



SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO  
E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

---

SP/GSP/09

São Paulo, 10/15 de abril de 1972

GRUPO DE ESTUDOS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

MÉTODO DE PROBABILIDADE CONDICIONAL APLICADO A ESTUDOS  
DE CONFIABILIDADE

Jorge Orlando Barbosa

LIGHT - Serviços de Eletricidade

MÉTODO DE PROBABILIDADE CONDICIONAL APLICADO A ESTUDOS DE CONFIABILIDADE

I - SUMÁRIO

Este trabalho divulga um método de probabilidade condicional para avaliar índices de confiabilidade em vários pontos de carga de uma rede de transmissão, considerando-se geração, transformação, transmissão etc..

O método foi exposto no "IEEE Tutorial Course - Probability Analysis of Power System Reliability", apresentado no IEEE Winter Power Meeting de 1971, por M. P. Bhavaraju da Public Service Electric and Gas Company, Newark, N. Jersey.

Exemplos numéricos ao fim do trabalho ilustram a aplicação do método a um sistema simples.

II - INTRODUÇÃO

Em geral, os métodos disponíveis para estudos de confiabilidade de geração consideram a adequação do sistema gerador completo para suprir a carga total do sistema não levando em conta o sistema transmissor e suas limitações.

O objetivo dos métodos de confiabilidade para sistemas compostos é avaliar a confiabilidade do suprimento a pontos de carga levando em conta interrupções forçadas das fontes de suprimento (geração, transformação) e do sistema de transmissão.

Um dos métodos propostos consiste em se escrever uma descrição Booleana da configuração da rede, após o que se faz uma redução da mesma a uma conclusão de êxito ou falha, aplicada

a um nó. Tal procedimento resulta simples quando aplicado a configurações série-paralelo, mas se complica excessivamente quando a rede tem vários pontos de suprimento.

O método que se descreve a seguir usa probabilidade condicional e resulta bem mais simples de ser utilizado mesmo em configurações complexas, especialmente com o emprego de programas desenvolvidos para computador digital.

### III - O MÉTODO DE PROBABILIDADE CONDICIONAL

Além da perda de continuidade de suprimento outras condições devem ser consideradas como indicativas de risco de perda de carga.

Níveis de tensão não definem perda de suprimento, necessariamente, mas são índice de qualidade de serviço e podem ter reflexos mesmo no suprimento a ser mantido.

Geração inadequada, sobrecargas em equipamentos, perda de estabilidade durante perturbações, todos são indicadores de risco ao suprimento e podem conduzir a perda parcial ou total da carga.

Duplicação de linhas e equipamentos, a menos que resulte em estruturas totalmente redundantes, poderá ainda assim resultar em perda da carga em decorrência de sobrecarga ou condições inaceitáveis de tensão.

O método supõe que haja perda da carga nas seguintes circunstâncias:

- a estação onde há carga fica isolada e não geradora;
- a tensão na estação fica fora de limites mínimos ou máximos aceitáveis;
- as capacidades dos equipamentos da estação ficam ultrapassadas;
- a demanda é superior à geração.

Este método consiste em avaliar as probabilidades condicionais de perda da carga com o sistema em vários estados e aplicar pesos a essas probabilidades correspondentes às probabilidades dos diversos estados do sistema ocorrerem. A soma ponderada das probabilidade de perda de carga fornece um índice de confiabilidade para diversas estações de uma rede.

A equação fundamental do método é desenvolvida a seguir:

Para dois eventos independentes,  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$ :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- $P(A \cap B)$  - probabilidade de  $A$  e  $B$  ocorrerem simultaneamente
- $P(A)$  - probabilidade de ocorrer o evento  $A$
- $P(B)$  - probabilidade de ocorrer o evento  $B$

Se o evento  $A$  não for independente de  $B$ ,  $P(A/B)$  assinala a probabilidade de que  $A$  ocorra dado que  $B$  ocorreu:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$$

Caso o evento  $A$  dependa de vários eventos  $B$ , todos mutuamente exclusivos, então:

$$P(A) = \sum_j P(A/B_j) \cdot P(B_j)$$

Considerando que  $A$  seja a perda de carga numa certa estação e  $B$  represente estados do sistema, a equação acima permite avaliar a probabilidade de perda da carga.

