



**GRUPO I
GRUPO DE ESTUDO DE GERAÇÃO HIDRÁULICA - GGH**

O MÉTODO DE WINTER-KENNEDY APLICADO A PCH

**Gilberto Ferratto Bezerra*
Viviane P. Ferreira
CPH/PPGEM/UFMG**

**Carlos Barreira Martinez
CPH/ERH/UFMG**

**Jair Nascimento Filho
CPH/DEMEC/UFMG**

**Antônio Elísio Oliveira
CFLCL**

RESUMO

O trabalho apresenta uma leitura do método de Winter-Kennedy sob o ponto de vista metrológico. Mostra a aplicação do método em um pequeno modelo de turbina Francis, a obtenção de uma equação a partir de dados experimentais; contrasta a vazão e queda de pressão em várias seções de medição. Mostra também: uma análise metrológica do sistema de medição de pressão e das equações utilizadas; as incertezas das grandezas medidas; a incerteza da constante de Winter-Kennedy, e da medida da vazão ao se utilizar este método.

PALAVRAS-CHAVE

Medição de Vazão. Incerteza. Winter-Kennedy. Turbinas hidráulicas. PCH.

1.0 - INTRODUÇÃO

O método desenvolvido por Winter e Kennedy na década de 1920 é aplicado à medição de vazão em turbinas hidráulicas. O método de medição de vazão baseia-se em equacionar a vazão e a diferença de pressão estática entre duas tomadas de pressão localizadas no raio interno da caixa espiral, próximo ao rotor da turbina, e no raio externo da caixa espiral, longe do rotor. O objetivo deste trabalho está vinculado a: a possibilidade de aplicação do método independentemente da existência de modelo reduzido; a calibração do método em laboratório utilizando tubo de Pitot, e ao estudo de procedimento ligado à instalação do método em relação ao mensurando vazão, fundamentado nos resultados obtidos a partir de

ensaios em função do posicionamento dos pontos de tomada de pressão instalados numa caixa espiral de turbina com rotor Francis.

2.0 - MATERIAL E MÉTODOS

2.1-ANÁLISE METROLÓGICA DA EQUAÇÃO DE WINTER-KENNEDY

A equação de Winter-Kennedy a ser obtida tem a forma a seguir:

$$Q = C \sqrt{P}^n \quad (1)$$

Sendo:

Q = vazão (m³/s)

\sqrt{P} = queda de pressão entre os pontos de W.K. (Pa)

C = constante de Winter-Kennedy (ms⁻¹Pa⁻ⁿ)

n = expoente obtido durante a calibração do método

A forma utilizada para estimar a incerteza padrão combinada, $u_c(Y)$, de uma grandeza $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, função de x_i grandezas de entrada independentes é aplicar, na equação (1), a lei de propagação de incerteza escrita (BIPM, et alii, 1998) na forma a seguir:

$$u_c(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \right)^2 u(x_i)^2} \quad (2)$$

Após aplicar a equação 2 na equação 1, podemos dividir ambos os lados da equação resultante pela vazão e obter a incerteza padrão combinada da vazão em termos de incerteza padrão relativa:

$$\frac{u_c(Q)}{Q} = \frac{u(C)}{C} + n \frac{u(\Delta P)}{\Delta P} \quad (3)$$

2.1.1.A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DA CONSTANTE DA EQUAÇÃO DE WINTER-KENNEDY

A constante C da equação de Winter-Kennedy é obtida a partir de ensaios de medição da vazão aduzida à turbina e da diferença de pressão entre os orifícios de Winter-Kennedy utilizando a seguinte equação:

$$C = \frac{Q^*}{\Delta P^n} \quad (4)$$

Sendo:

