



GRUPO V
PROTEÇÃO, MEDIÇÃO, CONTROLE E COMUNICAÇÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA
- (GPC)

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO DOS FILTROS DIGITAIS
DE MÍNIMOS QUADRADOS NA PROTEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Clever Pereira*

Felipe Coura e Cruz

ProtLAB - Laboratório de Proteção Digital
UFMG

RESUMO

Este trabalho sintetiza estudos sobre filtros digitais de mínimos quadrados (LMS) para aplicação em proteção de distância de linhas de transmissão. Inicialmente é feito uma introdução ao método dos erros mínimos quadrados, apresentando suas principais equações. Em seguida são mostrados estudos sobre o comportamento estático destes filtros para análise da influência do tamanho da janela de dados e da complexidade dos regressores nas suas respostas. Segue um estudo sobre o comportamento dinâmico dos filtros LMS de forma a avaliar seu desempenho para tarefas de detecção, identificação e localização de faltas, para casos simulados e reais. Os resultados obtidos comprovam a flexibilidade e a eficácia destes filtros

PALAVRAS-CHAVE: Proteção Digital - Algoritmo - Relé Numérico.

1. 0 - INTRODUÇÃO

A implantação de um novo modelo para o setor elétrico brasileiro vem provocando grandes mudanças tanto na sua composição, com o aparecimento de novas empresas e agentes, bem como no quadro de relações entre as estas empresas e agentes. O amplo predomínio de empresas estatais vem paulatinamente cedendo espaço para novas empresas, públicas ou privadas. Estas mudanças levaram ao aparecimento de um novo cenário constituído por metas relacionadas predominantemente à rentabilidade. A exigência de se produzir cada vez mais energia elétrica, a um custo

cada vez menor, impôs às concessionárias, dentre outros fatores, a necessidade de desassistência, parcial ou total, das suas subestações e usinas de força e a conseqüente adoção de modernas técnicas de automação. E é exatamente dentro deste contexto que surgem os relés numéricos ou microprocessados. Geralmente vendidos a preços mais baratos e com capacidade de executar um maior número de funções que os seus antecessores, eles tem sido os preferidos no momento de qualquer especificação atual. Juntamente com a oscilografia, a comunicação em alta velocidade e a integração das funções de controle, supervisão e proteção, constituem eles a base da automação tão necessária.

No entanto, a situação dos engenheiros de potência brasileiros perante esta tecnologia é, no mínimo, singular. O Brasil é hoje essencialmente um comprador de relés numéricos, que nos são entregues como pacotes fechados. O trabalho dos nossos engenheiros tem se resumido, na maior parte das vezes, à especificação e compra destes pacotes e posterior ajuste desta proteção. Isto acontece principalmente em razão da dificuldade de acesso a esta nova tecnologia, devido à pouca ou nenhuma informação fornecida pelos próprios fabricantes. Em vista deste cenário altamente preocupante, está em andamento na UFMG um extenso e ambicioso trabalho de pesquisa nesta área, cujos objetivos básicos são a compreensão, a avaliação e a divulgação dos mecanismos de funcionamento destes relés. Este trabalho começou com a concepção e o desenvolvimento de um programa de computador denominado DIGIPROT (1,2), que visava inicialmente executar as principais funções de um relé de distância

numérico, ou seja, detectar, identificar e localizar possíveis faltas em linhas de transmissão. Este programa foi concebido levando-se em conta que a principal razão que faz um determinado equipamento microprocessado trabalhar como um relé numérico de proteção é exatamente o software, nele traduzido na forma de um algoritmo de filtro digital específico, que vai realizar todo o trabalho de estimação dos parâmetros de interesse para a proteção, bem como executar a lógica de proteção associada.

Neste trabalho interessa nomeadamente os algoritmos baseados no método dos erros mínimos quadrados, denominados filtros (ou estimadores) de mínimos quadrados. Tratam-se de filtros extremamente flexíveis, que proporcionam ao programador uma extensa gama de ajustes e controles. São robustos e produzem respostas geralmente suaves e rápidas, necessárias a todo bom algoritmo de proteção (3,4,5,6).

