



GRUPO VI  
GRUPO DE ESTUDOS DE ASPECTOS EMPRESARIAIS (GAE)

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE SÉRIES FINANCEIRAS PARA APLICAÇÃO  
EM PROJETOS DE INVESTIMENTO DO SETOR ELÉTRICO**

M. Elvira P. Maceira\*      Débora L. D. Jardim      Albert C. G. Melo      Djalma M. Falcão  
CEPEL, COPPE/UFRJ, UERJ

**RESUMO**

Este artigo descreve uma metodologia para a análise do comportamento estatístico de séries financeiras utilizadas na avaliação de projetos de investimento do setor elétrico. São enfatizados os aspectos de estacionariedade, homocedasticidade, dependência linear ou não linear e correlação espacial. Esta análise constitui-se no passo inicial para o desenvolvimento de modelos estocásticos destinados a geração de séries sintéticas multivariadas. A metodologia proposta é aplicada na análise de séries temporais financeiras, tais como taxas de câmbio, juros e inflação. As séries sintéticas obtidas podem ser simuladas em um modelo de avaliação financeira de projetos de investimento do setor elétrico, e.g., Programa ANAFIN, complementando a análise de risco financeiro já incorporada neste modelo e certamente subsidiando ainda mais o processo de tomada de decisão.

**PALAVRAS-CHAVE**

Análise financeira, fluxo de caixa, série temporal, capital privado, projetos elétricos, tarifas de energia, ambiente competitivo, processo estocástico.

**1. INTRODUÇÃO**

A análise financeira de projetos está baseada em estimativas do fluxo de caixa futuro do projeto, obtido a partir de previsões de diversas variáveis. Usualmente, a análise do fluxo de caixa é efetuada a partir da utilização de valores “representativos” destas variáveis, obtendo-se um conjunto determinístico de indicadores financeiros associados ao projeto. Entretanto, na maioria das vezes, estas variáveis apresentam um comportamento aleatório, acarretando na necessidade

de se considerar, em grau maior ou menor, o risco associado ao retorno financeiro calculado para o projeto.

Entre as variáveis que devem ser consideradas na análise de projetos de investimento, incluem-se as chamadas variáveis financeiras, tais como a *inflação*, aumentando as despesas de investimentos com implicações no pagamento de juros e na determinação do lucro líquido e, ainda, provocando variações no capital circulante e no balanço de caixa, as *taxas de câmbio* a fim de estimar de forma acurada os efeitos da inflação e pagamentos em moeda estrangeira, e as *taxas de juros* associadas aos empréstimos contratados e normalmente expressas como um “spread” em cima de uma taxa básica, e.g., Libor (européia), Prime (americana) e Gensaki (japonesa).

O único cenário disponível na prática é o registro observado no passado da variável financeira de interesse, a chamada série histórica, cujo registro é, no entanto, insuficiente para compor uma amostra de tamanho necessário para estimar índices de risco com incertezas aceitáveis. Entretanto, as características básicas da série histórica podem ser capturadas por modelos estocásticos capazes de produzir séries sintéticas da variável financeira, diferentes da série histórica mas igualmente prováveis. Dessa forma, a informação contida na série histórica pode ser mais completamente extraída, permitindo a avaliação de riscos e incertezas pertinentes a um projeto de investimento.

A modelagem dessas variáveis deve inicialmente identificar, através de testes estatísticos, se as séries temporais são estacionárias ou se apresentam tendência. No caso de presença de tendência verifica-se a possibilidade de ela ser removida. Ainda através

de testes estatísticos deve-se analisar se as séries temporais são homocedásticas. De posse desses resultados é possível escolher um modelo estocástico para geração de séries sintéticas, que considerem não só a dependência serial (no tempo) entre cada uma das variáveis isoladamente, mas também a dependência espacial entre elas.

Também, é importante que a base temporal na qual a série é descrita coincida com o período de tempo utilizado na construção do fluxo de caixa, e.g., mensal, semestral, anual, etc.

O objetivo deste trabalho é descrever uma metodologia para a análise de séries financeiras utilizadas na avaliação de projetos de investimento do setor elétrico. Esta análise constitui-se no passo inicial para o desenvolvimento de modelos estocásticos destinados a geração de séries sintéticas multivariadas [1-2]. As séries sintéticas obtidas podem ser simuladas em um modelo de avaliação financeira de investimentos do setor elétrico [3], possibilitando, entre outros indicadores estatísticos, o cálculo do risco associado ao retorno financeiro do projeto. A metodologia proposta é aplicada na análise de séries temporais financeiras, tais como taxas de câmbio, juros e inflação.