Para componentes do sistema podemos ter unidades geradoras, linhas de transmissão, transformadores, disjuntores, com o detalhe que se quiser.

Cada componente pode existir apenas em dois estados disponível ou não disponível (sob condições de interrupção forçada)

e os estados dos diversos componentes não dependem uns dos outros.

A probabilidade, em regime permanente, de um estado do sistema é determinada usando-se os parâmetros de interrupção dos componentes. Tais parâmetros são a taxa de defeito  $\lambda$  e a taxa de reparo  $u$ .

$$\lambda = 1/\text{Tempo médio para haver defeito}$$

$$u = 1/\text{Tempo médio de reparo.}$$

Definem-se disponibilidade e indisponibilidade da seguinte forma:

$$\text{Disponibilidade: } D = u / (\lambda + u)$$

$$\text{Indisponibilidade: } I = \lambda / (\lambda + u)$$

Estando  $m$  componentes disponíveis e os restantes  $n-m$  componentes não disponíveis, a probabilidade de estado em regime permanente se calcula pelo teorema dos produtos de probabilidades:

$$P_j = (A_1 \cdot A_2 \cdots m \text{ componentes}) \\ (U_1 \cdot U_2 \cdots (n-m) \text{ componentes})$$

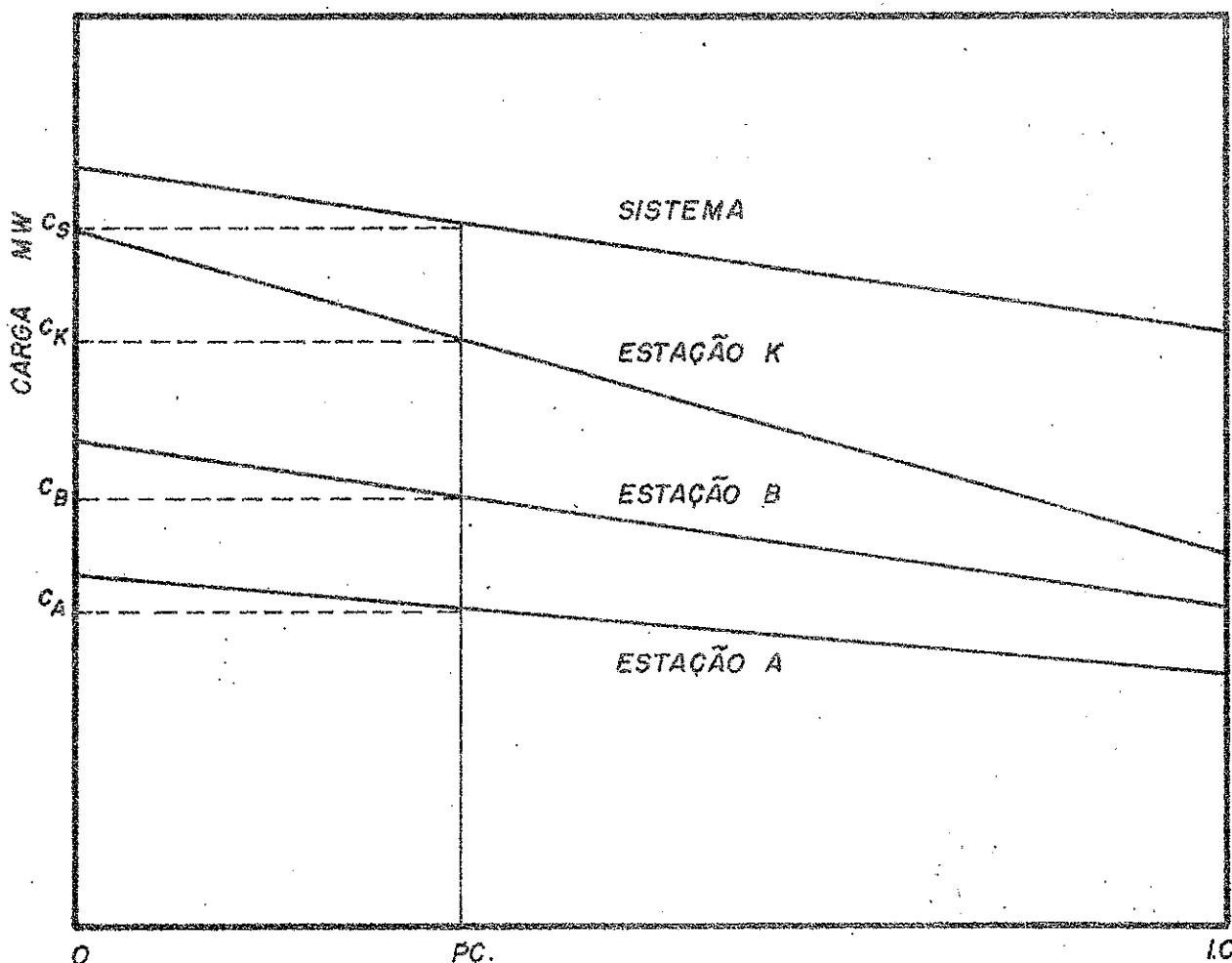
A probabilidade global de um estado é a soma das probabilidades deste mesmo estado correspondente aos diversos componentes do sistema (geração, transformação, transmissão etc.)