2.0 - FILTROS DE MÍNIMOS QUADRADOS

2.1 - Fundamentos Matemáticos

O método dos erros mínimos quadrados (*Least Mean Square* – LMS) vem sendo extensamente utilizado na engenharia, principalmente em problemas relacionados à estimação de parâmetros e identificação de sistemas. Tratam-se de algoritmos que se baseiam no ajuste de uma função analítica pré-definida qualquer $\hat{y}(t)$ aos sinais de entrada $y(t)$, ou seja

$$y(t) = \hat{y}(t) + e(t) \quad (1)$$

onde $e(t)$ é o resíduo ou erro que se comete nesta aproximação. O método consiste na minimização do quadrado deste erro a cada conjunto de N amostras, denominado janela de dados, amostras estas tomadas em instantes discretos consecutivos t_{k-N+1} a t_k .

Existem diversas maneiras de se derivar o algoritmo dos erros mínimos quadrados. A derivação formal não é objetivo deste trabalho e pode ser encontrada em (4,5). Ao contrário, deseja-se aqui explorar as potencialidades do método e suas aplicações práticas na proteção de distância de linhas de transmissão. Neste tipo de proteção tem-se normalmente interesse no cálculo da componente de primeiro harmônico das grandezas de entrada do relé - em geral, tensão e corrente - de forma a se determinar o valor da impedância “vista” por ele.

Considere pois uma grandeza de entrada $y(t)$ e que se deseja estimar o fasor associado à sua componente de primeiro harmônico. Considere também que se escolha uma função de ajuste $\hat{y}(t)$ dada por

$$\hat{y}(t) = \sum_{m=1}^M X_m \cdot F_m(t) \quad (2)$$

Nesta equação, X_m pertence a um conjunto de M coeficientes (ou parâmetros) a se determinar e $F_m(t)$ a outro conjunto de M funções analíticas quaisquer pré-definidas, denominadas regressores. Juntos, parâmetros e regressores, eles descrevem a função que se deseja estimar. Nota-se que, independentemente dos regressores escolhidos, trata-se de um problema eminentemente linear para X_m .

Neste ponto, é conveniente definir um vetor linha $\bar{F}(t)$ e um vetor coluna \bar{x} , formados respectivamente pelos regressores e pelos coeficientes, ou seja,

$$\begin{cases} \bar{F}(t) = [F_1(t) & F_2(t) & \cdots & F_M(t)] \\ \bar{x}^T = [X_1 & X_2 & \cdots & X_M] \end{cases} \quad (3)$$

de forma que, tomando-se a equação (1) para N amostras consecutivas, resulta em

$$\bar{y} = \tilde{F} \cdot \bar{x} + \bar{e} \quad (4)$$

Nesta equação, \bar{y} é o vetor das N amostras e \tilde{F} é denominada de matriz dos regressores, formada pela justaposição de N vetores regressores $\bar{F}(t)$.

Nota-se na equação (4) que o vetor dos parâmetros \bar{x} , de dimensão M , só poderá ser calculado, se forem amostrados um número N mínimo de amostras do sinal de entrada $y(t)$ igual ao número M de coeficientes a se determinar. Na hipótese de erro nulo, a solução desta equação é trivial e dada por

$$\bar{x} = \tilde{F}^{-1} \cdot \bar{y} \quad (5)$$

A robustez e a estabilidade do método podem ser aumentadas se o número N de amostras considerado for maior que o número M de parâmetros. Admitindo-se pois $N > M$ na equação (4), ela vai se transformar num sistema de equações lineares sobredeterminado. No entanto pode-se ainda obter uma solução multiplicando-se à esquerda, em ambos os lados, por \tilde{F}^T e resolver para \bar{x} , resultando

$$\bar{x} = (\tilde{F}^T \cdot \tilde{F})^{-1} \cdot \tilde{F}^T \cdot \bar{y} \quad (6)$$

Nesta equação, a matriz $(\tilde{F}^T \cdot \tilde{F})^{-1} \cdot \tilde{F}^T$ é conhecida como pseudo-inversa da matriz dos regressores \tilde{F} .

