



**XV SNTPEE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

**GAE/ 10**

**17 à 22 de outubro de 1999  
Foz do Iguaçu – Paraná - Brasil**

**GRUPO VI  
GRUPO DE ASPECTOS EMPRESARIAIS (GAE)**

**A COMERCIALIZAÇÃO DA ENERGIA ELÉTRICA:  
CONSTRUÇÃO DO PORTFOLIO DE PRODUTOS E CLIENTES**

**Leontina Pinto ★  
ENGENHO**

**Acácio Ribeiro  
UFJF**

**RESUMO**

Este trabalho apresenta um modelo para a comercialização da energia elétrica em um ambiente competitivo. O trabalho tem um enfoque multidisciplinar e utiliza as técnicas mais modernas da matemática, engenharia e economia (otimização, fuzzy sets, teoria de jogos) para construir um modelo flexível e realista capaz de assessorar eficientemente o agente decisor.

**PALAVRAS-CHAVE**

Comercialização, Mercados, Fuzzy Sets, Jogos

**1.0 INTRODUÇÃO**

Sabe-se que a comercialização de um produto é crítica para toda empresa. Os preços de oferta e as estratégias de comercialização desempenham um papel fundamental no desempenho das companhias, e podem fazer a diferença entre uma organização vencedora, líder no mercado, ou um fracasso empresarial.

A comercialização de energia elétrica, em particular, é um desafio tremendo: não se conhecem o mercado, o cliente e o competidor. Não se possui nem mesmo um mínimo de experiência sobre muitas das incertezas associadas, para que seja possível modelar seu comportamento (por exemplo, distribuições de probabilidades ou parâmetros estatísticos). O problema torna-se ainda mais difícil quando se reflete sobre a natureza humana do comportamento dos agentes do mercado - para o qual nem sempre existe explicação racional nem modelo matemático adequado. Neste contexto, todos os modelos clássicos para a comercialização falham, já que foram desenvolvidos para outras realidades: mercados maduros, históricos consistentes e confiáveis, etc.

**2.0 OBJETIVO**

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo de comercialização da energia compatível com nossa realidade: mercados jovens, comportamentos ainda desconhecidos, etc. O modelo proposto é capaz de representar corretamente o sistema, as filosofias e objetivos de cada empresa e oferecer soluções coerentes, que podem ser implementadas na prática e levar as empresas ao desejado sucesso.

Com uma concepção voltada para o futuro, o trabalho é geral e pode ser estendido para outras funções, como a avaliação de investimentos, novas tecnologias, análise econômica de alternativas, etc. Mais ainda: o modelo baseia-se em um conceito geral e abrangente, permitindo sua extensão ou acoplamento a outros negócios e mercados além do da energia elétrica convencional e pode contemplar, por exemplo, o gás.

**3.0 A PLATAFORMA DE COMERCIALIZAÇÃO**

A plataforma completa para a comercialização de energia elétrica, apresentada na Figura 1, é composta pelos três módulos básicos descritos a seguir.

**3.1 Módulo de Aquisição da Informação**

Este módulo gera os dados básicos para a análise do sistema e do mercado. Encontram-se atualmente implementados os modelos de previsão de vazões, demandas e preços. Ao contrário dos modelos clássicos, a nova geração não realiza uma simples análise estatística de históricos; ao contrário, toma como base não o número mas sua explicação, de forma a "entender" o passado e "intuir" o futuro, eventualmente detectando mudanças de comportamento e adaptando-se a elas.