## 2. ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

A adoção de critérios probabilísticos em diversas atividades do planejamento e operação de sistemas elétricos criou a necessidade da modelagem probabilística de variáveis de interesse, muitas vezes correlacionadas temporalmente e espacialmente. Por exemplo, em estudos energéticos, critérios de suprimento são baseados em índices de risco, estimados a partir da simulação da operação energética do sistema para diversos cenários de afluências aos aproveitamentos hidroelétricos. Neste caso, para melhorar a qualidade das estimativas destes índices, séries sintéticas de afluências, geradas com base nas séries históricas, são utilizadas [4].

Procedimentos semelhantes podem ser adotados no caso de séries financeiras para a avaliação de investimentos.

### 2.1 Processo Estocástico e Série Temporal

Medindo-se, por exemplo, a taxa de juros mensal de um país por um período de cinco anos, podemos obter a curva 1 da Figura 2. Realizando-se as mesmas medições para outro segmento de cinco anos, obtém-se outra curva, que é em geral diferente da primeira.

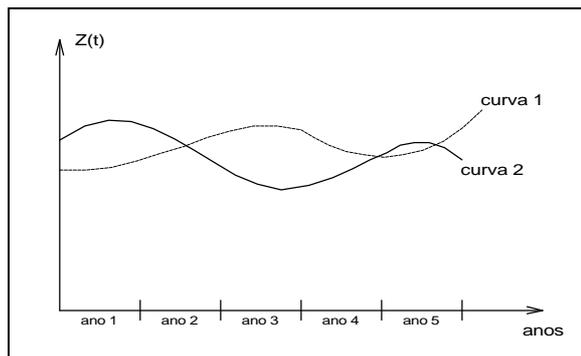


Figura 2 – Taxa de Juros Anual x Anos

Estas curvas são chamadas de trajetórias ou realizações do processo econômico que está sendo observado. Este pode ser modelado por um *processo estocástico*, que nada mais é do que o conjunto de todas as possíveis trajetórias que podem ser observadas. Cada trajetória é também chamada de *série temporal*.

Na prática, só está disponível uma realização do processo estocástico, a *série histórica*. Assim, temos que para cada estágio (dia, mês, ano, etc) o processo estocástico é uma variável aleatória. O valor observado em um estágio  $t$  qualquer (valor da série histórica no instante  $t$ ), nada mais é do que o valor "amostrado" da distribuição de probabilidades associada a variável aleatória do processo estocástico no estágio  $t$ .

Um processo estocástico é totalmente descrito pelo conjunto de todas as séries temporais que o compõe ou pela distribuição de probabilidades conjunta de todas as variáveis aleatórias envolvidas. Como na realidade não está disponível nem uma coisa nem outra, a modelagem de *séries sintéticas* tem por objetivo ajustar um modelo pelo qual acreditamos que a série histórica tenha sido produzida e a partir dele gerar séries sintéticas que representem as séries temporais que podem ser "amostradas" pelo processo econômico que se está observando, o processo estocástico [4].

### 2.2 Estacionaridade e Normalidade

É comum assumir algumas hipóteses simplificadoras do problema, por exemplo, *estacionaridade*. Um processo estocástico é estacionário se ao longo do tempo as suas propriedades estocásticas não se alteram. Isto significa que a média, o desvio padrão, etc., não sofrem modificações ao longo do tempo, ou de uma forma mais abrangente, significa que a distribuição de probabilidades em um estágio  $t$  qualquer é válida para qualquer outro estágio.

A não estacionaridade de um processo estocástico pode ser causada pela presença de ciclos sazonais ou por um comportamento crescente ou decrescente ao longo do tempo chamado de *tendência*.

Estacionaridade é a primeira propriedade estatística a

ser testada na análise de séries temporais, porque grande parte dos modelos estocásticos assumem que o processo gerador é estacionário.