Q^* = vazão do sistema de medição padrão

O expoente n da equação 4, aparece na literatura com valores iguais ou próximos a 0,5. As grandezas de entrada, Q^* e ΔP apresentam dependência estatística. Segundo Gonçalves Jr, 2001, para estimar a incerteza combinada de duas ou mais grandezas de entrada estatisticamente dependentes, deve ser levado em conta que cada grandeza pode, ao mesmo tempo, assumir seus valores extremos dentro de suas faixas de incerteza; o valor estimado geralmente representa os limites da variação máxima possível. Uma expansão em termos de série de Taylor de uma função, $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, após a eliminação de termos de ordem mais altas e redução a termos semelhantes leva à expressão a seguir:

$$u_c(Y) = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

Aplicando-se a equação 5 na equação 4 obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{u_c(C)}{C} = \frac{u_c(Q^*)}{Q^*} + n \frac{u_c(\Delta P)}{\Delta P} \quad (6)$$

2.1.2.A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DA DIFERENÇA DE PRESSÃO

O sistema de medição de diferença de pressão é um manômetro de coluna líquida com "U" invertido. O manômetro de coluna líquida é considerado bastante preciso. O modelo matemático da medida indireta da diferença de pressão é:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad (7)$$

Sendo:

P = pressão (Pa);

g = aceleração da gravidade (m/s^2);

ρ = massa específica

h = diferença de altura das colunas do manômetro (mm);

A incerteza combinada de ΔP pode ser calculada por meio da seguinte equação:

$$u_c(\Delta P) = \Delta P \sqrt{\left(\frac{u(g)}{g} \right)^2 + \left(\frac{u(\rho)}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{u(\Delta h)}{\Delta h} \right)^2} \quad (8)$$

A análise metrológica da expressão anterior leva em conta características do ambiente do experimento e do escoamento teórico antes da montagem do experimento. A grandeza a ser lida no instrumento de medição é Δh , podemos desconsiderar as incertezas das outras grandezas envolvidas na equação (7) se os valores forem muito pequenos em relação à incerteza de Δh sem prejuízo da precisão dos cálculos.

O primeiro termo entre parênteses do lado direito da equação é a incerteza relativa da aceleração da gravidade, esta pode ser determinada com incerteza de 1/1000.

O segundo termo do lado direito da equação é a incerteza relativa da massa específica. Uma equação para cálculo da massa específica da água em função da temperatura

$$\rho(T) = 1000 [0,017(T - 4)]^{1,7} \pm 0,2\% \quad (9)$$

As condições do ambiente do experimento podem ser vistas na tabela 1

TABELA 1 _ CONDIÇÕES DO EXPERIMENTO

Temperatura do fluido	298,16K
Altitude	850 m
Aceleração da gravidade	(9,7836±0,009)m/s ²
Fluido para testes	água
Vazão máxima	0,01368 m ³ /s
Diâmetro da tubulação de adução	0,066 m
Velocidade média máxima	4 m/s
Máxima ΔP teórica no Pitot	7984 Pa
Máximo Δh teórico no manômetro	0,8155 m

O balanço teórico de incerteza simplificado para o manômetro, é mostrado na TABELA 2.

TABELA 2 _ BALANÇO DE INCERTEZA DO MANÔMETRO

Grandeza	VB	Distrib.	K ₉₅	u _p	ν
g (m/s^2)	0,0098	Normal	2	0,005	∞
ρ (kg/m^3)	1,993	Normal	2	0,995	∞
Δh (mm)	0,500	Retangular	3 ^{1/2}	0,289	∞

Na tabela 2 VB é o valor da incerteza expandida, k_{95} é o fator de abrangência e ν o grau de liberdade.