2.2 - Filtro de Mínimos Quadrados Ordinário

Este filtro foi originariamente proposto Lucket em 1975 (3) e posteriormente, em 1979, por Sachdev & Baribeau (7), onde ele foi consolidado na aplicação em tarefas de proteção de LT's, sendo denominado neste trabalho de filtro de mínimos quadrados ordinário

(*Ordinary Least Square – OLS*). Em (7), os autores consideraram uma função de ajuste da forma

$$\hat{y}(t) = a_0 e^{-t/t} + a_1 \sin(\omega_0 t + \mathbf{f}_1) + a_2 \sin(3\omega_0 t + \mathbf{f}_2) \quad (7)$$

Em seguida, admitiram uma aproximação para a componente DC através da série de Taylor, onde foram tomados apenas os três primeiros termos, resultando em

$$y(t) = X_1 + X_2 \sin \omega_0 t + X_3 \cos \omega_0 t + X_4 \sin 3\omega_0 t + X_5 \cos 3\omega_0 t + X_6 t + X_7 t^2 + e(t) \quad (8)$$

Para a formulação adotada originariamente pelos autores, o vetor dos coeficientes \bar{x} e a matriz dos regressores \tilde{F} vão ser da forma

$$\bar{x} = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4 \quad X_5 \quad X_6 \quad X_7] \quad (9)$$

e

$$\tilde{F}(t_k) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \omega_0 t_k & \cos \omega_0 t_k & \sin 3\omega_0 t_k & \cos 3\omega_0 t_k & t_k & t_k^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-1} & \cos \omega_0 t_{k-1} & \sin 3\omega_0 t_{k-1} & \cos 3\omega_0 t_{k-1} & t_{k-1} & t_{k-1}^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-2} & \cos \omega_0 t_{k-2} & \sin 3\omega_0 t_{k-2} & \cos 3\omega_0 t_{k-2} & t_{k-2} & t_{k-2}^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-3} & \cos \omega_0 t_{k-3} & \sin 3\omega_0 t_{k-3} & \cos 3\omega_0 t_{k-3} & t_{k-3} & t_{k-3}^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-4} & \cos \omega_0 t_{k-4} & \sin 3\omega_0 t_{k-4} & \cos 3\omega_0 t_{k-4} & t_{k-4} & t_{k-4}^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-5} & \cos \omega_0 t_{k-5} & \sin 3\omega_0 t_{k-5} & \cos 3\omega_0 t_{k-5} & t_{k-5} & t_{k-5}^2 \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-6} & \cos \omega_0 t_{k-6} & \sin 3\omega_0 t_{k-6} & \cos 3\omega_0 t_{k-6} & t_{k-6} & t_{k-6}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \omega_0 t_{k-N+1} & \cos \omega_0 t_{k-N+1} & \sin 3\omega_0 t_{k-N+1} & \cos 3\omega_0 t_{k-N+1} & t_{k-N+1} & t_{k-N+1}^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A equação (10) acima mostra que a matriz dos regressores \tilde{F} é totalmente definida em um certo instante t_k , e a solução para o vetor dos coeficientes \bar{x} pode ser obtida pelo método da pseudo-inversa, expresso pela equação (6).

2.3 - Filtro de Mínimos Quadrados Ponderados

Em algumas situações, pode ser conveniente atribuir maior importância às amostras mais recentes que às passadas, como forma de se acelerar o processo de estimação. Uma das maneiras de se realizar esta tarefa é a utilização do estimador de erros mínimos quadrados ponderados (*Weighted Least Square – WLS*). Assim, partindo da equação (4), o algoritmo tem a seguinte forma

$$\tilde{W} \cdot \tilde{F} \cdot \bar{x} = \tilde{W} \cdot \bar{y} \quad \therefore \bar{x} = [\tilde{F}^T \cdot \tilde{W} \cdot \tilde{F}]^{-1} \cdot \tilde{F}^T \cdot \tilde{W} \cdot \bar{y} \quad (11)$$

onde \tilde{W} é uma matriz de pesos. Neste trabalho vão ser consideradas matrizes diagonais de ordem N , a saber

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} \text{diag} [I^{(i-1)}] \\ \text{diag} [e^{-\lambda(i-1)}] \end{bmatrix} \quad ; 0 \leq I \leq 1 \quad (12)$$

onde λ é conhecido como fator de esquecimento (*forgetting factor*) das amostras passadas.

3.0 - COMPORTAMENTO ESTÁTICO

3.1 - Considerações Iniciais

Neste item são avaliadas as respostas em frequência de cada uma das componentes dos filtros de mínimos quadrados, considerando-se a influência da complexidade dos regressores e do tamanho da janela de dados, sendo o termo complexidade relacionado basicamente ao número de regressores considerados na função de ajuste.

As respostas dos filtros são apresentadas separadamente para cada componente: DC, 1º, 2º e 3º harmônicos. A Tabela 1 mostra o exemplo de como foram agrupados os parâmetros referentes ao filtro OLS referido na seção 2.2.

