



V SBQEE

Seminário Brasileiro sobre Qualidade da Energia Elétrica

17 a 20 de Agosto de 2003

Aracaju – Sergipe – Brasil



Código: AJU 03 118

Tópico: Modelagens e Simulações

## FLUXO DE CARGA HARMÔNICO TRIFÁSICO VIA MÉTODO SOMATÓRIO DE CORRENTE

Maria Emília de Lima Tostes\*

Carminda Célia Moura de Moura

Ubiratan Holanda Bezerra

Rogério Diogne de Souza e Silva

Tadeu da Mata Medeiros Branco

Universidade Federal do Pará  
Centro Tecnológico

### RESUMO

Apresenta-se neste artigo o desenvolvimento de um algoritmo de fluxo de carga harmônico baseado no método somatório de correntes, utilizando uma modelagem trifásica para a representação dos elementos da rede elétrica. A metodologia proposta é adequada para redes de distribuição radiais e incorpora a representação de barras do tipo P-V no cálculo do fluxo de carga fundamental, tornando o algoritmo apropriado para a representação de geração distribuída inserida nas redes de distribuição. As cargas são representadas por fontes de correntes, tanto na componente fundamental como nas componentes harmônicas. Resultados preliminares da aplicação dessa metodologia são apresentados, comentando-se os aspectos envolvidos.

### PALAVRAS-CHAVE

Fluxo de Carga Harmônico; Distorção Harmônica de Tensão; Método Somatório de Corrente; Qualidade de Energia.

### 1.0 - INTRODUÇÃO

Quando um sistema elétrico fica submetido a injeções harmônicas, é necessário avaliar o seu comportamento nas frequências harmônicas presentes, uma vez que o aparecimento de distorções nas ondas de tensão e corrente provoca efeitos indesejáveis, tais como perdas ativas /reativas adicionais, sobreaquecimento em máquinas e bancos de capacitores, interferência

na operação de equipamentos de controle e nas comunicações, entre outros.

Além destes aspectos, a penetração de frequências harmônicas na rede de distribuição pode determinar graves problemas em pontos bastante distantes das fontes de harmônicos, devido à ocorrência de ressonâncias, que dependem da configuração momentânea do sistema.

Hoje as empresas concessionárias de distribuição de energia elétrica precisam de uma ferramenta que possa avaliar o comportamento do sistema em operação, frente à existência e o crescimento constante de cargas não-lineares nas redes de distribuição. Também deve-se desenvolver metodologias adequadas para a representação da geração distribuída ligada às redes de distribuição, o que hoje representa uma componente importante nos sistemas de energia elétrica.

Visando contribuir nesta direção, o presente trabalho propõe a formulação de um algoritmo de fluxo de carga trifásico para redes de distribuição, levando em consideração a representação de barras P-V, através do método somatório de correntes. Este método foi escolhido por ser adequado para o tratamento das cargas harmônicas, que via de regra são representadas por fontes de correntes harmônicas.

Para a implementação do algoritmo de fluxo de carga harmônico faz-se necessário o uso de modelos trifásicos adequados para reproduzir o

comportamento dos elementos da rede elétrica frente às diversas frequências harmônicas, características dos sistemas de distribuição [2], [3] e [4], as quais são frequências tipicamente de ordens baixas como 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e etc..

## 2.0 - MODELOS UTILIZADOS NO EQUACIONAMENTO

A geração de distorções harmônicas constitui-se um fenômeno não linear complexo, desequilibrado por fase, que por si só exige uma modelagem trifásica para a rede elétrica e cargas. Portanto os elementos tradicionais como linhas, cabos, transformadores, bancos de capacitores/reatores podem ter seus modelos trifásicos como segue:

### 2.1 Modelos de Linhas e Cabos

Linhas e cabos, em estudos envolvendo frequências harmônicas, devem ser representados por um modelo  $\pi$  por fase, contendo uma impedância série e uma admitância shunt variáveis com a frequência como mostrado esquematicamente na figura 1.