O teste de Mann-Kendall [5] é um teste não paramétrico que testa a existência de tendência na série temporal sem especificar se a tendência é linear ou não. A hipótese nula é que os valores  $\{z_i, i = 1, \dots, n\}$  da série temporal foram sorteados aleatoriamente e da mesma população. Se a hipótese nula é verdadeira, as  $n!$  permutações dos valores observados tem igual probabilidade de formar a série temporal realmente observada. Entretanto, se existir uma tendência monótona no processo de sorteio dos valores, as permutações que formam séries monótonas serão mais prováveis. O teste é realizado calculando-se:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} s_i \quad (1)$$

onde  $s_i$  é o número de  $z_j > z_i, i < j \leq n$

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} i_i \quad (2)$$

onde  $i_i$  é o número de  $z_j < z_i, i < j \leq n$

$$D = I - S \quad (3)$$

onde  $s_i$  é o número de  $z_j > z_i, i < j \leq n$

Se a hipótese nula é verdadeira, D não deve ser significativo. Se existe alguma tendência monótona, D tende a seu valor máximo  $+(n-1)$  ou mínimo  $-(n-1)$ . Para valores de  $n > 10$ , a variável aleatória V tem aproximadamente distribuição Normal padrão.

$$V = \frac{D-1}{\left(\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}\right)^{0.5}} \quad (4)$$

Se um processo não é estacionário, uma transformação pode ser aplicada aos dados de tal forma que o processo resultante apresente média e desvio-padrão constantes ao longo do tempo. A transformação mais comum é a diferenciação, ou seja, a subtração do valor passado da variável ao valor presente. Por exemplo, a transformação de variáveis  $\Delta z_t = z_t - z_{t-1}$  é suficiente para remover uma tendência linear.

Outra propriedade estatística bastante assumida pelos modelos estocásticos é a Normalidade. Uma transformação bastante poderosa a fim de se obter processos estocásticos Normais é a transformação Box-Cox [6]:

$$w_t = \frac{z_t^I - 1}{I} \quad (5)$$

onde  $w_t$  é a série temporal resultante após a

transformação e  $\lambda$  é a constante de transformação. Quando  $\lambda$  é igual a zero a transformação Box-Cox corresponde a transformação Logaritmica, muito utilizada em séries financeiras. Aplicando-se conjuntamente as transformações diferenciação e Logaritmica a uma série temporal, a série resultante é obtida por:

$$r_t = \log\left(\frac{z_t}{z_{t-1}}\right) \quad (6)$$

A série transformada  $r_t$  é denominada de série de retornos.

## 2.2 Dependência Linear

Se uma série temporal é linearmente dependente, então modelos de séries temporais lineares podem ser ajustados, como por exemplo, os modelos Box-Jenkins [1].

O teste McLeod-Li [7] destina-se à dependência não linear e os dados são examinados através de  $k$  coeficientes de auto-correlação de  $x_t^2$ , onde  $x_t$  possui média zero ( $x_t = z_t - \mu_z$ ). O objetivo deste teste é detectar a presença de dependência serial. Por exemplo, Granger e Newbold [8] sugeriram que se  $\rho_x^2(k) = [\rho_x(k)]^2$ , para todo  $k$ , então a série  $x_t$  é linear. Assim a função de auto-correlação pode fornecer evidências sobre a linearidade do processo estocástico. O teste é realizado calculando-se:

$$k = n / 4 \quad (7)$$

$$r_t^2 = \frac{\sum_t [x_t^2 - s^2][x_{t+k}^2 - s^2]}{\sum_t [x_t^2 - s^2]^2} \quad (8)$$

onde  $r_t^2$  é a estimativa da função de auto-correlação de  $x_t^2$  e  $\sigma^2$  é a variância de  $x_t^2$ .

A estatística para testar a hipótese nula de que  $x_t^2$  é independente é dada por:

$$Q_{xx}(k) = n(n+2) \sum_{m=1}^k (n-m)^{-1} r_{xx}^2(m) \quad (9)$$

$Q_{xx}(k)$  tem distribuição Qui-quadrado com  $k$  graus de liberdade. Se  $Q_{xx}(k)$  é maior que o valor crítico para um nível de significância  $\alpha$ , rejeita-se a hipótese nula de dependência linear de  $x_t$ .

## 3. ESTUDO DE CASO

Neste trabalho são analisadas algumas séries

financeiras de taxas de câmbio (US\$/ECU\$, US\$/YEN\$) e taxas de juros (Libor, Prime, Gensaki). O período de observação destas séries foi de 1970 a 1995, com exceção da taxa de câmbio US\$/ECU\$, cujo período inicial foi 1980.