### 3.2 O Módulo de Análise

Conhecidas as informações básicas, o módulo de Análise verifica o comportamento do sistema e seus agentes, de modo a gerar subsídios para a decisão:

- **O Modelo de Análise do Sistema** corresponde à simulação da expansão e da operação ótima do sistema em estudo para os possíveis cenários futuros previstos pelo modelo de informação. O modelo é descrito mais detalhadamente nas referências [1,2] e utiliza a teoria de fuzzy sets para construir a *região de possíveis custos* em função da demanda atendida.
- **O Modelo de Análise do Cliente** busca representar o comportamento do cliente em face às suas necessidades de consumo e aos possíveis preços de oferta. É construída a *região de utilidades do cliente* que pode ser vista como a "disposição a pagar" pelo produto conforme a sua utilidade, a disponibilidade do consumidor e o poder de negociação das partes envolvidas.
- **O Modelo de Análise do Competidor** busca modelar o comportamento do concorrente, suas possíveis estratégias de competição e sua influência sobre o mercado.

### 3.3 O Módulo de Comercialização

Finalmente, o Módulo de Comercialização - foco de nosso trabalho - analisa a atuação das "peças-chave" do problema (empresa, sistema, cliente e competidor) de modo a traçar as estratégias de comercialização mais adequadas aos objetivos e filosofias da empresa.

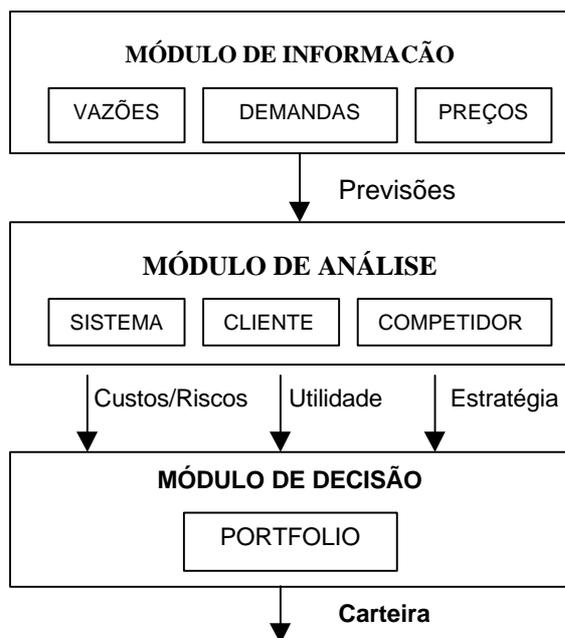


FIGURA 1 - PLATAFORMA DE COMERCIALIZAÇÃO

## 4.0 O PROBLEMA DO PORTFOLIO ÓTIMO

### 4.1 Definição do Problema Clássico

O problema do portfólio pode ser visto como a divisão ótima de um total de recursos disponíveis em diferentes segmentos, de forma a obter a máxima utilidade total. Alguns dos exemplos clássicos incluem as carteiras de investimentos, que buscam o "balanço ótimo" entre diversas aplicações (por exemplo, ações, fundos, etc.), ou as carteiras de clientes/produtos, que buscam definir os melhores "nichos" de mercado, encontrando os produtos e preços mais adequados para o melhor desempenho da empresa.

### 4.2 A Teoria Clássica do Portfólio

As aplicações mais conhecidas da teoria do Portfólio a problemas reais baseiam-se geralmente em variantes da teoria da Mínima Variância de Markowitz [3]. O objetivo destes modelos é otimizar o portfólio (ou a segmentação) de forma a minimizar os riscos totais da aplicação (medida pela variância da utilidade conseguida). Trazida ao setor elétrico, a teoria de portfólio combinaria produtos sujeitos a incertezas de forma a minimizar as incertezas associadas ao ganho total. Um exemplo seria, por exemplo, a compra de usinas em bacias com regimes hidrológicos diferentes (que aumentassem a chance de boas afluências em uma região quando a outra experimentasse uma seca). Outra possibilidade seria uma carteira de clientes de curto prazo (com preços já conhecidos) e a futuro (com preços sujeitos a inseguranças). As ofertas a curto prazo, mesmo que com preços possivelmente inferiores, reduziriam os riscos associados às incertezas futuras e seus lucros.