No caso de linhas e equipamentos ao tempo não se considera o efeito de intempéries, pois neste caso o número de estados aumenta, a probabilidade condicional não mais se aplica (a ocorrência de um evento depende apenas do evento imediatamente anterior e não dos demais eventos anteriores) e o problema tem que ser resolvido com auxílio de cadeias de Markov.

Supõe-se que cada carga de estação pode ser descrita por uma distribuição de probabilidade conhecida a partir de análise de dados de carga históricos.

Outra suposição fundamental é de que para um dado nível de carga do sistema, todas as cargas de estações se encontram no mesmo valor de probabilidade que o nível de carga do sistema.

Os níveis de carga máximo e mínimo de cargas do sistema e de estações são determinados através de análises de fluxos de potência correspondentes a diversos estados do mesmo.



Probabilidade da Carga Exceder o Valor indicado.

Figura 1  
Distribuição de Probabilidades de Carga.

$C_k$  é a carga na estação k a partir da qual esta estação passa a sofrer dificuldades, no estado do sistema correspondente à probabilidade da carga exceder  $C_k$ , e cujo valor é PC.

PC é zero, no caso de não haver dificuldade alguma para todas as cargas inclusive a máxima. PC é unitário quando dificuldades já ocorrem em carga mínima.

## IX - APLICAÇÃO DO MÉTODO A SISTEMAS SIMPLES

### Exemplos Numéricos

Inicialmente vamos estudar a confiabilidade do seguinte sistema de transmissão EHV, considerando-se 100% confiável o suprimento a montante da estação supridora A. A linha de transmissão tem as seguintes características: 40 km de extensão, bitola 3 x 954MCM por fase. A taxa de defeitos e o tempo médio de reparo foram admitidos. As capacidades da linha para diferentes níveis de tensão foram definidas pelo SIL correspondente a cada nível selecionado.

Em gráfico anexo (Fig.4) mostra-se a distribuição de probabilidade de carga correspondente ao sistema em estudo.

