatório, o que determina quantos termos são utilizados para a representação do sinal de resposta ao impulso do sistema, isto é, o número de funções de base. Em resumo, há um compromisso entre o número de funções de base e a seleção dos pólos das funções: quanto melhor(es) alocado(s) for(em) o(s) pólo(s), melhor será a convergência dos termos da série, e menos funções na base serão necessárias para a adequada representação do sistema e vice-versa. Assim, a convergência da série com bases GOBF tende a ser mais rápida (com menos funções de base) em relação às bases de Laguerre e de Kautz.

3.0 - BASES DE FUNÇÕES ORTONORMAIS GENERALIZADAS NA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Aliada às propriedades decorrentes da ortonormalidade, a utilização das bases de funções ortonormais generalizadas (GOBF/OBGIF) agrega propriedades desejáveis à identificação de sistemas ao permitir a combinação de vários modos reais e/ou complexos, o que proporciona vantagens, em relação às bases de Laguerre e Kautz, tais como (12): consideração de vários modos do sistema, permitindo agregar à base diferentes informações *a priori* do sistema, ou seja, diferentes pólos podendo estar combinados em uma mesma função da base; redução da quantidade de funções necessárias para representação de um determinado sistema,

possibilitando, portanto, uma redução na dimensão do modelo. As principais características da estrutura de modelos com GOBF/OBGIF são apresentadas a seguir.

Seja $H_i(z)$ uma função de transferência, com comportamento de filtro passa todas, dada por

$$H(z) = \frac{1 - p_i^* \cdot z}{p_i \cdot z - 1} \quad (8)$$

onde o p_i^* é o conjugado de p_i . A função $H_i(z)$ é tal que: $H_i(z^{-1})H_i(z)=1$. Esta propriedade define uma função denominada de função interna. Assuma, na seqüência, uma função $G_b(z)$ construída a partir da realização em cascata de n_b funções $H_i(z)$, cada uma contendo um pólo p_i distinto, real ou em pares complexos conjugados. Estes n_b pólos representam a informação *a priori* do comportamento dinâmico do processo a ser inserida no modelo. A função $G_b(z)$ é também uma função interna.

Uma base de funções ortonormais pode ser definida através da $\phi_j(k)$, onde $\phi_j(k)$ é o i -ésimo elemento do vetor de sinais $v_j(k)$ e $V_j(z)$, ie, a transformada inversa de $v_j(k)$, é dada por:

$$V_j(z) = (zI - A)^{-1} \cdot B \cdot G_b^{(j-1)}(z), \quad j=1, \dots, n_g \quad (9)$$

Nesta equação, a quádrupla (A, B, C, D) é a representação em espaço de estados de $G_b(z)$.

Neste contexto, pode-se definir $l_{ij}(k)$ como sendo a saída da (ij) -ésima função da base $\{\Phi_{ij}(z): i=1, \dots, n_b, j=1, \dots\}$ quando a entrada é $u(k)$. Desta forma, o modelo com bases de funções ortonormais generalizada é dado por:

$$y(k) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{n_b} c_{ij} \cdot l_{ij}(k) \quad (10)$$

onde c_{ij} são os coeficientes da representação em bases ortonormais do sistema. Truncando-se a realização em cascata das funções $G_b(z)$ em n_g funções, obtém-se:

$$y(k) = \sum_{j=1}^{n_g} c_j \cdot l_j(k) \quad (11)$$

Nesta equação, c_j e l_j são vetores contendo os elementos c_{ij} e l_{ij} , respectivamente, para $i=1, \dots, n_b$. A representação deste modelo é dada pela Figura 2. Pode-se observar que a estrutura do modelo GOBF é semelhante ao apresentado na Figura 1. Cada vetor l_j da Figura 2, representa um conjunto de n_b vetores l_i da Figura 1.