Embora bastante conhecida e amplamente utilizada em outros setores da economia, a teoria clássica de portfólio não nos parece adequada ao setor elétrico. Seu princípio básico - a redução dos riscos - baseia-se na redução da *variância* do resultado total - que por sua vez requer a representação detalhada dos processos estocásticos relacionados às variáveis de interesse em cada possível segmento - impossível, ao menos neste momento, no setor elétrico.

Em resumo, o modelo clássico do portfólio ótimo pode ser adequado a mercados já maduros e razoavelmente previsíveis, onde exista disponível uma base de dados (e uma experiência) já consolidada e estável, e é possível obter uma representação confiável dos processos estocásticos que modelam as incertezas associadas. No entanto, a sua aplicação a mercados jovens, como o brasileiro, poderia levar a resultados no mínimo incorrectos, já que estariam baseados em dados incompletos, inexistentes ou não confiáveis.

### 4.3 O Modelo de Jogos

Uma forma alternativa de modelar o problema do portfólio ótimo é através da conhecida Teoria dos Jogos [4], amplamente utilizada para resolver problemas estratégicos - desde ações de guerra a investimentos financeiros. A utilização da teoria dos jogos na escolha de estratégias para investimentos, produção e comercialização de produtos tem crescido dia a dia. A referência [5] introduz os conceitos básicos destas aplicações e a referência [6] detalha matematicamente os modelos resultantes.

Os modelos baseados na Teoria dos Jogos apresentam a vantagem de trabalhar com *possíveis cenários* - as distintas estratégias que podem ser seguidas pela empresa e por seus concorrentes, além de explicitar claramente as ações da concorrência, simplificando a análise dos resultados e a tomada de decisões.

Pelas razões apresentadas, optamos pela utilização da teoria dos jogos para a obtenção do portfólio ótimo. A próxima seção resume os princípios básicos da teoria e sua aplicação ao problema da comercialização de energia elétrica.

### 5.0 PRINCÍPIOS BÁSICOS DA TEORIA DOS JOGOS

Os princípios básicos da teoria dos jogos podem ser intuídos através de um exemplo simples, mas prático. Consideremos a Empresa *E*, que pode oferecer seu produto de modo a um preço baixo (por exemplo, 5) ou alto (por exemplo, 50). Suponhamos que a empresa tem uma concorrente, a Companhia *C*, que tem, historicamente, optado pelas mesmas estratégias (lucro 5 ou 50). Ambas as empresas participarão de uma concorrência, onde o cliente comprará 10 unidades do produto ao fornecedor com preço mais baixo. Em caso de empate, a compra é dividida por ambos os concorrentes, com 5 unidades para cada um.

Para facilidade de compreensão, consideraremos que os custos de produção são suficientemente baixos, de modo que a empresa considera que a estratégia ótima será aquela que maximize a sua receita.

#### 5.1 A Representação do Jogo

O problema aqui descrito pode ser visto como um jogo, onde ambas as empresas escolhem entre duas estratégias PB (Preço Baixo igual a 5) ou PA (Preço Alto igual a 50). O resultado da opção por cada uma das estratégias gera quatro possíveis cenários para a concorrência, cujos resultados são sintetizados na Tabela 1.

TABELA 1 - RESULTADOS DO JOGO

Estratégia (Jogador=Preço)	Ganho E	Ganho C	Comentários
E=PB, C=PB	25	25	Dividido
E=PB, C=PA	50	0	E ganha
E=PA, C=PB	0	50	C ganha
E=PA, C=PA	250	250	Dividido

Este mesmo jogo pode ser representado através da forma clássica, ou *forma normal do jogo*, pela matriz a seguir, onde a empresa *E* é o jogador linha, a companhia *C* é o jogador coluna, e o ganho de cada jogador para cada um dos cenários oriundos das combinações das possíveis estratégias mostrado em cada célula correspondente sob a forma (*E,C*)

		<b>C</b>	
		PB	PA
<b>E</b>	PB	(25,25)	(50,0)
	PA	(0,50)	(250,250)

#### 5.2 A Solução do Jogo

Toda a filosofia dos modelos para a solução de jogos baseia-se na busca de *pontos de equilíbrio* - definidos como situações, ou cenários, onde nenhum jogador mudaria sua posição desde que seus competidores também não o façam. Em outras palavras, se um ponto de equilíbrio é alcançado, e *n-1* jogadores se mantiverem nele, o jogador *n* também não mudará sua estratégia sob pena de prejuízos.