TABELA 1 - Agrupamento dos parâmetros dos filtros LMS

Componente	Agrupamento dos Parâmetros
DC	$X_1 + X_6 + X_7$
1º Harmônico	$X_2 + j X_3$
3º Harmônico	$X_4 + j X_5$

Serão apresentadas apenas as respostas em frequência para os filtros OLS durante a análise do comportamento estático, uma vez que os filtros WLS correspondentes possuem respostas idênticas e ambos receberão o nome genérico de filtros LMS.

3.2 - Influência da Complexidade dos Regressores

Neste trabalho, foram considerados quatro tipos diferentes de filtros LMS, sendo as funções de ajuste mostradas na Tabela 2 abaixo. Para cada um dos filtros considerados, exceto o filtro LMS-0 que não inclui a componente DC, esta componente foi modelada por polinômios de grau zero (constante), de primeiro grau (reta) ou do segundo grau (parábola), totalizando na verdade dez diferentes tipos diferentes de filtros.

TABELA 2 - Tipos de filtros LMS considerados.

Componente	Tipos de Filtros LMS			
	LMS-0	LMS-1	LMS-2	LMS-3
DC	-	SIM	SIM	SIM
1º Harmônico	SIM	SIM	SIM	SIM
2º Harmônico	-	-	-	SIM
3º Harmônico	-	-	SIM	SIM

Dos dez tipos de filtros considerados, deve-se chamar a atenção para dois filtros em especial. O primeiro, o filtro LMS-2 com componente DC constituída por um polinômio do segundo grau, que é exatamente o filtro proposto por Sachdev & Baribeau (7). O segundo, o filtro LMS-0, pois dentre todos, é o único cuja função de ajuste não possui componente DC, sendo formada apenas pela componente fundamental. Pode-se provar que este filtro se equiva-

ao filtro de Fourier (6) e portanto, os resultados que se seguem, tanto para o comportamento estático, quanto dinâmico, podem ser utilizados como fonte de comparação do desempenho dos filtros de mínimos quadrados em relação aos filtros de Fourier.

A Figura 1 mostra as respostas em frequência para os filtros LMS. Verificou-se para todos os filtros que, os valores normalizados das respostas de todas as componentes eram constantes e independentes do tipo de filtro. O número de termos considerado para a componente DC também não afetou nas respostas para as componentes harmônicas. Isto pode ser explicado devido à ortogonalidade das funções escolhidas como regressores (04,05). No entanto o mesmo não ocorreu

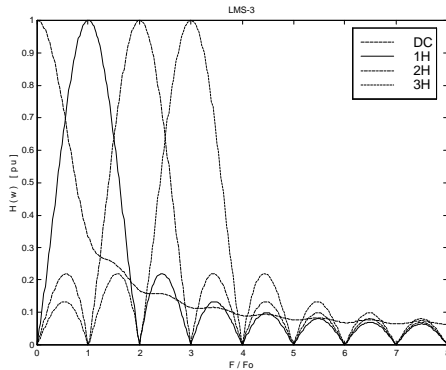


FIGURA 1 - Respostas em frequência dos filtros LMS.

para a resposta em frequência da componente DC, sendo ela influenciada pelo número de termos considerados, conforme a Figura 2 a seguir.

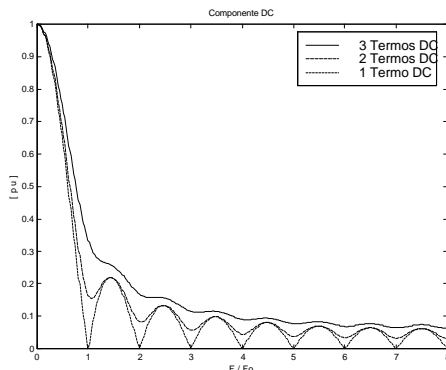


FIGURA 2 - Influência do número de termos DC na resposta em frequência da componente DC.

As Figuras 3 e 4 mostram as respostas ao pulso unitário para os filtros OLS com componente DC de um e três termos. Pode-se perceber que a redução do número de termos DC provoca principalmente uma incapacidade nos filtros de responderem a variações abruptas, em especial no filtro OLS-1 que possui apenas harmônica fundamental.