Finalmente, definindo L como sendo a concatenação de l_1, l_2, \dots, l_{n_g} e \mathbf{c} a concatenação dos vetores c_1, c_2, \dots, c_{n_g} , obtém-se:

$$\hat{y}(k) = \mathbf{c}^T L(k) \quad (12)$$

Portanto a representação em espaço de estados do modelo GOBF é dada por:

$$\begin{cases} L(k+1) = \mathbf{A} L(k) + \mathbf{b} u(k) \\ y = \mathbf{c}^T L(k) \end{cases} \quad (13)$$

onde o vetor de estados e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{b} são obtidos em função do número de funções $V_j(z)$ contidas no modelo, em função dos pólos escolhidos *a priori* para o desenvolvimento das funções da base. O conjunto de pólos pertencente ao problema pode ser selecionado através de métodos de otimização não linear, por exemplo, *sequential quadratic programming*, ou alguma classe de algoritmos evolutivos como os Algoritmos Genéticos (18) ou *Particle Swarm Optimization* (17).

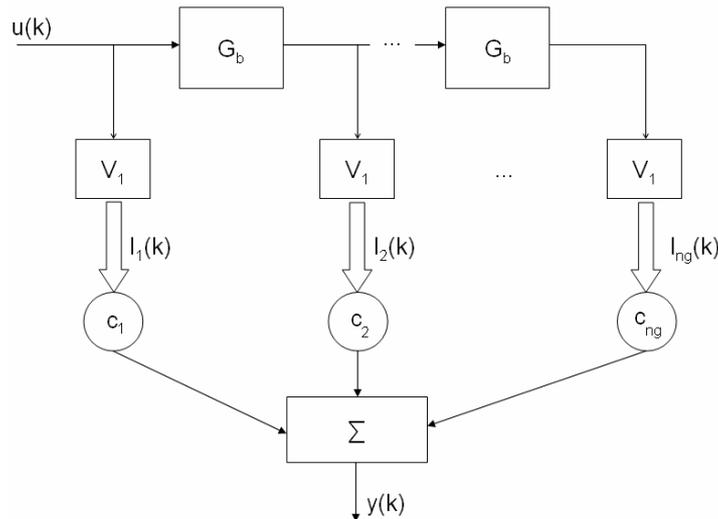


Figura 2 – Estrutura do modelo usando bases de funções ortonormais generalizadas.

4.0 - EXEMPLO DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, um exemplo de simulação ilustra o procedimento de identificação usando bases de funções generalizadas para obtenção de modelos de componentes de sistemas elétricos de potência. Neste sentido, alguns componentes do sistema elétrico possuem resposta em frequência suave, i.e., sem picos de ressonância. Um exemplo são as linhas de transmissão. Outros possuem resposta em frequência não suave, por exemplo, os transformadores de potência. Assim sendo, a seguir, dois casos são tratados: componentes com resposta em frequência suave e não suave.

A identificação do modelo é realizada através dos seguintes passos: a) Seleção da base de funções; b) Seleção do número de funções da base; c) Seleção dos pólos da base escolhida; d) Estimação dos parâmetros da série; a estimação é realizada através da resposta ao impulso do sistema real e e) Validação; a validação é realizada comparando-se as respostas em frequência do sistema real e do modelo obtido, dando origem ao índice MSE, descrito na equação (14).

$$MSE = \sum_{k=0}^N \frac{(Y(jkw_0) - \hat{Y}(jkw_0))^2}{N} \quad (14)$$

onde w_0 é o intervalo de discretização da resposta em frequência, N é o total de amostras dos dados, Y é a resposta em frequência do sistema e \hat{Y} é a resposta em frequência do modelo estimado.

4.1 Estudo de Caso 1: Linha de Transmissão (resposta em frequência suave)

Seja um sistema de 18^a ordem, apresentado em (5), criado para simular o comportamento de um sistema com resposta em frequência suave (uma linha de transmissão, conforme Figura 3).