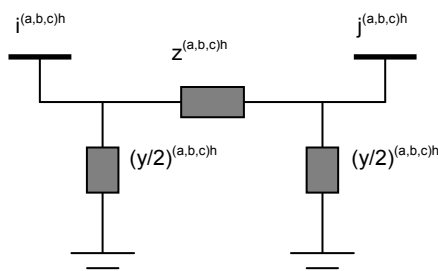


Figura 1-Representação esquemática do modelo  $\pi$  trifásico para linhas e cabos

Na figura 1 tem-se que:

$i^{(a,b,c)h}$ ,  $j^{(a,b,c)h}$  - representação trifásica para os nós i e j, nas frequências harmônicas  $h$ ;

$z^{(a,b,c)h} = r^{(a,b,c)} + jhx_t^{(a,b,c)h}$  - impedâncias série para as fases a, b e c na frequência harmônica  $h$ ;  
 $y^{(a,b,c)h} = g^{(a,a,b)} + jhb^{(a,b,c)h}$  - admitâncias shunt para as fases a, b e c na frequência harmônica  $h$ ;

Modelos simplificados podem ser obtidos desconsiderando a condutância shunt, a susceptância shunt e muitas vezes a resistência série.

Caso seja importante considerar o efeito pelicular sobre a resistência série, isso pode ser feito

considerando correções do valor da resistência à frequência fundamental  $r_1$  como sugerido em [2] e [6], dado pelas expressões 1 e 2:

$$r_h = r_1 \left( 1 + \left( \frac{0,646h^2}{192 + 0,518h^2} \right) \right) \text{ para linhas} \quad (1)$$

$$r_h = r_1 (1,187 + 0,532\sqrt{h}) \text{ para cabos} \quad (2)$$

onde:

$r_1$  - resistência à frequência fundamental;  
 $r_h$  - resistência à frequência harmônica de ordem  $h$ .

Indutâncias (reatâncias) mútuas são consideradas entre as fases, na frequência fundamental.

### 2.2 Modelos de Transformadores

O transformador em fase é representado por um circuito  $\pi$  para cada fase, na frequência fundamental, e nas frequências harmônicas, como ilustrado na figura 2.

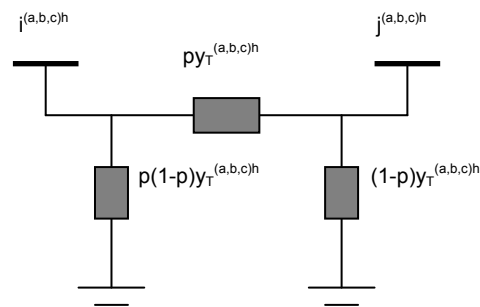


Figura 2 - Representação trifásica transformador em fase

Onde:

$p$  - Posição do tape;

$y_T^{(a,b,c)h}$  - admitâncias de dispersão das fases a, b, c nas frequências harmônicas  $h$ , sendo calculada como na equação 3 [6]:

$$y_T^{(a,b,c)h} = \frac{1}{r^{(a,b,c)} \sqrt{h + jx_t^{(a,b,c)} h}} \quad (3)$$

onde:

$r$  - resistência obtida da potência de perdas;  
 $x_t$  - Reatância de curto circuito do transformador.

### 2.3 Capacitor/Indutor shunt

São representados respectivamente por suas susceptância e reatância por fase, nas frequências harmônicas, conforme ilustrado nas figuras 3(a) e 3(b).

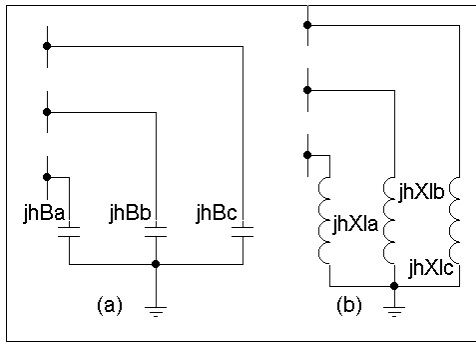


Figura 3 – Representação trifásica de banco de capacitores (3(a)) e indutores(3(b)), sendo  $B_c^{(a,b,c)}$  e  $X_L^{(a,b,c)}$  as susceptâncias e reatâncias das fases a, b, c na frequência fundamental.

### 3.0 - ANÁLISE MULTIFÁSICA DE FLUXO HARMÔNICO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO SOMATÓRIO DE CORRENTES

O método Somatório de Correntes soluciona o problema de fluxo de potência em redes radiais com a aplicação direta das leis de Kirchoff das correntes e das tensões[1].