Figura 2  
Sistema em estudo

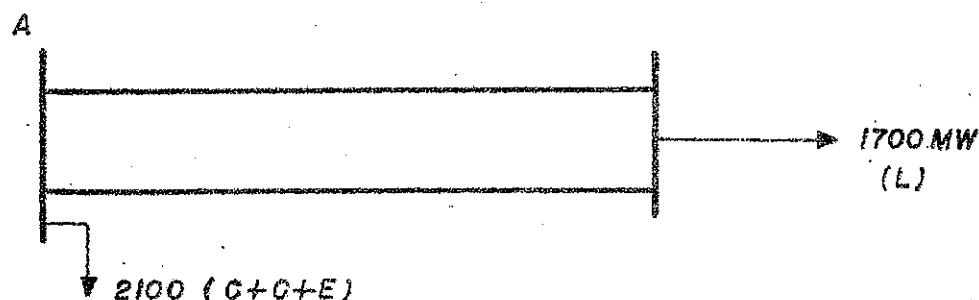


Tabela I  
Parâmetros de Interrupção Forçada

<u>Componente</u>	<u>Taxa de Defeitos Nº de defeito/ano (<math>\lambda</math>)</u>	<u>Tempo Médio de Reparo</u>	<u>Taxa de Reparo nº de reparos/ ano(u)</u>	<u>Indisp. (<math>\frac{\lambda}{\lambda + u}</math>)</u>	<u>Disp. (<math>\frac{u}{\lambda + u}</math>)</u>
Lia. de transm. 40 km	1	24 horas	$\frac{8760}{24} = 365$	$\frac{1}{1 + 365} = .003$	$\frac{365}{1 + 365} = .997$

Tabela II  
Estados de Linha de Transmissão

<u>Máx. Nº de Linhas</u>	<u>Linhas Disponíveis</u>	<u>Capacidade da linha em MW para uma tensão de:</u>			<u>Probabilidade</u>
		<u>475kV</u>	<u>500kV</u>	<u>525kV</u>	
2	2	1.650	1.820	2.010	$.997^2 = .994009$
	1	825	910	1.005	$2 \times .997 \times .003 = .005982$
	0	0	0	0	$.003^2 = .000009$ 1.000000
3	3	2.475	2.730	3.015	$.997^3 = .99102400$
	2	1.650	1.820	2.010	$3 \times .997^2 \times .003 = .00894397$
	1	825	910	1.005	$3 \times .997 \times .003^2 = .00003200$
	0	0	0	0	$.003^3 = .00000003$ 1.00000000

Tabela III

SP/GSP/09-Pág. 8

## Níveis de Carga para Diversos Valores de Probabilidade

Barra (C+C+E) MW	Barra (L) MW	Total	Probabilidade da Carga Exceder o Nível
0 a 1.050	0 a 850	0 a 1.900	1.0
1.130	910	2.040	.932
1.245	1.005	2.250	.820
1.480	1.200	2.680	.596
1.855	1.500	3.355	.240
2.040	1.650	3.690	.060
2.100	1.700	3.800	0

Tabela IVEstudo de Confiabilidade com Suprimento  
100% Confiável a montante da Estação A

Nº Máximo de Linhas	Estado do Sistema j	Linhas Disponíveis	Probabilidade de Estado do Sistema	Probabilidade Condisional de Perda de Carga na Estação L para uma capac. de linha de:		
				825MW	910MW	1005MW
2	1	2	P <sub>j</sub> .994009	.060	0	0
	2	1	P <sub>j</sub> .005982	1.0	.932	.820
	3	0	P <sub>j</sub> .000009	1.0	1.0	1.0
				1.000000		

<u>Nº Máximo de Linhas</u>	<u>Estado do Sistema j</u>	<u>Linhas Disponíveis</u>	<u>Probabilidade de Estado do Sistema Pj</u>	<u>Probabilidade Condicional de Perda de Carga na Estação L Para uma capac. de Linha de:</u>		
				<u>825MW</u>	<u>910MW</u>	<u>1005MW</u>
3	1	3	.99102400	0	0	0
	2	2	.00894397	.060	0	0
	3	1	.00003200	1.0	.932	.820
	4	0	<u>.00000003</u>	1.0	1.0	1.0
			1.00000000			

Capacidade por Linha, MW

825

910

1.005

Probabilidade de Perda da Carga na Estação L com:

<u>Dois Linhas</u>	<u>Três Linhas</u>
--------------------	--------------------

.06563154

.00056866

.00552422

.00002985

.00491424

.00002627

2 Linhas:  $P(A) = P(A/Bj) \cdot P(Bj)$

$$P(\text{perda}) = .994009 \times .06 + .005982 \times 1.0 + .000009 \times 1.0 = \\ = .05964054 + .005982 + .000009 = .06563154$$

$$P(\text{perda}) = .994009 \times 0 + .005982 \times .932 + .000009 \times 1.0 = \\ = .00551522 + .000009 = .00552422$$

$$P(\text{perda}) = .994009 \times 0 + .005982 \times .82 + .000009 \times 1.0 = \\ = .00490524 + .000009 = .00491424$$