A modelagem estocástica aqui desenvolvida está sendo implementada no Programa ANAFIN – Análise de Riscos Financeiros de Projetos de Investimentos [3], desenvolvido pelo CEPEL e pela Diretoria Financeira da ELETROBRÁS. Uma vez que este Programa trabalha preferencialmente com fluxos de caixa anualizados, serão utilizados valores médios anuais para descrever estas séries.

Assim, as Figuras 3 e 4 ilustram as taxas médias anuais de câmbio US\$/ECU\$ e US\$/YEN\$, respectivamente. As Figuras 5, 6 e 7 ilustram as taxas de juros europeia Libor, americana Prime e japonesa Gensaki médias anuais respectivamente.

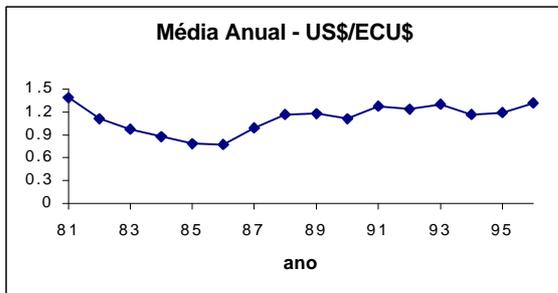


Figura 3 – Taxa de Câmbio US\$/ECU\$

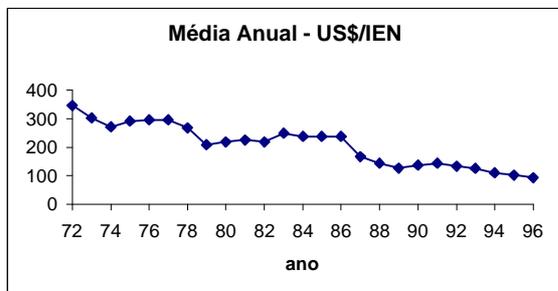


Figura 4 – Taxa de Câmbio US\$/YEN\$

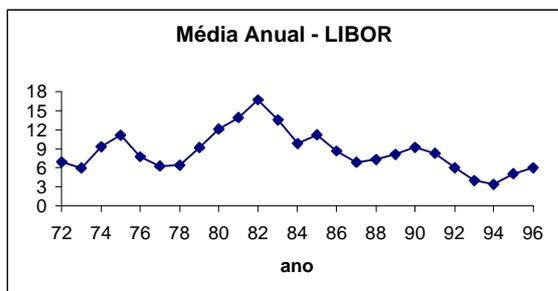


Figura 5 – Taxa de Juros – Libor

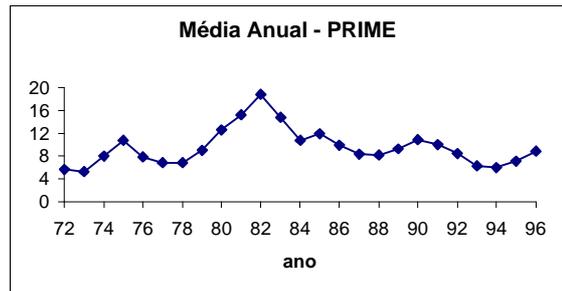


Figura 6 – Taxa de Juros – Prime

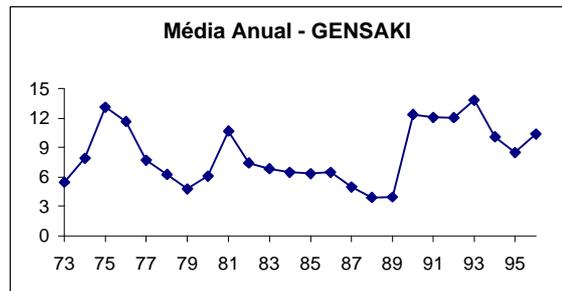


Figura 7 – Taxa de Juros – Gensaki

A Tabela 1 apresenta os resultados do teste de Mann-Kendall aplicado às séries originais de taxas de câmbio e taxas de juros. O valor crítico do teste com nível de significância de 2,5% é 1,96. Observa-se que a hipótese nula de não estacionaridade é rejeitada para as séries de taxa de câmbio.