Uma vez que a curva de resposta em frequência é suave, sem presença de picos de ressonância, em princípio não há necessidade da utilização de pólos complexos conjugados para identificar o sistema. Um modelo com bases de Laguerre com um único pólo real localizado em 0,55, 15 funções de base, possui MSE de 5,69E-06 e, com 50 funções, MSE de 1,31E-08 (15). Através da utilização do método *vector fitting*, modelos de 4^a , 6^a e 8^a ordens obtidos possuem MSE de 5,04E-07, 9,61E-10 e 3,84E-11, respectivamente (5).

No caso de modelos GOBF, a seleção dos pólos é mais complexa e um algoritmo de otimização não linear, baseado no critério de custo MSE é necessário para sua obtenção. Neste caso, a dimensão da base, i.e. o número de funções n_b , e a estrutura de cada função G_b da base, i.e., o número de pólos reais e o número de pólos complexos que forma cada função, devem ser definidos *a priori*. A Tabela 1 faz um comparativo dos melhores resultados obtidos. A aproximação do modelo #1 desta tabela é também ilustrada na Figura 3.

Analisando a Tabela 1, verifica-se boa aproximação do sistema utilizando baixas ordens. Comparando os valores previamente citados com a Tabela 1, nota-se a utilização de GOBF, isto é, devido a presença de mais de uma dinâmica no modelo, possibilitou a compactação dos modelos estimados e melhoria na aproximação obtida.

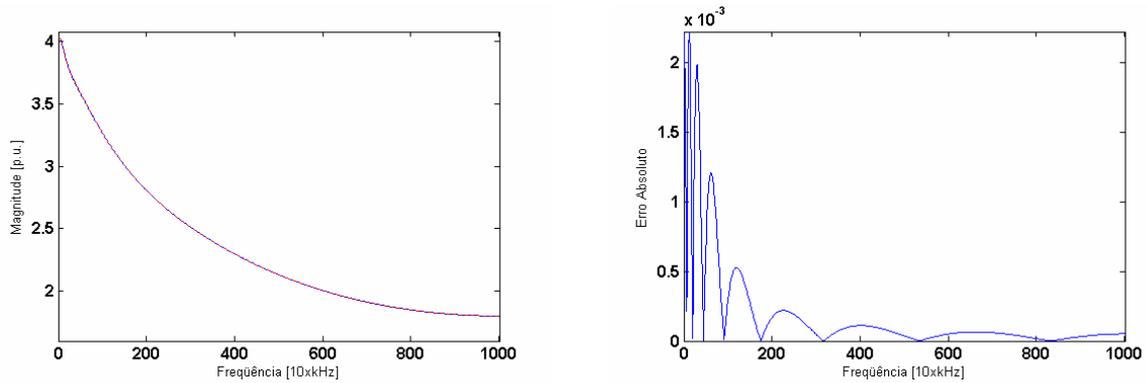


Figura 3 – a) Resposta em freqüência (suave) típica de uma linha de transmissão. b) Erro entre as curvas do sistema e a do modelo

Tabela 1 – Resultados para a linha de transmissão

#	Ordem	N_r	N_c	MSE	#	Ordem	N_r	N_c	MSE
1	4	4	0	1,441E-07	4	7	5	1	4,561E-12
2	5	3	1	9,511E-08	5	8	6	1	6,682E-13
3	6	2	2	4,596E-08					

* N_r é o número de pólos reais e N_c é o número de pares de pólos complexos conjugados presentes na base

4.2 Estudo de Caso 2: Transformador (resposta em freqüência não suave)

Seja um sistema de 18ª ordem, proposto em (5) e cuja resposta em freqüência é dada pela Figura 4. Uma vez que a curva de resposta em freqüência é não suave, bases de funções com pólos complexos, devem ser utilizadas. A Tabela 2 apresenta alguns resultados da aproximação do modelo com bases formadas por diferentes combinações de pólos reais e complexos, cuja localização foi determinada através de um método de otimização não linear (utilizando a mesma função custo e algoritmo de minimização citados previamente).