3 Linhas:

$$P(\text{perda}) = .991024 \times 0 + .00894397 \times .06 + .00003200 \times 1.0 \\ + .00000003 \times 1.0 = \\ = .00053663 + .00003200 + 00000003 = .00056866$$

$$P(\text{perda}) = .991024 \times 0 + .00894397 \times 0 + .00003200 \times .932 \\ + .00000003 \times 1.0 = .00002985$$

$$P(\text{perda}) = .991024 \times 0 + .00894397 \times 0 + .00003200 \times .82 + \\ + .00000003 \times 1.0 = .00002627$$

Para linha de circuito duplo, admitindo que um defeito retira ambos os circuitos: (mantendo-se os mesmos parâmetros de interrupção forçada).

<u>Nº de Linhas</u>	<u>Linhas Disponíveis</u>	<u>Probabilidade</u>
2	2	$365/(2+365) = .9945$
0	0	$2/(2+365) = .0055$ 1.0000

<u>Nº Máximo de Linhas</u>	<u>Estado do Sistema j</u>	<u>Linhas Disponíveis</u>	<u>Probabilidade de Estado do Sistema Pj</u>	<u>Probabilidade Condicional de Perda de Carga na Estação L para uma Capac. de Linha de:</u>		
				<u>825MW</u>	<u>910MW</u>	<u>1005MW</u>
2	1	2	.9945	.060	0	0
	2	0	.0055	1.0	1.0	1.0
<u>Capacidade por Linha, MW</u>						<u>Probabilidade de Perda da Carga na Estação L com:</u>
						<u>1 Linha de Circuito Duplo</u>
		825		.06517		
		910		.0055		
		1.005		.0055		

1 Linha Circ. Duplo:

$$\begin{aligned} P(\text{perda}) &= .9945 \times 0.0 + .0055 \times 1.0 = \\ &= .05967 + .0055 = .06517 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{perda}) &= .9945 \times 0 + .0055 \times 1.0 = \\ &= .0055 \end{aligned}$$

$$P(\text{perda}) = .9945 \times 0 + .0055 \times 1.0 = .0055$$

Se fôr possível garantir que o reparo seja efetuado no mesmo tempo para uma linha de circuito singelo ou duplo, torna-se indiferente a adoção de um ou outro esquema. Seria necessário que este tempo fôsse superior a três vezes o de uma linha de circuito singelo, para que houvesse uma diferença sensível a favor do esquema de linhas singelas.

Verifica-se a importância primordial da capacidade da linha. Decorrer daf a circunstância de se ter comportamento equivalente entre duas linhas singelas e uma de circuito duplo, desde que se verifiquem parâmetros de interrupção fornecida semelhantes.

A redução da taxa de defeitos e do tempo médio de reparo poderá conduzir a probabilidades de perda da carga tão reduzidas que se torne insensível a diferença entre a adoção do esquema de duas ou três linhas.

Vamos analisar mais um caso:

- Duas Linhas, sendo uma de circuito duplo e outra de circuito singelo:

(A linha de circuito duplo será interrompida p/defeito - em um dos circuitos)

<u>Nº Máximo de Linhas</u>	<u>Estado do Sistema j</u>	<u>Linhas Disponíveis</u>	<u>Probabilidade de Estado do Sistema</u>	<u>Probabilidade Condicional de Perda de Carga na Estação L para uma Capac. de Linha de:</u>		
				<u>825MW</u>	<u>910MW</u>	<u>1005MW</u>
3		2 (3 circ)	.994009	0	0	0
		1 (2 circ)	.002991 (997 x .003)	.060	0	0
		1 (1 circ)	.002991 (997 x .003)	1.0	.932	.820
		0	.000009 (003 x .003)	1.0	1.0	1.0

$$P(\text{perda}) = .994009 \times 0 + .002991 \times 0.06 + .002991 \times 1 + \\ + .000009 \times 1 = .00317946$$

$$P(\text{perda}) = .994009 \times 0 + .002991 \times 0 + .002991 \times .932 + .000009 \times 1 = \\ .00278761 + .000009 = .00279661$$

$$P(\text{perda}) = .994009 \times 0 + .002991 \times 0 + .002991 \times .82 + .000009 \times 1 = \\ .00246162$$