Diferentemente dos métodos clássicos nodais usados para redes radiais de distribuição, este algoritmo é orientado por ramos divididos em camadas.

A figura 4 apresenta uma rede radial típica de distribuição com  $n$  nós e  $n-1$  ramos. A definição de cada camada pode ser vista nesta figura pelas linhas horizontais tracejadas, e numeradas a partir da barra fonte da subestação.

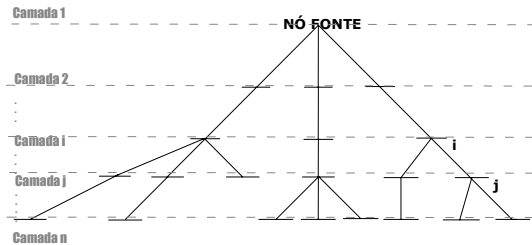


Figura 4 – Rede radial dividida em camadas.

Para uma representação trifásica da rede elétrica, o que é uma prática recomendada para a análise de penetração harmônica na rede primária de distribuição, o esquema da figura 4 é representado para as fases a-b-c. Acoplamentos mútuos entre as fases podem ser considerados.

Tomando-se dois nós genéricos  $i$  e  $j$ , e  $r$  nós ligados à jusante do nó  $j$ , pode-se construir a figura 5 para representar a generalização trifásica para a dedução das relações de tensão, corrente e potência nas fases a-b-c da rede de distribuição, envolvendo as componentes harmônicas de ordem  $h$ , sendo  $h = 1, 2, 3, \dots$ [5].

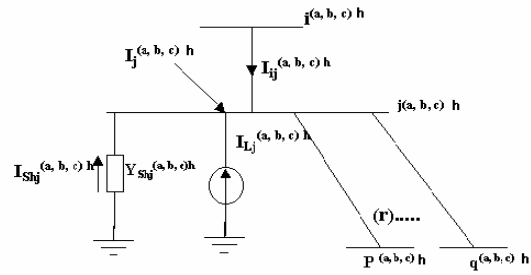


Figura 5 – Representação Trifásica Genérica de um Trecho da Rede de Distribuição

Para um melhor entendimento da figura 5, defina-se:

- $i^{(a,b,c)}$ ,  $j^{(a,b,c)}$ ,  $p^{(a,b,c)}$ ,  $q^{(a,b,c)}$  - representação trifásica genérica para os nós  $i$ ,  $j$ ,  $p$  e  $q$  respectivamente;
- $I_{ij}^{(a,b,c)h}$  - correntes harmônicas complexas de ordem  $h$  que circulam nas fases a, b e c dos ramos  $i^{(a,b,c)}-j^{(a,b,c)}$ ;
- $I_j^{(a,b,c)h}$  - injeções de correntes harmônicas complexas de ordem  $h$  nas fases a, b e c do nó trifásico  $j^{(a,b,c)}$ ;
- $I_{Lj}^{(a,b,c)h}$  - correntes de cargas harmônicas complexas de ordem  $h$  injetadas no nó trifásico  $j^{(a,b,c)}$ ;
- $I_{shj}^{(a,b,c)h}$  - correntes harmônicas complexas shunt de ordem  $h$  injetadas no nó trifásico  $j^{(a,b,c)}$ .

Para a representação genérica mostrada na figura 5 pode-se escrever as seguintes relações para as correntes incidentes no nó:

$$I_j^{(a,b,c)h} = I_{ij}^{(a,b,c)h} + I_{Lj}^{(a,b,c)h} + I_{shj}^{(a,b,c)h} \quad (4)$$

Onde:

$$I_j^{(a,b,c)h} = \sum I_{jr}^{(a,b,c)h} \quad (\text{para } r^{(a,b,c)} \neq i^{(a,b,c)}) \quad (5)$$

$$I_{ij}^{(a,b,c)h} = (E_i^{(a,b,c)h} - E_j^{(a,b,c)h}) Y_{ij}^{(a,b,c)h} \quad (6)$$

$$I_{shj}^{(a,b,c)h} = E_j^{(a,b,c)h} Y_{shj}^{(a,b,c)h} \quad (7)$$

Nas expressões (6) e (7) tem-se que:

- $E_i^{(a,b,c)h}$ ,  $E_j^{(a,b,c)h}$  - tensões nodais complexas harmônicas de ordem  $h$  nas fases a,b,c dos nós  $i^{(a,b,c)}$  e  $j^{(a,b,c)}$  respectivamente;
- $Y_{ij}^{(a,b,c)h}$  - admitância série harmônica de ordem  $h$  para as fases a,b,c do ramo trifásico  $i^{(a,b,c)}-j^{(a,b,c)}$ ;
- $Y_{shj}^{(a,b,c)h}$  - admitância shunt harmônica de ordem  $h$  conectada ao nó trifásico  $j^{(a,b,c)}$

As tensões harmônicas em cada fase podem ser obtidas a partir da equação (8), apresentada a seguir:

$$E_j^{(a,b,c)h} = E_i^{(a,b,c)h} - Z_{ij}^{(a,b,c)h} I_{ij}^{(a,b,c)h} \quad (8)$$

Onde:

$Z_{ij}^{(a,b,c)h}$  - impedância harmônica de ordem h das fases a,b,c do ramo  $i^{(a,b,c)}-j^{(a,b,c)}$

As tensões e correntes totais resultantes das distorções harmônicas podem ser calculadas, em cada ponto de interesse, pela soma fasorial de todas as respectivas componentes harmônicas, ou seja:

$$I_j^{(a,b,c)} = \sum_{h=1}^{\infty} I_j^{(a,b,c)h} \quad (9)$$

$$I_{ij}^{(a,b,c)} = \sum_{h=1}^{\infty} I_{ij}^{(a,b,c)h} \quad (10)$$

$$E_j^{(a,b,c)} = \sum_{h=1}^{\infty} E_j^{(a,b,c)h} \quad (11)$$

### 3.1 Programa Computacional

Neste ítem são descritas algumas das características do programa computacional, desenvolvido na linguagem C++ builder, para análise multifásica de fluxo harmônico em redes radiais de distribuição de energia.

O fluxograma do programa, figura 6, é composto por diversas rotinas, as quais efetuam tarefas de determinação da topologia da rede, cálculo de correntes e tensões, avaliação da convergência e apresentação de resultados.

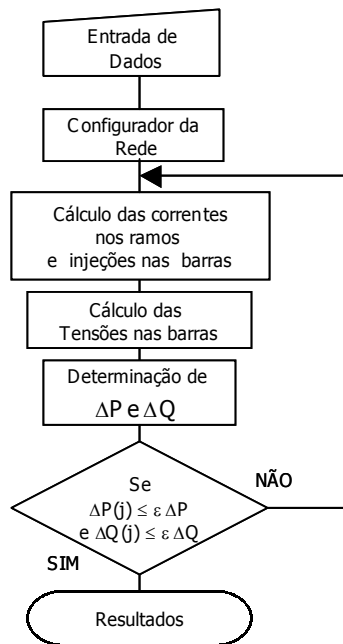


Figura 6 – Fluxograma Resumido do Programa

#### 3.1.1 Reconhecimento da configuração da Rede Elétrica

A cada iteração do método Somatório de Correntes, a rede em estudo é inicialmente percorrida a partir dos nós terminais em direção ao nó fonte efetuando-se o cálculo das correntes injetadas em cada nó e que circulam em cada ramo e, em seguida, a partir do nó fonte em direção aos nós terminais efetuando-se os cálculos das tensões nodais. Conseqüentemente, é necessário se estabelecer uma rotina que, antes do início do processo iterativo, seja capaz de fazer o reconhecimento da configuração da rede e armazenar todas as informações necessárias para que a mesma seja corretamente percorrida em ambos os sentidos, ou seja, rede acima e rede abaixo.

#### 3.1.2 Cálculo das correntes

Inicialmente estimam-se valores iniciais para as tensões de todas as barras, exceto para a barra fonte, cuja tensão deve ser conhecida. Após segue-se o cálculo das correntes nos ramos e as injeções nos nós. Para o cálculo das correntes injetadas nos nós utilizam-se as equações 4 a 7.

As cargas são representadas pelas fontes de correntes na frequência fundamental e nas frequências harmônicas de interesse.