É importante notar que o ponto de equilíbrio não significa, necessariamente, o ponto de maior ganho dos participantes - nem mesmo da soma, ou da média, ou de algum participante. Esta afirmação pode ser comprovada através do exemplo estudado. Um dos pontos de equilíbrio do jogo é o cenário onde os dois jogadores escolhem a estratégia de preços baixos, que lhes proporciona um ganho igual a (25,25); pode-se observar que, se um dos jogadores mudar sua estratégia e aumentar os preços, perde o mercado e a receita. Este ponto poderia ser interpretado economicamente como o equilíbrio de um mercado *competitivo*, para onde teoricamente convergem os chamados mercados perfeitos.

Entretanto, a inspeção do jogo mostra que existe um outro ponto de equilíbrio: o cenário onde ambos os competidores optam pela estratégia de preços altos. Novamente o mercado é dividido, mas com um ganho dez vezes maior. Este seria o equilíbrio de um jogo *cooperativo*, e exigiria que ambas as empresas acreditassem que seu competidor (ou poderíamos chamá-lo parceiro?) tomaria a mesma escolha.

A opção por uma das estratégias não parece ser uma tarefa simples, e é importante notar que não há garantia de que, uma vez tomada a opção por um dos pontos de equilíbrio, o competidor jogue no mesmo ponto (a menos dos jogos cooperativos). Por exemplo, se os dois jogadores escolhem estratégias associadas a equilíbrios diferentes, o que "apostou" no preço alto pode amargar uma derrota. Este problema é particularmente difícil em mercados como o nosso, onde a falta de experiência leva ao desconhecimento das preferências dos outros competidores e a possíveis erros de avaliação.

### 5.3 Estratégias Mistas

A escolha entre as opções de preços alto e baixo, estudadas anteriormente, é conhecida como uma *estratégia pura* - isto é, os jogadores optam por apenas uma dentre as possibilidades. Uma alternativa, que poderia aliar a segurança do preço baixo à lucratividade do preço alto, seria a *estratégia mista* - onde os competidores tomam alternadamente uma das duas opções.

O jogo de estratégias mistas é representado pela matriz abaixo, onde a empresa *E* oferece a preço baixo  $p\%$  do tempo e *C* oferece a preço baixo  $q\%$  do tempo. Evidentemente neste jogo admite-se que existirá não uma mas várias concorrências, ou várias possibilidades de negócios, e espera-se que as empresas sigam uma estratégia mista de modo a combinar possíveis opções, numa tentativa de compensar riscos e lucros.

		C	
		PB ( $q$ )	PA ( $1-q$ )
E	PB ( $p$ )	(25,25)	(50,0)
	PA ( $1-p$ )	(0,50)	(250,250)

O equilíbrio num jogo de estratégia mista segue o mesmo princípio: corresponde a um ponto onde, se nenhum competidor mudar de estratégia, não há incentivo para que o jogador mude a sua. No caso particular de dois jogadores e duas estratégias, o equilíbrio pode ser calculado de forma imediata. Para que o jogador *E* seja indiferente às estratégias *PB* e *PA*, é necessário que o seu ganho obtido nas duas estratégias seja igual. Isto implica em

$$\underbrace{25q + 50(1-q)}_{PB} = \underbrace{0q + 250(1-q)}_{PA} \quad (1)$$

e para que o jogador *C* obtenha indiferentemente o mesmo ganho em ambas estratégias é necessário que