<u>Capacidade por Linha, KW</u>	<u>Probabilidade de Perda da Carga na Estação L com: Três Linhas</u>
825	.00317946
910	.00279661
1.005	.00246162

A solução se apresenta intermediária entre o arranjo com duas linhas (2 x circuito singelo, ou circuito duplo) e o arranjo com três linhas de circuito singelo, que permanece como o mais confiável.

Agora vamos modificar o arranjo do sistema passando a considerar a confiabilidade do sistema para suprimento à carga da estação C+C+E a partir de transformação instalada na estação A.

Considera-se a transmissão destinada ao suprimento da estação C+C+E como 100% confiável.

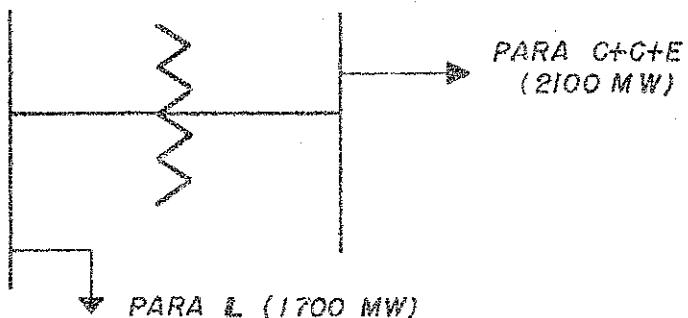


Fig. 3 Sistema modificado

Arranjo do sistema

Para este arranjo, a distribuição de probabilidade da carga C+C+E e do sistema se confundem, pois a carga da estação L não é suprida pela transformação cuja confiabilidade desejamos analisar.

TABELA V  
Parâmetros de Interrupção Forçada

<u>Componente</u>	<u>Taxa de Defeitos Nº de defeito/ano (λ)</u>	<u>Tempo Médio de Reparo</u>	<u>Taxa de Reparo Nº de reparos/ ano (u)</u>	<u>Indisp. <math>\frac{\lambda}{\lambda+u}</math></u>	<u>Disp. <math>\frac{u}{\lambda+u}</math></u>
Transf. 1050 MVA	.25	15 dias	$\frac{365}{15} = 24.3$	$\frac{.25}{.25+24.3} = 0.0102$	$\frac{24.3}{.25+24.3} = 0.9898$
525 MVA	.15	15 dias	$\frac{365}{15} = 24.3$	$\frac{.15}{.15+24.3} = 0.00613$	$\frac{24.3}{.15+24.3} = 0.99387$

TABELA VI  
Estados de Capacidade Transformadora

<u>Capacidade Instalada.</u>	<u>Unid. transform. Disponíveis</u>	<u>Capacidade Disponível, MVA</u>	<u>Probabilidade</u>
2 x 1050 MVA unidades	2 1 0	2100 1050 0	$.9898^2 = .97970404$ $2 \times .9898 \times .0102 = .02019192$ $.0102^2 = .00010404$ $\underline{1.00000000}$
4 x 525 MVA unidades	4 3 2 1 0	2100 1575 1050 525 0	$.99387^4 = .97570454$ $4 \times .99387^3 \times .00613 = .02407185$ $6 \times .99387^2 \times .00613^2 = .00022270$ $4 \times .99387 \times .00613^3 = .0.00000091$ $.00613^4 = .0.00000000$ $\underline{1.00000000}$

Tabela VII

Estudo de Confiabilidade com 2 Unidades de 1050 MVA  
e Sistema de Transmissão 100% Confiável

Estado do Sistema j	Capacidade Disp. MVA	Probabilidade do Estado do Sistema Pj	Carga máx. Estação C+C+E	Prob. Cond. de Perda da carga na Estação C+C+E	Probab. de perda da carga na Estação C+C+E
1	2100	.97970404	2100	0	$P(\text{perda}) = .97970404 \times 0 +$
2	1050	.02019192	1050	1.0	$+ .02019192 \times 1.0 +$
3	0	.00010404	0	1.0	$+ .00010404 \times 1.0 =$ $= .02029596$