Nos elementos shunt, as correntes calculadas para a iteração k, são dadas pela equação (7) aqui repetida como (12):

$$[I_{shj}^{(a,b,c)h}]^{(k)} = [E_j^{(a,b,c)h}]^{(k-1)} Y_{shj}^{(a,b,c)h} \quad (12)$$

Partindo dos ramos conectados às barras terminais, em direção à barra fonte, obtêm-se as correntes nos ramos e as injeções de correntes nas barras, a cada iteração k, respectivamente pelas expressões (13) e (14):

$$[I_{ij}^{(a,b,c)h}]^{(k)} = [(E_i^{(a,b,c)h} - E_j^{(a,b,c)h})]^{(k-1)} Y_{ij}^{(a,b,c)h} \quad (13)$$

$$[I_j^{(a,b,c)h}]^{(k)} = [\sum I_{jr}^{(a,b,c)h}]^{(k)} \quad (\text{para } r^{(a,b,c)} \neq i^{(a,b,c)}) \quad (14)$$

A rotina para cálculo das correntes injetadas nos nós e que circulam nos ramos é executada consecutivamente para as fases a-b-c em cada trecho da rede elétrica no sentido rede acima para todas as frequências de interesse. Na mesma iteração no sentido rede abaixo faz-se o cálculo das tensões nodais correspondentes.

#### 3.1.3 Cálculo das tensões

O cálculo das tensões nodais é executado em cada trecho da rede elétrica e em cada fase.

Após o cálculo das correntes nodais e das correntes nos ramos, as tensões nodais devem ser atualizadas em relação aos seus valores na iteração anterior em todas as barras. Na frequência fundamental os módulos das tensões calculados para as barras de geração (P-V) são desconsiderados, e substituídos pelos valores fixados, respeitando-se os limites de potências reativas para essas barras. A barra fonte (“slack”) tem seu módulo e sua fase preservados. O cálculo das tensões nas demais barras é feito a partir da barra fonte em direção às barras terminais, usando a equação (8) aqui repetida como (15):

$$[E_j^{(a,b,c)h_1(k)}] = [E_i^{(a,b,c)h_1(k)}] - Z_{ij}^{(a,b,c)h} [I_{ij}^{(a,b,c)h_1(k)}] \quad (15)$$

### 3.1.4 Verificação da convergência

Ao final de cada iteração, deve ser avaliada a convergência do processo iterativo. Vários critérios podem ser utilizados para tal, como aqueles que estabelecem as tolerâncias com respeito às tensões, correntes e potências. Neste trabalho é proposto como critério de convergência a análise dos máximos *mismatches* de potências ativa e reativa em cada nó elétrico e em cada frequência harmônica, incluindo a fundamental. Tal critério é estabelecido através do *mismatch* de potência aparente,  $\Delta S_j^{(a,b,c)h}$  conforme expresso pela equação (16)[5]:

$$[\Delta S_j^{(a,b,c)h_1(k)}] = [(E_j - E_i)^{(a,b,c)h_1(k)}] [I_{ji}^{(a,b,c)h_1(k)*} + E_j^{(a,b,c)h_1(k)} I_{Lj}^{(a,b,c)h_1(k)*} + \{[E_j^{(a,b,c)h_1(k)}] Y_{shj}^{(a,b,c)h} - E_j^{(a,b,c)h_1(k)} I_j^{(a,b,c)h_1(k)*}\} \quad (16)$$

Com:

$$[\Delta S_j^{(a,b,c)h_1(k)}] = [\Delta P_j^{(a,b,c)h_1(k)}] + j[\Delta Q_j^{(a,b,c)h_1(k)}] \quad (17)$$

Logo o critério de convergência será verificado a cada iteração como:

$$[\Delta P_j^{(a,b,c)h_1(k)}] \leq \varepsilon_p^{(a,b,c)h} \quad (18)$$

$$[\Delta Q_j^{(a,b,c)h_1(k)}] \leq \varepsilon_q^{(a,b,c)h} \quad (19)$$

A convergência do processo iterativo será alcançada quando todas as tolerâncias forem satisfeitas, para as fases a,b,c da rede e para as componentes harmônicas  $h = 1,2,3 \dots$

### 3.2 Exemplo de Utilização do Programa

Para exemplificação do programa utilizou-se um sistema industrial teste do IEEE de 13 barras, detalhado na referência [7]. O sistema é típico de uma planta industrial de tamanho médio. A sua rede de distribuição local opera em 13,8 kV, sendo alimentada pela concessionária em 69 kV. O sistema possui também uma geração própria alimentando uma carga de 800 kVA conforme

mostrado na figura 7. A planta possui uma carga não-linear (ASD) na barra 49:RECT cujas correntes harmônicas mais significativas são as de 5ª ordem (18,24%) e de 7ª ordem (11,9%). Os valores das impedâncias dos cabos, linhas e transformadores, bem como os dados de carga do sistema na frequência fundamental, e para a carga ASD nas frequências harmônicas de ordens 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35 e 37 podem ser obtidos na referência [7].