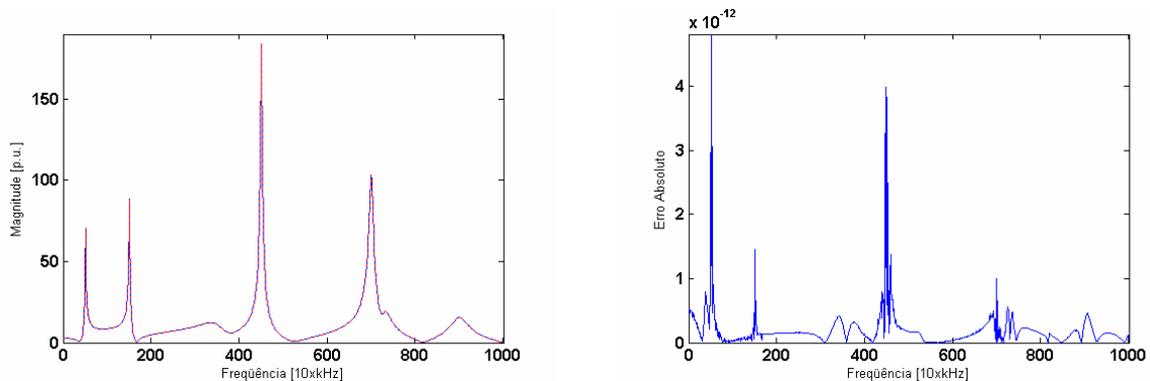


Figura 4 – a) Resposta em freqüência (não suave) típica de um transformador. b) Erro entre as curvas do sistema e a do modelo

Em (15), isto é, com uma base formada por somente um par de pólos complexos conjugados de localização $0,061 + j0,64$, são necessárias 500 funções de base para uma aproximação adequada, representada por um MSE de 3,88. Através da Tabela 2, nota-se uma melhor compactação e aproximação dos modelos obtidos. Por exemplo, no modelo identificado #1, a dimensão está reduzida em 96% (de 250 mil elementos, o sistema passou a ter apenas 400) e o MSE do erro de estimação foi levado a valores próximos de zero. Este modelo é também representado na Figura 4.

Tabela 2 – Resultados para o transformador

#	Ordem	N_r	N_c	MSE	#	Ordem	N_r	N_c	MSE
1	20	4	8	1,44E-25	4	16	2	7	1,98E-03
2	19	3	8	1,81E-25	5	14	0	7	3,57E-01
3	18	2	8	2,14E-10	6	13	5	4	5,12E-00

5.0 - CONCLUSÃO

A realização de simulações de sistemas elétricos com modelos confiáveis nas diferentes faixas de frequência vem se tornando cada vez mais relevante nos últimos anos. Para tanto, este trabalho apresentou a proposta de utilização de modelos formados por bases de funções ortonormais, em particular as bases de funções ortonormais generalizadas, na representação de componentes de sistemas elétricos de potência.

A utilização de bases ortonormais na modelagem de sistemas permite representar o componente de tal forma que a estrutura do modelo é baseada no erro da saída e linear nos parâmetros, isto é, uma regressão linear, o que preserva a convexidade do problema de identificação. Este trabalho apresentou os fundamentos desta técnica de identificação, ressaltando os princípios mais importantes, a seleção da base de funções.

A representação final do modelo é feita no formato espaço de estados, o que facilita sua incorporação em softwares de simulação dinâmica pré-existentes. Comparou-se o método proposto com a metodologia denominada *vector fitting* e com o caso de bases de funções ortonormais formadas por uma única dinâmica (Laguerre e Kautz). Em relação ao *vector fitting*, a utilização de bases ortonormais melhora a robustez numérica da estimação de parâmetros e permite a análise dos erros de estimação. Em relação às bases de Laguerre e Kautz, a utilização da estrutura GOBF permite uma redução na dimensão do modelo e aprimorando a qualidade da estimação obtida.