Tabela VIII

Estudo de Confiabilidade com 4 unidades de 525 MVA  
e Sistema de Transmissão 100% Confiável

Estado do Sistema j	Capacidade Disp. MVA	Probabilidade do Estado do Sistema Pj	Carga máx. Estação C+C+E	Prob. Cond. de Perda da Carga na Estação C+C+E	Probab. de perda da carga na Estação E+C+E
1	2100	.97570454	2100	0	$P(\text{perda}) = .97570454 \times 0 +$
2	1575	.02407185	1575	.512	$+ .02407185 \times .512 +$
3	1050	.00022270	1050	1.0	$+ .00022270 \times 1.0 +$
4	525	.00000091	525	1.0	$+ .00000091 \times 1.0 =$
5	0	.00000000	0	1.0	$= .01255658$

Para as condições estudadas, o esquema de 4 x 525 MVA se apresenta mais confiável.

Outros esquemas mistos com transformação e linhas cuja confiabilidade seja diferente de 100% para ambas podem ser igualmente estudados com emprêgo da mesma expressão fundamental  $P(A) = \sum_j P(A/B_j) \cdot P(B_j)$ .

#### V - COMENTÁRIOS SÔBRE APLICAÇÃO DO MÉTODO

Com o emprêgo de computadores digitais pode-se fazer uso do método em estudos de confiabilidade de geração ou (e) transformação (transmissão 100% confiável), de transmissão (geração e (ou) transformação 100% confiáveis) e tantos outros componentes quantos se julguem convenientes.

Idêntico processo pode ser empregado para estudos de confiabilidade de rede e estações do sistema distribuidor.

O número máximo a ser considerado de estados do sistema, depende do tamanho e configuração do mesmo. Alguns vezes interrupções múltiplas superiores a duas podem ser ignoradas. O valor de probabilidade selecionado para tal baseia-se em estudos do sistema particular e critérios de planejamento.

Não se levaram em conta efeitos de intempéries. Estes tendem a diminuir de influência na determinação de níveis de risco à medida que diminui a redundância de linhas e a probabilidade condicional de defeito aumenta. Somente em casos onde o número de defeitos associados com tempestades seja suficientemente elevado, serão os efeitos de intempéries levados em conta.

O efeito de interrupções programadas pode ser levado em conta na determinação dos níveis de risco, calculando-se a soma dos níveis de risco ponderados pelas durações correspondentes de interrupção programada. Neste caso o tempo de computação aumenta consideravelmente.

O fluxo de potência usado para determinar níveis mínimos e máximos de carga pode ser simplificado, levando em conta apenas os MW, especialmente em estudos de planejamento a longo prazo, cujo rigor não é justificável.

#### VI - CONCLUSÕES

Neste trabalho foi analisado um método de probabilidade condicional para avaliar índices de confiabilidade de diversas estações numa rede, considerando-se interrupções forçada de transformação e transmissão.