2.1.3- A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DA VAZÃO PADRÃO

O sistema de medição de vazão utilizado como padrão foi o tubo de Pitot calibrado com LDA pelo método descrito por Andrade, 2000, cuja equação fornecida é:

$$V(\square h) = K(\square h)^{0,4924} \quad (10)$$

sendo:

$$K = (0,1268 \pm 0,03216) \text{ ms}^{-1} \text{ mm}^{-0,4924};$$

$$u_c(K) = 0,016079 \text{ ms}^{-1} \text{ mm}^{-0,4924};$$

$$k_{95} = 2,102$$

A vazão é calculada por:

$$Q^* = AV_m^* \quad (11)$$

sendo:

V_m^* = vazão média obtida com o próprio Pitot

A é calculada por meio de fator de velocidade, (Delmée, 1983):

$$V_m^* = F_v V_c \quad (12)$$

sendo:

F_v = Fator de velocidade;

V_c = Velocidade central na tubulação de adução

O fator de velocidade pode ser calculado (Coelho, 1983) como segue:

$$F_v = \frac{1}{10} \frac{\sum_{i=1}^{10} \sqrt{\square h_i}}{\sqrt{\square h_c}} \quad (13)$$

sendo:

$\square h_i$ = diferença de altura de coluna líquida de manômetro ligado ao tubo de Pitot nos pontos de leitura;

$\square h_c$ = diferença de altura de coluna líquida de manômetro ligado ao tubo de Pitot no centro da tubulação.

Pode-se calcular a incertezas da vazão como segue:

$$u_c(Q^*) = \left[Q^{*2} \frac{u(A)^2}{A^2} + \frac{u(V_m^*)^2}{V_m^{*2}} \right]^{1/2} \quad (14)$$

sendo:

A = Área

A incerteza relativa padrão da velocidade média é:

$$\frac{u(V_m^*)}{V_m^*} = \left[\frac{u(F_v)^2}{F_v^2} + \frac{u(V_c^*)^2}{V_c^{*2}} \right]^{1/2} \quad (15)$$

A incerteza padrão relativa da área é:

$$\frac{u(A)}{A} = \left(2 \frac{u(D)}{D} \right) \quad (16)$$

sendo:

D = diâmetro

A medida do diâmetro da tubulação é 66 mm. A valor de divisão da escala do paquímetro utilizado é 0,02 mm.

2.2 A MONTAGEM DO EXPERIMENTO

Para o estudo do método de Winter-Kennedy utilizou-se uma montagem em acordo com a FIGURA 1. Um reservatório superior foi abastecido por água do reservatório inferior, pela ação de uma bomba centrífuga ligada à rede elétrica por meio de um inversor de frequência; o reservatório superior forneceu água para a turbina; o excesso entre a vazão da bomba e a vazão aduzida à turbina escoou pelo ladrão de maneira que o nível do reservatório superior foi mantido constante, acompanhou-se o nível do reservatório inferior por meio de uma régua.

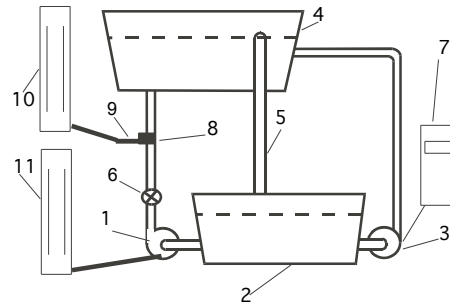


FIGURA 1 _ ESQUEMA DA MONTAGEM DO EXPERIMENTO, ONDE SE VÊ: 1, TURBINA; 2, RESERVATÓRIO INFERIOR; 3, BOMBA; 4, RESERVATÓRIO SUPERIOR; 5, LADRÃO; 6, REGISTRO; 7 INVERSOR DE FREQUÊNCIA; 8 TAP; 9 TUBO DE PITOT; 10 MANÔMETRO; 11 MANÔMETRO; A LINHA TRACEJADA INDICA O NÍVEL DOS RESERVATÓRIOS.

No trecho reto da tubulação, anterior ao registro, colocou-se um "tap" para o tubo de Pitot, o qual foi ligado a um manômetro de coluna líquida para a medição indireta da velocidade ao longo da seção transversal.