$$25p + 50(1-p) = 0p + 250(1-p) \quad (2)$$

e portanto

$$p = 0.8889; \quad q = 0.1111 \quad (3)$$

Em outras palavras, um ponto de equilíbrio alternativo seria a estratégia mista onde o produto é oferecido a um preço baixo 88.89% do tempo e a preço alto 11.11% do tempo. Pode-se observar que a segurança do equilíbrio puro de oferta a preço baixo é "temperada" por uma "pitada" de risco da oferta a preço alto, que, caso seja bem sucedida, proporciona uma lucratividade muito maior. No caso do equilíbrio acima, os ganhos dos dois competidores são ligeiramente maiores que os da estratégia segura: 27.7778 contra 25.

### 5.4 Extensões da Estratégia Mista

A estratégia mista pode ser aplicada a uma gama de problemas, não restritos a uma tomada de preços. Pode, por exemplo, ser utilizada para encontrar o "mix" de investimentos da empresa, a carteira de produtos (e respectivos preços, etc.). Este trabalho, em particular, focalizará o problema da carteira, onde é possível ofertar diversos produtos a diversos preços, e o modelo proposto encontra a melhor proporção para a construção do portfólio.

### 5.5 O Impacto das Incertezas

Sabe-se que as incertezas produzem um grande impacto nos resultados de uma empresa, e a sua correta modelagem é fundamental para a qualidade do resultado obtido por qualquer ferramenta.

Pode-se imaginar, por exemplo, que a empresa *E* tem um parque gerador misto (hidráulico e térmico) e que o ganho associado à estratégia de preço baixo depende do regime hidrológico do sistema, variando entre os valores 4 e 6. Na estratégia de preço alto, considera-se que o preço corresponde ao preço de oportunidade, e mantém-se constante, já que não depende das afluências às usinas de *E*. O jogo correspondente a este problema é representado pela matriz a seguir, onde  $[a,b]$  denota o intervalo de possibilidades de ganhos associados a cada estratégia.

		C	
		PB ( $q$ )	PA ( $1-q$ )
E	PB ( $p$ )	([20,30],25)	([40,60],0)
	PA ( $1-p$ )	(0,50)	(250,250)

A solução deste jogo depende das filosofias de comercialização da empresa. Uma proposta tradicional é tomar o valor esperado do ganho - o que recairia no jogo anterior, com solução dada pela expressão (3). No entanto, esta estratégia leva a ganhos inferiores ao médio 50% das vezes em que a estratégia 1 for escolhida - em outras palavras, em 44.45% do tempo. Este aspecto é ainda mais grave se, ao invés de *lucros*, estivéssemos trabalhando com *custos* médios: a empresa teria prejuízo em 44.45% de seus negócios - o que quase sempre é considerado inaceitável.

A possibilidade de compensações com ganhos oriundos de boas sequências hidrológicas (correspondente ao intervalo [25-30]) não chega a ser animadora, uma vez que é calculada sobre um leque de possíveis cenários, que podem realizar-se em um futuro demasiadamente distante ou simplesmente não se realizar.

A opção do agente "avesso ao risco" seria a de tomar o pior caso (aqui, o ganho igual a 20), e preparar-se para ele. O jogo resultante e sua solução são apresentados na matriz abaixo, onde E combina as estratégias de preços baixos e altos com uma percentagem igual respectivamente a 88.89% e 11.11% e C combina as mesmas estratégias com uma proporção respectivamente igual a 90.91% e 0.09%.

		C	
		PB	PA
E	PB	.8889	(20,25)
	PA	.1111	(0,50)
		0.9091	0.0909

É interessante notar que uma incerteza relativamente pequena no ganho associado a uma das possíveis opções produz uma mudança sensível na estratégia de comercialização. É possível intuir (e comprovar) que as incertezas reais do setor elétrico produzem um impacto substancial no equilíbrio do mercado.