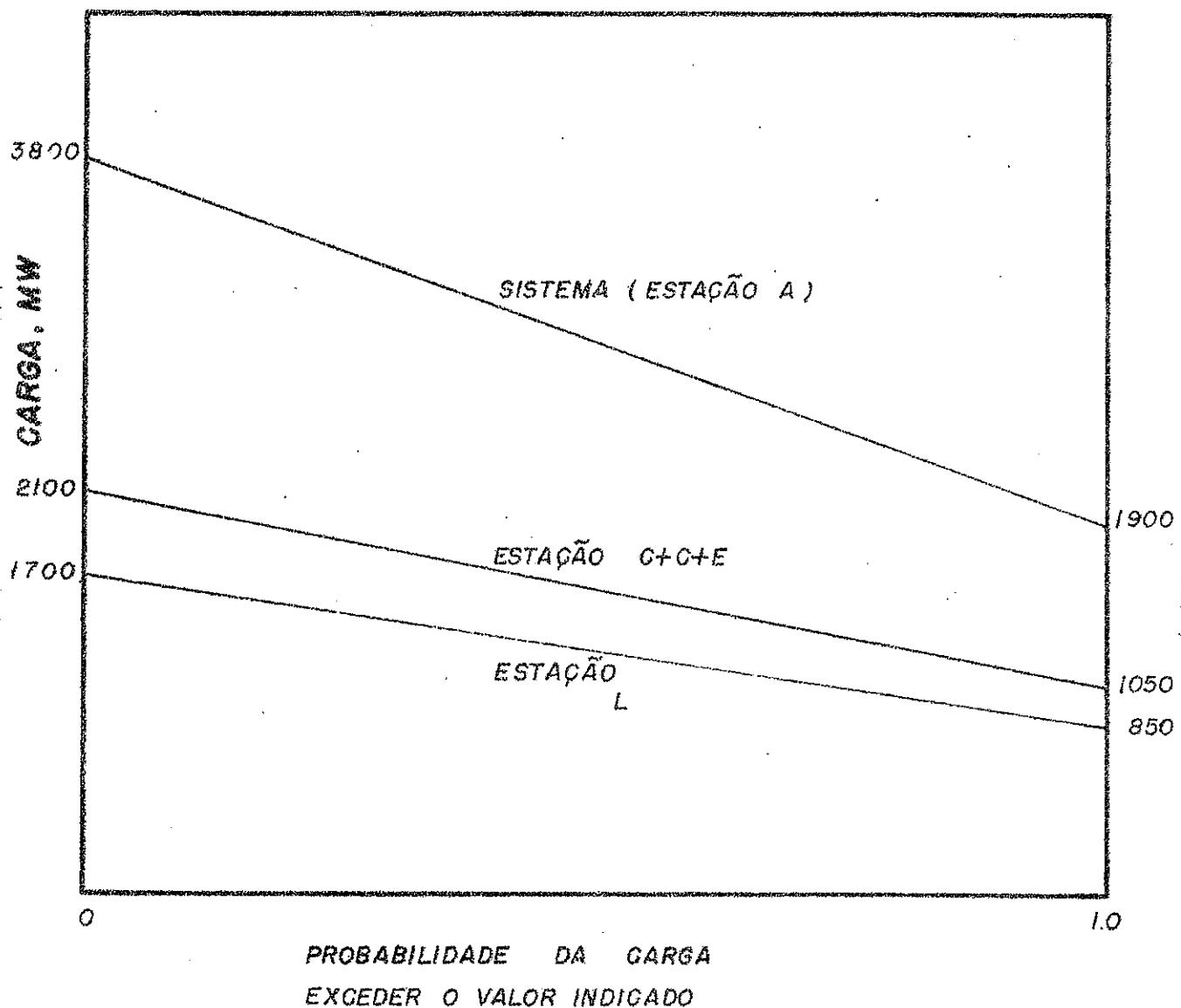
Para reduzir o tempo de solução em computador de grandes sistemas com auxílio deste método, fazem-se algumas aproximações:

- despresam-se certas contingências múltiplas
- despresam-se os efeitos de intempéries
- empregam-se métodos aproximados para fluxos de potência.

#### REFERÊNCIAS

- (1) M.P. Bhavaraju - "Composite System Reliability Methods" Course Text IEEE, 71 M 30 - PWR, pp. 32-37, 1971.
- (2) Z.G. Todd, "A probability method for transmission and distribution outage calculations", I.E.E.E. Transactions (PA & S), July 1964, pp 695-67.
- (3) R. Billington, K.E. Bollinger, "Transmission System reliability evaluation using Markov processes", IEEE Transactions - (PA & S), February 1968, pp. 537-547.

- (4) J.D. Hall, J. R. Ringlee, A. J. Wood, "Frequency and duration methods for Power System reliability Calculations", Part I IEEE Transactions (PA & S), September 1968, pp. 1787-1796.
- (5) R.J. Ringlee, A. J. Wood, "Frequency and duration methods for Power System Reliability Calculations", Part II. Demand model and capacity reserve model, IEEE Transactions (PA & S), April 1969, pp. 375-388.



**FIG. - 4 -** DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DE CARGA.