Para obter um regime permanente na montagem do experimento utilizou-se um inversor de frequência ligado ao conjunto moto-bomba, cujo valor da frequência foi ajustado de acordo com a abertura do registro de forma a manter constante o nível do reservatório superior.

Escolheu-se 6 rotações para a turbina, em função da vazão disponível na instalação: 700 rpm, 800 rpm, 900 rpm, 1000, 1100 rpm e 1200 rpm. Para obter a vazão constante para a turbina acompanhou-se a sua velocidade por meio da ação sobre o registro de alimentação e com o auxílio de um tacômetro.

Instalou-se pares de orifícios de Winter-Kennedy em oito seções radiais da caixa espiral. A primeira seção foi localizada a partir da seção de entrada, zero graus, com um ângulo de 15 graus, e repetiu-se o mesmo ângulo entre todas as seções de medição até 120 graus, FIGURA 2.

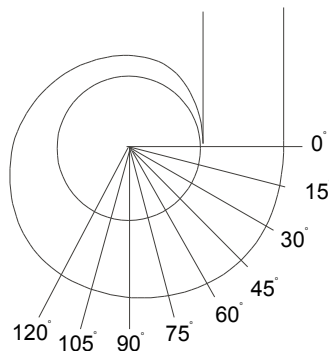


FIGURA 2 _ POSICIONAMENTO DAS SEÇÕES DE MEDIÇÃO DE QUEDA DE PRESSÃO ENTRE OS PONTOS DE WINTER-KENNEDY A PARTIR DA SEÇÃO DE ENTRADA

Em cada seção de medição há um par de pontos. O ponto de maior pressão, P_e , foi localizado na parte externa da carcaça, mais distante do rotor, o ponto de menor pressão P_i mais próximo do rotor. O ângulo α medido entre as tomadas de pressão em relação ao centro da parte circular da seção transversal foi de 130° . A FIGURA 3 mostra um par de pontos numa seção de medição.

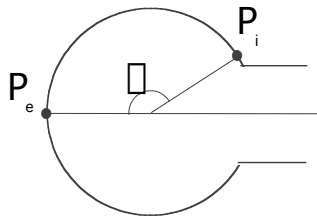


FIGURA 3 _ REPRESENTAÇÃO DE PARTE DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA CAIXA ESPIRAL EM QUE SE VÊ O POSICIONAMENTO DAS TOMADAS DE PRESSÃO P_e P_i E O ÂNGULO ENTRE ELAS.

Após equilibrada a vazão que permitiu a velocidade desejada, por meio dos recursos citados anteriormente, procedeu-se a anotação das leituras da diferença de altura das colunas líquidas do manômetro para cada seção de medição. As leituras da diferença de altura das colunas líquidas do manômetro para cada seção de medição foram obtidas sucessivamente por meio da ligação de cada dos um pares de pontos da caixa espiral ao manômetro. Simultaneamente foram lidas e registradas as diferenças de altura das colunas líquidas do manômetro ligado ao tubo de Pitot ao longo da seção transversal da tubulação de adução.

Para cada uma das velocidades desejadas, repetiram-se os procedimentos descritos anteriormente para equilibrar uma nova vazão, e os processos de leitura da queda de pressão na caixa espiral e no tubo de Pitot.

3.0 - RESULTADOS E DISCUSSÕES.

3.1 A MEDIÇÃO DA DIFERENÇA PRESSÃO

A TABELA 3 mostra a estimativa teórica, por meio da equação 8, para a incerteza combinada padrão da medição de pressão utilizando um manômetro de coluna líquida com "U" invertido. O fluido manométrico é água; as condições do experimento foram dadas na TABELA 1, com base no balanço teórico de incerteza dado na tabela 2.