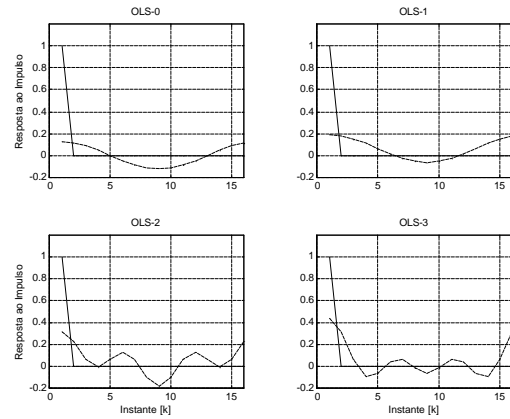


FIGURA 3 - Resposta ao pulso unitário para os filtros OLS considerando um termo na componente DC.

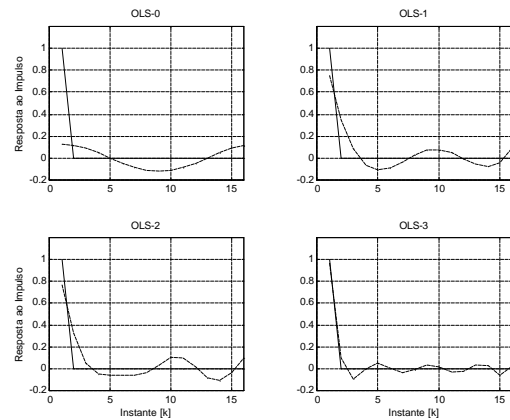


FIGURA 4 - Resposta ao pulso unitário para os filtros OLS considerando três termos na componente DC.

3.3 - Influência do Tamanho da Janela de Dados

A Figura 5 a seguir mostra a influência do tamanho da janela de dados nas respostas em frequência das componentes DC e de 1º harmônico dos filtros LMS. Nela, é possível perceber que o crescimento do número N de amostras faz aumentar a seletividade de cada regressor. No entanto, filtros com janelas de dados muito grandes tendem a ser lentos, com tempos de convergência muito elevados, prejudicando a tarefa de cálculos dos parâmetros desejados em tempo hábil.

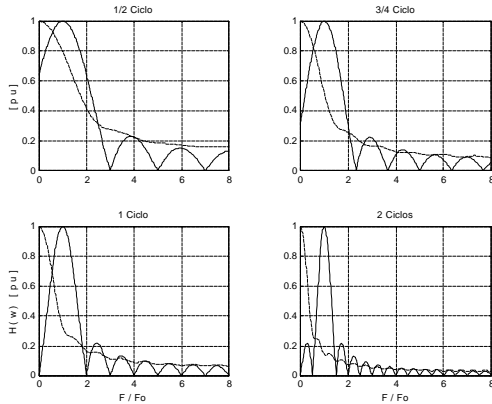


FIGURA 5 - Influência do tamanho da janela de dados.

4.0 - COMPORTAMENTO DINÂMICO

4.1 - Considerações Iniciais

Neste item vai ser avaliado o comportamento dinâmico dos estimadores de mínimos quadrados. Para isto são utilizados dois grupos de dados. Um primeiro, proveniente de simulações de faltas via EMTP e um segundo obtido através de oscilografias de faltas reais no sistema elétrico do sudeste brasileiro. O primeiro grupo de dados, onde a ocorrência das faltas é totalmente controlada (local, instante e tipo), vai fornecer subsídios para o ajuste ótimo dos diversos parâmetros de controle dos filtros de mínimos quadrados. Foram consideradas faltas com presença máxima de componentes de alta frequência (que ocorrem no instante que a tensão passa por um máximo) e máxima excursão DC (que ocorrem no instante que a tensão é nula), próximas e distantes do relé. O tipo de falta simulada foi um curto-circuito da fase A para a terra.

O segundo grupo de dados visa testar estes ajustes para condições reais, com a presença de sinais espúrios, ruídos e não linearidades. Foram utilizadas faltas em uma linha de transmissão do tipo BT e BCT a 73 km do relé.

O tempo de detecção foi considerado do instante em que a falta ocorreu até a entrada da impedância vista pela unidade dentro da sua característica de operação, permanecendo dentro desta característica por $\frac{1}{4}$ de ciclo (contador integrador).

De forma a se poder comparar os desempenhos dos diversos filtros avaliados, considerou-se para todos a utilização de filtro *anti-aliasing* de Butterworth de 2ª ordem, com uma frequência de corte de 240 Hz.