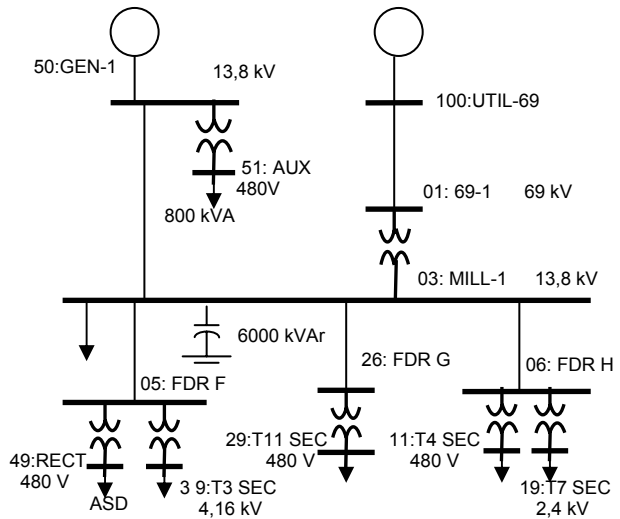


Figura 7 - Sistema industrial estudado

### 3.2.1 Resultados Obtidos

Os resultados obtidos do fluxo harmônico desenvolvido correspondem a fase “a” e estão apresentados nas figuras 8, 9, 10 e 11. A figura 8 apresenta uma comparação entre os valores de tensão obtidos no programa desenvolvido e os valores fornecidos na referência [7] para a frequência fundamental. As figuras 9 e 10 apresentam a mesma comparação para as frequências harmônicas de 300Hz e 420Hz. Observa-se que o fluxo de carga somatório de corrente fornece valores similares aos apresentados na referência [7].

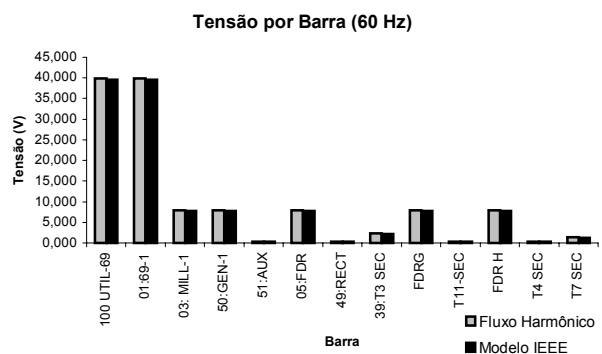


Figura 8 – Valores de tensões obtidos pelo fluxo harmônico desenvolvido (cinza) e fornecidos na referência [7] (preto).

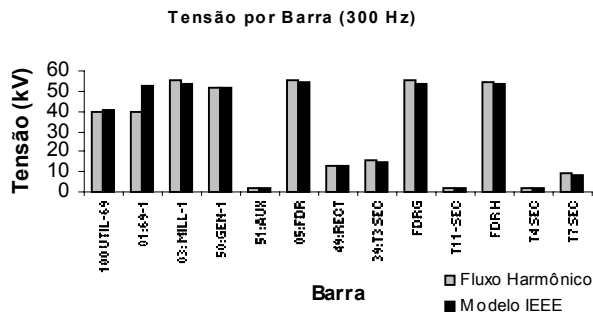


Figura 9 – Valores de tensões harmônicas de quinta ordem obtidas pelo fluxo harmônico desenvolvido (cinza) e fornecidos na referência [7] (preto).