TABELA 3 _ DADOS CALCULADOS POR MEIO DA EQUAÇÃO 8

Δh (mm)	ΔP (Pa)	$u_c(\Delta P)/\Delta P$	$u_p(\Delta P)$ (Pa)
1	9,74	28,868%	2,81
10	97,39	2,889%	2,81
100	973,93	0,310%	3,01
200	1947,86	0,183%	3,56
400	3895,72	0,133%	5,18
600	5843,58	0,122%	7,11
800	7791,44	0,117%	9,15
1000	9739,30	0,115%	11,25

A tabela 4 mostra os resultados do cálculo da incerteza relativa padrão de Δh

TABELA 4 _ A INCERTEZA RELATIVA PADRÃO DE $\Delta H\%$

Δh (mm)	$(u(\Delta h)/(\Delta h))$ (%)	Δh (mm)	$(u(\Delta h)/(\Delta h))$ (%)
1	28,87%	75	0,38%
10	2,89%	100	0,29%
20	1,44%	200	0,14%
30	0,96%	400	0,07%
40	0,72%	600	0,05%
50	0,58%	800	0,04%
60	0,48%	1000	0,03%

As contribuições das incertezas relativas padrões da aceleração da gravidade e da massa específica em função da temperatura são respectivamente: 0,046% e 0,100%. Percebe-se que já em Δh igual a 30 mm a incerteza relativa padrão de Δh e da massa específica não diferem por um fator maior que 10.

3.2-Incerteza na medição da Vazão

A medição da vazão seguiu os procedimentos descritos por Coelho (1983) e Delmée (1983). Os resultados das vazões são apresentados na tabela 5.

TABELA 5. MEDIDAS DA VAZÃO

Rotação (rpm)	V. média (m/s)	V. central (m/s)	Vazão $\times 10^{-3}$ (m^3/s)
700	1,069	1,345	3,657
800	1,158	1,419	3,963
900	1,220	1,495	4,174
1000	1,290	1,599	4,412
1100	0,811	1,731	4,800
1200	1,460	1,833	4,996

3.3 AS MEDIDAS DE QUEDA DE PRESSÃO NA CAIXA ESPIRAL

Os valores das medições de diferença de altura de coluna líquida do manômetro, em mm, efetuados nas oito seções de medição na caixa espiral para cada uma das vazões estudadas são mostrados na TABELA 5, os dados podem ser visualizados para comparação no gráfico da FIGURA 4.

TABELA 5 _ VALORES DE DIFERENÇA DE ALTURAS DE COLUNAS DO MANÔMETRO (mm)

Posição graus	700 (rpm)	800 (rpm)	900 (rpm)	1000 (rpm)	1100 (rpm)	1200 (rpm)
15	123,0	141,0	152,0	180,0	200,0	221,0
30	172,0	193,0	219,0	242,0	284,5	320,5
45	181,0	209,5	239,0	250,0	296,5	335,5
60	203,5	232,0	263,0	304,0	358,0	385,0
75	168,0	192,0	219,0	250,0	285,5	312,5
90	171,0	190,0	218,0	242,0	287,0	314,5
105	162,0	181,0	206,0	230,0	273,5	298,5
120	145,0	160,0	182,0	202,0	238,0	258,0

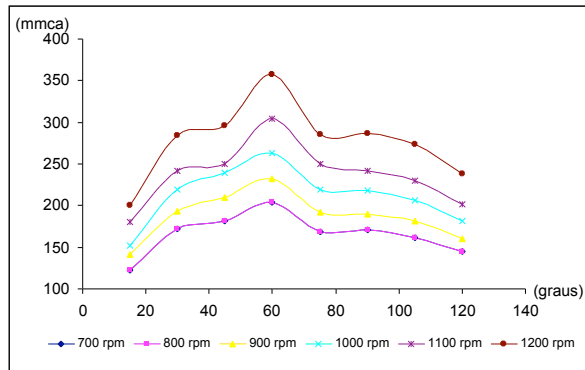


FIGURA 4 _ GRÁFICO DA QUEDA DE PRESSÃO EM TORNO DA CAIXA ESPIRAL EM QUE SE VÊ A DIFERENÇA DE ALTURA DAS COLUNAS LÍQUIDAS DO MANÔMETRO PARA TOMADAS DE PRESSÃO LOCALIZADAS .