4.2 - Análise para Dados de Faltas Simuladas

Na Tabela 2 da seção 3.2 foram apresentados os quatro tipos de filtros analisados neste trabalho. Do

ponto de vista dinâmico, os filtros WLS-0 foram os que apresentaram uma maior suavidade na trajetória da impedância. No entanto tratam-se de filtros lentos, sendo muito influenciados pela componente DC, o que dificultava a convergência, elevando os tempos de operação para até 1,4 ciclos. Nestes filtros, o fator de esquecimento λ pouco influenciou no seu comportamento, não conseguindo desempenhar o papel de agente acelerador. Do outro lado, foi o filtro WLS-3 o que demonstrou maior rapidez, com tempos de operação menores que 1,0 ciclo. No entanto, ele se mostrou de difícil ajuste por ser muito sensível à variações de λ , sendo que valores inadequados do fator de esquecimento conduziram a erros de operação/localização. Os filtros WLS-1 e WLS-2 se mostraram com comportamento entre os dois filtros anteriores, com destaque para o segundo. A Figura 6 a seguir mostra as trajetórias destes filtros para uma falta no final da linha com excursão máxima.

A análise dos dados simulados permitiu também concluir que o fator de esquecimento λ possui faixas ótimas de operação. Para matrizes de peso do tipo potência de λ esta faixa se situou entre 0,75 a 0,95. Para matrizes de peso do tipo exponencial a faixa ótima se situou entre 0,15 a 0,30. Valores mais baixos, no primeiro caso, e mais elevados, no segundo caso, podem causar instabilidade com erros de detecção,

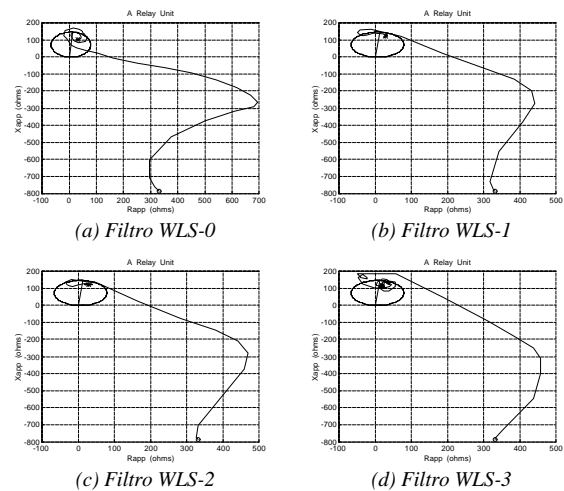


FIGURA 6 - Trajetórias das impedâncias para filtros WLS.

operação e localização. Em ambos os casos, o fator de esquecimento λ age como um fator de aceleração, diminuindo a inércia do filtro.

O último aspecto analisado neste trabalho diz respeito ao número de termos DC presentes nos regressores. A Figura 7 mostra que o número de regressores DC influencia notoriamente os filtros WLS. A Figura 7-(a) mostra que o filtro WLS-0 (que

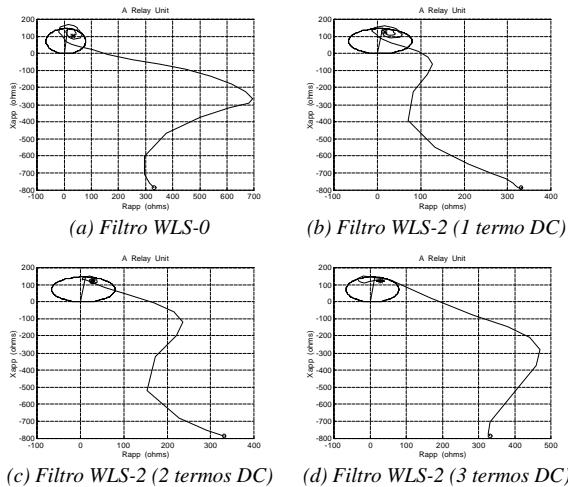


FIGURA 7 - Trajetórias das impedâncias para filtros WLS.

não contém regressores DC) é muito suscetível à esta componente (notar a trajetória circular). As Figuras 7-(b) e 7-(c) mostram que o acréscimo de componentes DC melhora o desempenho do filtro. A Figura 7-(d) demonstra que, para três termos DC, já se pode notar um piora no seu desempenho, com diversas oscilações e instabilidade.