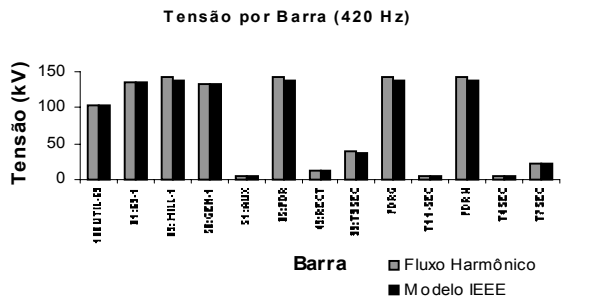


Figura 10 – Valores de tensões harmônicas de sétima ordem obtidas pelo fluxo harmônico desenvolvido (cinza) e fornecidos na referência [7] (preto).

A figura 11 apresenta resultados de THD<sub>v</sub>% (Distorção Harmônica Total de Tensão), fornecidos tanto pelo programa desenvolvido (cinza) quanto pela referência [7] (preto), apresentando pequenas discrepâncias em relação aos valores da referência.

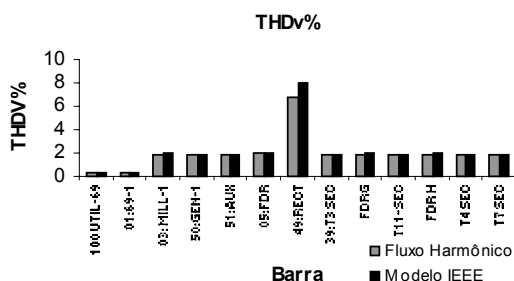


Figura 11 – Distorção Harmônica Total de Tensão nas treze barras do sistema. Valores obtidos pelo programa em cinza e valores da referência [7] em preto.

#### 4.0 - CONCLUSÕES

A formulação trifásica aqui apresentada para o método de fluxo de carga harmônico utiliza uma notação compacta para a representação dos elementos da rede, e o equacionamento do problema. Essa notação tornou a formulação mais genérica e de mais fácil compreensão, para um problema tipicamente complexo.

Com a formulação aqui proposta, fontes geradoras distribuídas podem ser representadas

nas redes de distribuição, considerando-as como barras P-V.

A utilização do método somatório de correntes foi uma escolha apropriada, pois a prática nos sistemas elétricos é a caracterização das cargas harmônicas via a medição de corrente.

O critério de convergência aqui adotado, baseado nos *mismatches* de potências deve ser exaustivamente testado para verificar se em situações nas quais a tensão e/ou a corrente harmônicas são nulas, este procedimento dará soluções precisas. Resultados obtidos com o sistema teste não apresentaram problemas de convergência, sendo registrados valores típicos de 14 iterações para a convergência do fluxo de carga fundamental, e de em média 30 iterações para a convergência dos fluxos harmônicos.

Os resultados obtidos com o sistema teste IEEE demonstram o grande potencial que esta metodologia têm, porém testes mais intensivos com outros sistemas devem ser realizados para a avaliação mais precisa da metodologia proposta.

#### 5.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. Shirmohammadi, Hong, H.W., Semleyen, A., Luo, G.X.; "A Compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks", *IEEE Transactions on power systems*, Vol.3, No.2, May 1988.
- [2] Ribeiro, P. F.; 'Guidelines on Distribution System and Load Representation for Harmonic Studies', V ICHPS- International Conference on Harmonics on Power Systems, Sep.1992.
- [3] IEEE Task Force on Modeling and Simulation – *Modeling and Simulation of the Propagation of Harmonics in Electric Power Networks, Part I: Concepts, Models, and Simulation Techniques*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11 No. 1 pp. 452-465, January 1996.
- [4] IEEE Task Force on Modeling and Simulation – *Modeling and Simulation of the Propagation of Harmonics in Electric Power Networks, Part II: Sample Systems and examples*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11 No. 1 pp. 466-474, January 1996.
- [5] Tostes, M. E. L.; "Avaliação de Impactos na Rede de Distribuição Causados pela geração de Harmônicos em Consumidores em baixa Tensão"; Proposta de Tese de Doutorado Defendida em Fevereiro de 2003, Curso de pós – Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará.
- [6] Pires, F. A. C.; "Modelos de Componentes de sistemas de potência para estudos de penetração Harmônica", Volume II, Capítulo X, do Curso de Extensão promovido pela Universidade Federal de Uberlândia, 1986.
- [7] Task Force on Harmonics Modeling and Simulation, *Test Systems for Harmonics Modeling and Simulation*, IEEE Power Engineering Society.