Exemplos de simulação ilustraram a modelagem de sistemas usando a metodologia proposta em componentes de sistemas elétricos com resposta em frequência suaves (eg, linha de transmissão) e não suaves (eg, transformador). Para ambos os casos a presença de diferentes tipos de dinâmicas, proporcionada pelos modelos GOBF, foi importante para a adequada representação dos sistemas, facilidade de incorporação dos modelos em pacotes de simulação de transitórios e diminuição do custo computacional para a simulação dos modelos obtidos.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Vaessen, P.T.M. Transformer Model For High Frequencies. IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 3, no. 4, 1998.
- (2) Gustavsen, B. Wide Band Modeling of Power Transformers. IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 19, n. 1, 2004.
- (3) Keyhani, A. and S. W. Chua, S. A. Sebo. Maximum Likelihood Estimation of Transformer High Frequency Parameters From Test Data. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 3, no. 4, 1998.
- (4) Degeneff R. C., W. J. McNutt, W. Neugebauer, J. Panek and M. E. McCallun, C. C. Honey. Transformer Response to System Switching Voltages. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. 101, no. 6, 1998.
- (5) Gustavsen, B. and A. Semlyen, Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, 1999.
- (6) Ljung, L. System Identification: Theory for the user. Prentice Hall, 2a ed., 1999.
- (7) P. Heuberger, P. V. den Hof, and B. Wahlberg, Eds., Modelling and Identification with Rational Orthogonal Basis Functions. Springer Verlag, 2005.
- (8) Takenaka, S. On the orthogonal functions and a new formula of interpolation. Japanese Journal of Mathematics II, pp 129-145, 1925
- (9) Malmquist, F. Sur la détermination d'une classe de fonctions analytiques par leurs valeurs dans un ensemble donné de points. Comptes Rendus du Sixième Congrès des mathématiciens scandinaves (Kopenhague) pp 253-259, 1925.
- (10) Ninness, B., Gibson, S. and Weller, S., Practical Aspects of Using Orthonormal System Parameterisations in Estimation Problems, IFAC, United States of America, 2000.
- (11) Ninness, B. and F. Gustafsson; A Unifying Construction of Orthonormal Bases for System Identification. Proc. of the Control and Decision Conference. Pp. 3388-3393. Orlando, FL, USA. 1994.
- (12) Van den Hof, P. M. J. and P. S. C. Heuberger and J. Bokor. System Identification with Generalized Orthonormal Basis Functions. Automatica, vol 3, number 12, pp 1821-1834, 1995.
- (13) Wahlberg B and P. M. Makila. Approximation of Stable Linear Dynamical Systems using Laguerre and Kautz Functions Automatica, vol. 32, no. 5, pp. 693-708, 1996.
- (14) Wahlberg, B., System Identification Using Kautz Models, IEEE Trans. on Automatic Control, vol 39, number 6, pp 1276-1282, 1994.
- (15) Oliveira, G. H. C., Modelagem de Componentes de Sistemas Elétricos de Potência Usando Bases de Funções Ortonormais. XVIII SNPTEE, Curitiba, 2005.
- (16) Fu, Y. and G. A. Dumont, An Optimum Time Scale for Discrete Laguerre Network, IEEE Transactions on Automatic Control, vol 38, number 6, pp 934-938, 1993.
- (17) Reginato, B. C e Oliveira, G. H. C., On Selecting the MIMO Generalized Orthonormal Basis Functions Poles by Using Particle Swarm Optimization, European Control Conference, *Aceito para publicação*, 2007.
- (18) Sabatini, A. M., A Hybrid Genetic Algorithm for Estimating the Optimal Time Scale of Linear Systems Approximations using Laguerre Models, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 5, pp. 1007-1011, 2000.