4.3 - Análise para Dados de Falhas Reais

Na avaliação do desempenho dos algoritmos de mínimos quadrados para faltas reais foram utilizadas as configurações (janela de dados, λ e regressores DC) já ajustadas nos casos das faltas simuladas e que otimizaram o desempenho dos estimadores. Os ajustes utilizados foram: janela de dados de um ciclo, fator de esquecimento $\lambda = 0,8$ e número de regressores DC igual a 1 ou 2. Por se tratarem de faltas reais foi utilizado o algoritmo de Wiszniewsky (8) de eliminação da resistência de falta.

Foi verificado para todos os casos que os tempos de detecção foram bem menores quando comparados com os obtidos para as faltas simuladas, permanecendo na casa de $\frac{1}{2}$ ciclo, com erros de localização que variaram de 1% a 3%. Isto se deve principalmente ao fato das faltas reais não ocorrerem nas condições denominadas críticas (máxima excursão de corrente e no final do trecho protegido da LT).

5 - CONCLUSÕES

Os estudos estáticos realizados sobre estimadores *LMS* indicaram que estes algoritmos oferecem totais condições para o trabalho em proteção numérica, com respostas em frequência adequadas para as tarefas relacionadas à proteção de distância de linhas de transmissão.

A utilização do fator de esquecimento λ mostrou-se eficaz para a aceleração dos filtros de mínimos quadrados. No entanto devem ser feitos ajustes preliminares de forma a evitar sua má utilização.

A análise da influência dos regressores DC no comportamento dinâmico demonstrou que a utilização de um ou dois regressores DC aumenta a velocidade do filtro sem aumentar os erros de localização da falta.

A aplicação dos filtros digitais de mínimos quadrados para a estimação de parâmetros de faltas reais foi surpreendente. No entanto deve ser sobressaltado que todos eles foram previamente ajustados segundo os parâmetros ótimos, obtidos nos casos de faltas simuladas.

Os filtros WLS-1, WLS-2 e WLS-3 se mostraram os mais adequados para trabalhos de detecção de faltas (menores tempos de operação), enquanto os filtros OLS-0 e WLS-0 propiciaram os melhores resultados para trabalhos de localização fina da falta, onde velocidade de convergência não é fator primordial.

Todos os estudos foram executados fazendo uso do programa DIGIPROT, o que demonstra sua habilidade em ser utilizado não apenas em atividades de ensino, mas de pesquisa e difusão do conhecimento relativo aos relés microprocessados.

6 - AGRADECIMENTOS

Os autores do trabalho desejam agradecer à PRPq/UFMG e à FAPEMIG pelo apoio financeiro e a todos que colaboraram direta e indiretamente para sua realização.

7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) PEREIRA, C., CRUZ, F. C., VISACRO F., S., Teaching Transmission Line Digital Protection Using a Didactic PC Compatible Program, 37th CIGRÉ Session Proceedings, Vol. L.U.C., No. 1-07 (1998), Paris.
- (2) PEREIRA, C., CRUZ, F. C., VALLE, M. H. M., Teaching Digital Protection With a Didactic Computer Program: Performance Evaluation of Fourier Digital Filters For Transmission Line Numerical Protection, 37th CIGRÉ Session Proceedings, Vol. L.U.C., No. 1-08 (1998), Paris.
- (3) SACHDEV, M. S. (Course Coordinator), Microprocessor Relays and Protection Systems,

IEEE Tutorial Course, 88EH0269-1-PWR, IEEE Service Center, pp. 01-95 (1988), Piscataway, New Jersey.

- (4) NORTON, J. P., An Introduction to Identification, Academic Press (1986), New York and London.
- (5) HAYKIN, S., "Adaptive Filter Theory", Prentice-Hall (1986), Englewood Cliffs, New Jersey.
- (6) PEREIRA, C., Curso de Proteção Digital de Linhas de Transmissão, Convênio ELETROBRAS/FCO/EE.UFMG, pp. 01-143, (1998), Belo Horizonte.
- (7) SACHDEV, M. S. and BARIBEAU, M. A., A New Algorithm for Digital Impedance Relays, IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No. 6, pp. 2232-2240 (11-12/1979).
- (8) WISZNIEWSKI, A., How to Reduce Errors of Distance Fault Location Algorithms, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, nº 12, pp. 4815-4820, (11-12/1981).