O gráfico mostra que para todas as vazões a maior queda de pressão é verificada a uma distância angular de 60° em relação à seção de entrada.

A TABELA 6 MOSTRA OS VALORES DE C MULTIPLICADOS POR 10⁻⁵, A CONSTANTE DA EQUAÇÃO DE WINTER-KENNEDY PARA O COEFICIENTE N IGUAL 0,5.

n. rotações (rpm)	15°	30°	45°	60°
700	10,52	8,89	8,67	8,21
800	10,64	9,10	8,73	8,33
900	10,80	9,00	8,61	8,24
100	10,49	9,05	8,90	8,11
1100	10,83	9,08	8,89	8,13
1200	10,72	8,90	8,70	8,16

A TABELA 7 MOSTRA OS VALORES DE C A CONSTANTE DA EQUAÇÃO DE WINTER-KENNEDY MULTIPLICADOS POR 10⁻⁵, PARA n IGUAL 0,5.

rotações (rpm)	75°	90°	105°	120°
700	9,00	8,92	9,16	9,69
800	9,12	9,17	9,39	9,99
900	9,00	9,02	9,27	9,87
100	8,90	9,05	9,28	9,90
1100	9,06	9,04	9,26	9,92
1200	9,01	8,99	9,22	9,22

O gráfico da figura 5 permite visualizar como varia o valor da constante de Winter-Kennedy com o ângulo da seção de medição

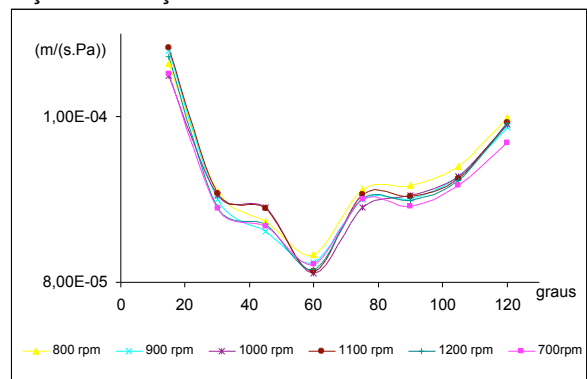


FIGURA 5 – GRÁFICO DA CONSTANTE DE WINTER-KENNEDY COM O ÂNGULO DA SEÇÃO DE MEDIÇÃO

O ponto de maior diferença de pressão entre um par de pontos de medição na caixa espiral é 60°, a TABELA 8 e TABELA 9. apresentam os resultados da incerteza estimada para essa seção de medição.

TABELA 8 – INCERTEZAS RELATIVAS DE GRANDEZAS MEDIDAS

rotação (rpm)	$(u(V_c)/V_c)^2 \times 10^{-3}$	$(u(F_v)/F_v)^2 \times 10^{-6}$	$u(V_m)/V_m$
700	0,143	0,115	0,0121
800	0,128	0,089	0,0113
900	0,115	0,071	0,0107
1000	0,101	0,056	0,0100
1100	0,086	0,040	0,0092
1200	0,076	0,032	0,0087

TABELA 9 – INCERTEZAS RELATIVAS DAS MEDIDAS DE VAZÃO, PRESSÃO DA CONSTANTE DA EQUAÇÃO 1 E A INCERTEZA RELATIVA EXPANDIDA DA CONSTANTE

rotações (rpm)	$u(Q^*)/Q^*$	$n (u_c(\square P)/\square P) \times 10^{-3}$	$u_c(C)/C \times 10^{-3}$	$U(C)/C$
700	1,20%	0,08%	1,27%	2,54%
800	1,13%	0,07%	1,20%	2,40%
900	1,08%	0,06%	1,14%	2,27%
100	1,01%	0,06%	1,06%	2,12%
1100	0,93%	0,05%	0,98%	1,96%
1200	0,88%	0,05%	0,92%	1,85%