## 6.0 O MODELO FINAL

O Modelo final para a comercialização da energia elétrica pode ser resumido nos seguintes passos:

### 1. Definição dos Índice de Qualidade do Negócio

A empresa define, segundo suas filosofias e objetivos, um *índice de qualidade* pelo qual será medido o sucesso do negócio. Este índice pode tomar uma ou uma ponderação das variáveis de interesse, como lucro esperado, risco admitido, máximo prejuízo admitido, etc.

### 2. Definição das Possíveis Estratégias

Com base na experiência, conhecimento e/ou expectativas, definem-se as possíveis estratégias de comercialização das empresas e seus competidores.

### 3. Construção do Jogo

Conhecidas as possíveis estratégias, calculam-se as distribuições de possibilidades (e não de probabilidades) dos custos e lucros associados a cada estratégia. Estas distribuições são obtidas através de modelos baseados na teoria de fuzzy sets descrita em [2], e podem ser utilizadas para obter, com qualquer precisão desejada, todos os índices de qualidade de negócio requeridos.

## 4. Solução do Jogo

Os índices de negócio assim obtidos são então utilizados para construir a matriz de jogos, que será resolvida através dos algoritmos apropriados [7,8].

## 7.0 CASO EXEMPLO

O modelo descrito foi aplicado a um sistema real, com cinco usinas hidráulicas e uma térmica. Considerou-se ainda a possibilidade de comprar energia no mercado para completar o fornecimento. Para proteger a confidencialidade dos resultados, não se mencionará o nome da empresa ou se detalhará o seu sistema. Com o mesmo objetivo, alguns parâmetros e valores foram intencionalmente modificados, sem prejuízo da representação realística ou da correção da análise.

A empresa *H* utilizou um modelo de análise fuzzy para levantar seus possíveis custos a curto prazo (menos sujeito a incertezas) e a longo prazo. Concluiu que é possível atender a um mercado de curto prazo a um custo que varia dentro do intervalo [27-30] mil, e/ou a um mercado futuro (longo prazo) a um custo pertencente ao intervalo [70-100]. Sua única concorrente (neste exemplo) é a empresa *G*, que possui usinas a gás com um custo igual a 30 mil. Os custos mencionados incluem todos os fatores relevantes (comercialização, investimentos, encargos, remuneração, etc.)

A empresa *H* intui, do comportamento da concorrente, que *G* tenderá a optar entre duas estratégias que utiliza igualmente para os mercados de curto e longo prazo: oferecer seu produto a preço competitivo (por exemplo, 30), se quiser ganhar o mercado, ou oferecer seu produto a um custo alto, se considerar que, pela pouca concorrência, o preço tenderá a um valor de oportunidade (por exemplo, o valor da água para um cenário adverso, igual a 100). Por sua vez, a empresa *H* é avessa ao risco, e nunca faz uma oferta que não cubra com segurança seus custos; assim, os negócios a curto e longo prazo, se concretizados, não se realizarão a preços inferiores respectivamente a 30 mil e 100 mil.

Finalmente, admite-se que, no mercado de curto prazo, empresas com preços iguais dividem o mercado. Em contratos de longo prazo, entretanto, a empresa *H*, por atuar há mais tempo e ser mais conhecida, tem maior confiança, e a preferência de 60% dos clientes.

A matriz abaixo sumariza o jogo e sua solução

		C	
		PB	PA
E	PB	0.4	(15,15)
	PA	0.6	(0,30)
		0.667	0.333

Observa-se que o equilíbrio é conseguido quando a empresa *H* reserva respectivamente 60% e 40% de sua produção para vendas a curto e longo prazo, e a empresa *G* oferece 33,33% de seu produto a preço baixo (30 mil) e 66,66% a valor marginal da água.

É importante notar que o problema derivado da filosofia de aversão ao risco é bastante diferente do problema baseado em valores esperados, formulado na matriz abaixo,

		<b>C</b>	
		PB	PA
<b>E</b>	PB	(14,25,15)	(28,5,0)
	PA	(0,30)	(51,40)

cujo único ponto de equilíbrio é a estratégia pura (14,25,15) - equivalente à oferta de preço baixo para ambos os competidores.