Tabela 1 – Resultados do Teste de Mann-Kendall – Série Original

Série Temporal	$D =  I - S $	V
US\$/ECU\$	46	2,03
US\$/YEN\$	232	5,40
Libor	76	1,75
Prime	4	0,07
Gensaki	24	0,57

As Figuras 8 e 9 ilustram as séries de retorno das taxas de câmbio US\$/ECU\$ e US\$/YEN\$ médias anuais respectivamente.

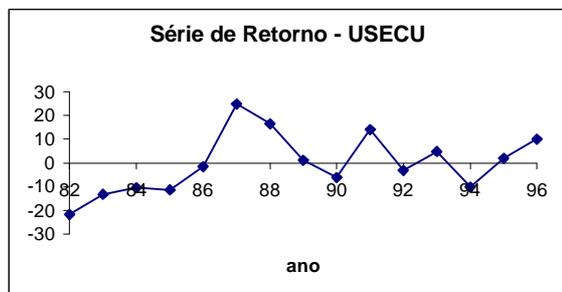


Figura 8 – Retorno US\$/ECU\$

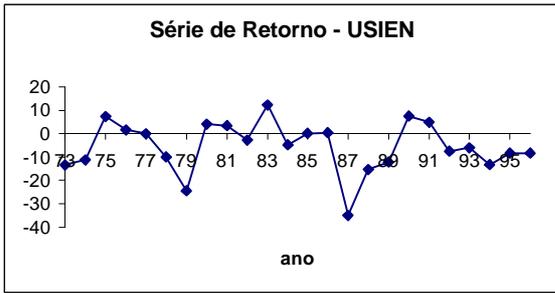


Figura 9 – Retorno US\$/YEN\$

A Figuras 10, 11 e 12 ilustram as séries de retorno das taxas de juros européia Libor, americana Prime e japonesa Gensaki médias anuais respectivamente.

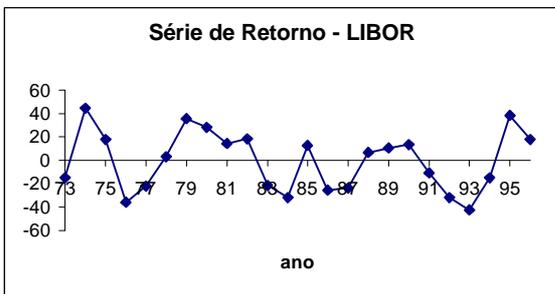


Figura 10 – Retorno – Libor

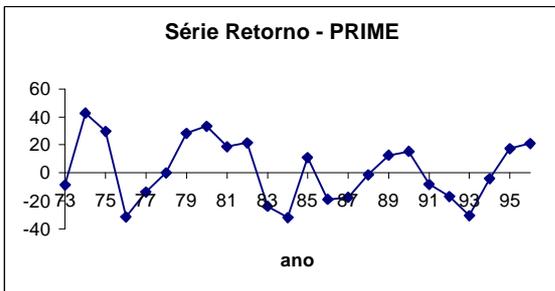


Figura 11 – Retorno – Prime

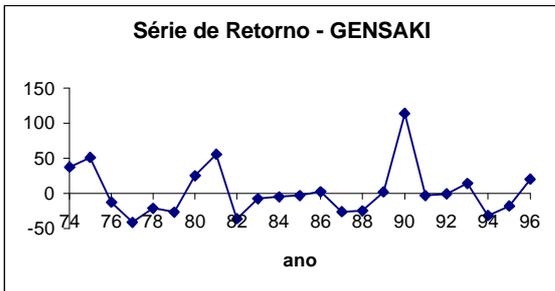


Figura 12 – Retorno - Gensaki

A Tabela 2 apresenta os resultados do teste de Mann-Kendall aplicado agora às séries de retorno. Com nível de significância de 2,5%, observa-se que a hipótese nula de não estacionaridade não é rejeitada para nenhuma série temporal analisada.

Tabela 2 – Resultados do Teste de Mann-Kendall – Séries de Retorno

Série Temporal	D =  I - S	V
US\$/ECU\$	39	1,88
US\$/YEN\$	24	0,57
Libor	30	0,72
Prime	26	0,62
Gensaki	15	0,37

A Tabela 3 apresenta os resultados do teste McLeod-Li aplicado às séries de retorno de taxas de câmbio e taxas de juros. Observa-se que a hipótese nula de dependência linear não é rejeitada para nenhuma série temporal analisada.