TABELA 10 – VALORES DE VAZÃO, E DE INCERTEZAS RELATIVAS PADRÃO E EXPANDIDA ESTIMADA DO MÉTODO DE WINTER-KENNEDY, PARA A TURBINA ESTUDADA, SEÇÃO DE MEDIÇÃO A 60° DA SEÇÃO DE ENTRADA DA CAIXA ESPIRAL.

rotações (rpm)	u(Q)/Q	U(Q)/Q	Q(l/s)
700	1,275%	2,55%	3,6570
800	1,203%	2,41%	3,9629
900	1,139%	2,28%	4,1738
100	1,062%	2,12%	4,4118
1100	0,979%	1,96%	4,8003
1200	0,925%	1,85%	4,9963

4.0 – CONCLUSÃO

Para o modelo de turbina estudado, a constante da equação de Winter-Kennedy, equação 1, tem comportamento semelhante para todas as vazões estudadas, ou seja, independe da seção de medição e é inversamente proporcional à queda de pressão.

Do ponto de vista metrológico, embora pequenas, as incertezas de massa específica e aceleração de gravidade não podem ser totalmente negligenciados, pois uma fonte de incerteza deve ser pelo menos dez vezes menor que as demais para ser desprezada.

A incerteza da constante da equação Winter-Kennedy, foi fortemente influenciada pela incerteza do padrão medidor de vazão, que é maior que a incerteza do manômetro. Para a mesma vazão a queda de pressão ao longo das seções de medição aumenta a partir de 15°, tem crescimento suave entre 30° e 45°, é máxima em 60°. Então, a melhor seção de medição deve estar em torno de 60° a partir da seção de entrada, sob o ponto de vista de queda pressão. Observa-se também que a incerteza do método diminui à medida que a vazão aumenta. O método atende à medição com uma incerteza relativa expandida de 1,85% para a maior vazão e 2,55% para a menor vazão.

5.0-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) BIPM, IEC, ISO, IUPAC e OML, Guia para a expressão da incerteza de medição, 2ª edição, Rio de Janeiro, 1998 ABNT, INMETRO, SBM.
- (2) Andrade, Luiz Augusto, Calibração de Tubo de Pitot Cole para a Medição de Grandes Vazões Utilizando Anemometria Laser; Tese de Mestrado. Belo Horizonte, 2002, 196 pp, DEMEC-Universidade Federal de Minas Gerais
- (3) Delmée, Gérard Jean. Manual de medição de vazão. 2. ed. São Paulo, 1982, Edgard Blücher,
- (4) Holman, J. P. Experimental Methods for Engineers. 6. ed. New York: McGraw-Hill, 1994.
- (5) Müller, Hans Paul. Measurement of the pressure in the spiral casing. Voith Research and Construction, Vol. 19e, Paper 4, 1969.
- (6) COELHO, Adalberto Cavalcanti. Medição de água e controle de perdas. 2. ed. Rio de Janeiro:

Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental – ABES, fev. 1983.

- (7) SOUZA, Zulcy. As bases teóricas do método Winter Kennedy para medida de vazão em máquinas de fluxo. Laboratório Hidromecânico, Escola Federal de Itajubá, Paper 1, 1979.
- (8) Maciel, Marco A.D. et alli, Erros da Indicação de instrumentos de pesagem não automáticos devido a aceleração da gravidade, Anais do II Congresso Brasileiro de Metrologia, São Paulo, 4-7 de Dezembro 2000, SBM, SCTDE-SP, SENAI-DN, INMETRO
- (9) Gonçalves Jr., Armando Albertazzi, Metrologia Parte I, 1-2001, Laboratório de Metrologia e Automatização, DEMEC UFSC, Florianópolis, 2001.
- (10) White, Frank M., Fluid Mechaincs, 3 edição, New York, 1994, Ed. Mac Graw Hill.