Finalmente, deve-se notar que, neste caso, reduzir o preço não levou a um maior ganho de mercado nem a um resultado melhor. A tabela 2 apresenta os resultados das duas empresas para ambas as filosofias. Observa-se que neste caso (não queremos aqui fazer generalizações) o modelo de aversão ao risco é mais eficiente que o baseado em valores médios: logra também maiores ganhos.

TABELA 2: AVERSÃO AO RISCO x VALORES ESPERADOS

Empresa	Aversão a Risco		Valor Esperado	
	Ganho	Risco	Ganho	Risco
H	20	0	14.25	50%
L	24	0	15	50%

## 8.0 EXTENSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O problema da comercialização da energia é, na verdade, dinâmico. Por exemplo, ao tomar uma decisão na oferta de seu produto, uma empresa não só é influenciada pelo comportamento do competidor no passado, mas influencia a concorrência no futuro. Esta dinâmica pode ser representada, ainda pela teoria de jogos, através dos modelos de *jogos sequenciais* ou *extensivos* (extensive games, [9]). No entanto, a falta de informação e o leque de incertezas inerentes a todos os mercados emergentes impede a adoção desta modelagem - note-se que nem mesmo se conhecem com um mínimo de exatidão os futuros competidores.

Os modelos que parecem mais adequados ao problema real são os baseados na teoria de *jogos evolutivos* (evolutionary games), atualmente em pesquisas e testes com dados reais. Esta teoria baseia-se no fato de que as decisões são tomadas por pessoas, sujeitas a falhas e limites em sua percepção (bounded rationality, [10]), mas com a capacidade de aprendizado.

## 9.0 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um modelo para a comercialização da energia elétrica sujeito às incertezas do setor. Não se pretende aqui fazer uma adaptação pura e simples dos modelos econômicos utilizados em outros países, mas desenvolver algo sob medida para nosso mercado, com todas as características inerentes a processos ainda jovens e desconhecidos: incertezas não probabilísticas, altos riscos, comportamentos ainda não estabilizados de clientes e competidores.

O resultado é um modelo ágil, flexível e robusto, capaz de combinar as teorias matemáticas e econômicas de última geração para obter uma representação realista do sistema e oferecer ao agente de decisão um auxílio preciso e confiável

## 10.0 REFERÊNCIAS

- [1] PINTO, L.; PIMENTA, A.; RIBEIRO, A., "A Comercialização da Energia Elétrica: O Ponto de Vista do Consumidor, da Empresa e do Produtor Independente", *XIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)* (1997)
- [2] PINTO, L.; FREITAS, M.; RIBEIRO, A.; FERNANDEZ, O; "Modelos de Análise de Riscos: Uma Nova Classe de Ferramentas", *XV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)* (1999)
- [3] ELTON, E.; GRUBER, M., "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", *John Wiley & Sons* (1998)
- [4] Von NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O.; "Theory of Games and Economic Behaviour", *John Wiley & Sons* (1944)
- [5] DIXIT, A.; NALEBUFF, B.; "Thinking Strategically", *W. Norton and Company, Inc.* (1993)
- [6] OSBORNE, M., "An Introduction to Game Theory", *MIT Press* (1999) - em edição
- [7] MCKELVEY, R.; PALFREY, T., "Quantal Response Equilibria for Normal Form Games", *Games and Economic Behavior*, 10, pages 6-38 (1995)
- [8] MCKELVEY, R.; MCLENNAN, A.; "Computation of equilibria in finite games", *Handbook of Computational Economics*, Pages 87-142. (1996)
- [9] RUBINSTEIN, A., "Modeling Bounded Rationality", *Zeuthen Lecture Books* (1998)
- [10] FUDENBERG, D.; LEVINE, K., "The Theory of Learning in Games", *Economics Learning and Social Evolution* (1999)