Tabela 3 – Resultados do Teste McLeod-Li

Série Temporal	No. Graus Liberdade	Valor	Valor Crítico
US\$/ECU\$	3	0,90	7,81
US\$/YEN\$	6	7,69	12,59
Libor	6	3,55	12,59
Prime	6	0,52	12,59
Gensaki	5	1,58	11,07

De posse destes resultados conclui-se que o ajuste de um modelo estocástico linear, como por exemplo, os modelos Box-Jenkins é adequado.

Na construção de um modelo estocástico também é importante representar a correlação espacial entre as variáveis aleatórias envolvidas no modelo de avaliação financeira. A Tabela 4 apresenta a correlação espacial entre as séries de retorno de taxas de juros e câmbio.

Tabela 4 – Correlação Espacial entre as Séries de Retorno

Série Temporal	US\$/ECU	US\$/YEN	LIBOR	PRIME
US\$/ECU\$	1,000			
US\$/YEN\$	-0,586	1,000		
Libor	-0,073	-0,054	1,000	
Prime	-0,114	-0,009	0,957	1,000
Gensaki	-0,040	0,455	0,271	0,373

Observa-se que as taxas de câmbio estudadas apresentam correlação negativa. Entre as taxas de juros, verifica-se que as taxas Prime e Libor apresentam evolução ao longo do tempo bastante similar, a taxa Gensaki apresenta baixa correlação com as taxas Libor e Prime. Observa-se ainda que a taxa de câmbio US\$/YEN\$ apresenta correlação positiva com a taxa de juros japonesa (Gensaki).

Da análise destas séries financeiras com discretização anual verifica-se que é possível ajustar um modelo Box & Jenkins, com representação da correlação espacial entre estas variáveis, para se obter cenários futuros de taxas de juros e de câmbio.

A obtenção e introdução de séries sintéticas de variáveis de interesse em modelos de avaliação de investimento possibilitará o cálculo de indicadores de risco financeiro, contribuindo para o processo de tomada de decisão.

## CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma metodologia para a análise de séries financeiras utilizadas na avaliação de projetos de investimento do setor elétrico. Foram descritos e aplicados métodos para a verificação de estacionariedade, dependência linear ou não-linear e correlação espacial.

A metodologia proposta foi aplicada na análise de séries de taxas de câmbio (US\$/ECU\$, US\$/YEN\$) e taxas de juros (européia – Libor, americana – Prime, e japonesa – Gensaki). Para garantir coerência com os modelos usuais de avaliação financeira de investimentos, eg., Programa ANAFIN, foram considerados valores médios anuais para estas séries.

Com os dados utilizados verificou-se que é possível ajustar modelos estocásticos lineares, como por exemplo os da família Box & Jenkins, incluindo a representação da correlação espacial entre estas variáveis, para se obter cenários futuros de taxas de juros e de câmbio.

O objetivo final é a utilização destas séries no Programa ANAFIN, complementando a análise de risco financeiro já incorporada neste modelo e certamente subsidiando ainda mais o processo de tomada de decisão.

## REFERÊNCIAS

- [1] G.E.P.Box, G.M.Jenkins, "Time Series Analysis, forecasting and control", Holden-Day, San Francisco, 1970.
- [2] T.Bollerslev, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics 31, 309-328, 1986.
- [3] A.C.G.Melo, M.S.Reis, B.G.Gorenstin, A.M.Oliveira, A.L. Castro, "Um Modelo para a Análise Financeira de Projetos Elétricos, XIV SNPTEE, Belém-PA, Outubro de 1997.
- [4] Maceira, M.E.P., Mercio, C.M.V.B., "Stochastic Sreamflow Model for Hydroelectric Systems", 5<sup>th</sup> International Conference PMAPS - Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Vancouver, Canada, 1997.
- [5] J.Bradley, "Distribution Free Statistical Tests", Prentice Hall Inc., 1986.
- [6] G.E.P.Box, D.R.Cox, "An Analysis of Transformations", Journal of the Royal Statistical Society, A127, 211-252, 1964.
- [7] J.B.Cromwell, W.C.Labys, M.Terraza, "Univariate Tests for Time Series Models", Sage Publications, 1994.
- [8] C.W.J.Granger, P.Newbold, "Forecasting Economic Time Series", Academic Press, New York, 1986.