



**GRUPO VII**

**GRUPO DE ESTUDO DE PLANEJAMENTO DE SISTEMAS ELÉTRICOS (GPL)**

**PLANEJAMENTO DINÂMICO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO  
DE ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO MÚLTIPLOS ESTÁGIOS**

Sérgio Haffner \*

**PUCRS-EPO-DEE**

Ariovaldo Garcia

**UNICAMP-FEEC-DSEE**

Alcir Monticelli

Rubén Romero

**UNESP-FEIS-DEE**

**RESUMO**

Neste trabalho o problema do planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão é formulado considerando múltiplos estágios, nos quais otimiza-se o valor presente da somatória dos investimentos realizados ao longo dos anos que compreendem o horizonte de planejamento. Para representar a rede de transmissão foi adotado o modelo de transportes sendo o problema de otimização resultante resolvido com auxílio da decomposição de Benders. Os problemas inteiros foram resolvidos através de um algoritmo de Branch-and-Bound especializado. Exemplos são apresentados para ilustrar a aplicação do planejamento dinâmico e, também, para confrontá-lo com o planejamento estático convencional.

**PALAVRAS-CHAVE**

Planejamento da transmissão, Modelo de transportes, Decomposição de Benders, Otimização, Programação inteira.

**1.0 – INTRODUÇÃO**

O planejamento dinâmico da expansão dos sistemas de transmissão de energia elétrica tem por objetivo definir não somente a localização e o tipo de investimento mas, também, o momento mais adequado para que tais investimentos sejam levados a termo, de modo que os contínuos crescimentos da demanda e da geração sejam sempre assimilados de forma otimizada pelo sistema. A parte deste problema que se relaciona com a localização e o tipo do investimento já vem sendo estudada em profundidade a bastante tempo e

apresenta, na atualidade, a etapa de modelagem resolvida através de três estruturas básicas (modelo de transportes, modelo do fluxo de carga DC e um terceiro híbrido transportes-DC), embora ainda tenham surgido novidades relacionadas com as técnicas de solução, usualmente, divididas em três grandes famílias: métodos aproximados (algoritmos construtivos [1]), métodos de otimização clássica (geralmente baseados em decomposição matemática do problema [2,3]) e métodos de otimização combinatorial (tais como “Simulated Annealing” [4], Algoritmos Genéticos [5,6], Busca Tabu).

A definição ótima do instante de tempo no qual o investimento deve ser realizado caracteriza-se por implicar em um problema de maior complexidade (em função do aumento do número de variáveis) e cuja bibliografia já não é mais tão abundante [6], tanto no aspecto teórico quanto nos resultados práticos. Quando são considerados múltiplos estágios no processo de otimização, o objetivo deixa de ser a minimização do custo de investimento para um determinado ano horizonte e passa a ser a minimização do valor presente (ou futuro) da somatória de todos os investimentos realizados ao longo dos anos que correspondem aos estágios simulados. Desta forma, consegue-se evitar a visão míope, usual, na qual são privilegiados os reforços imediatistas do sistema de transmissão, em detrimento da criação de novos caminhos que, no futuro, mostram-se imprescindíveis e economicamente viáveis.

A seguir apresenta-se a formulação do problema de planejamento dinâmico da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica que consiste na otimização dos investimentos considerando múltiplos

estágios, nos quais os novos equipamentos são instalados visando atender continuamente o aumento da demanda e o surgimento de novos pontos de geração e/ou demanda. O modelo de otimização baseia-se no modelo de transportes (mas não está limitado a esta modelagem) e é resolvido com auxílio da Decomposição de Benders. Em um primeiro momento, cada estágio é resolvido separadamente como se fosse o único horizonte do problema. Neste caso, tem-se diversos problemas clássicos de planejamento, um para cada estágio. Posteriormente, a partir das informações da solução de cada estágio, constrói-se o problema completo de investimento multi-estágio que continua a interagir com os subproblemas de operação de cada um dos estágios considerados até que a solução final seja obtida. São discutidas, também, alternativas para resolução do problema tais como a relaxação temporária da integralidade das variáveis de decisão sobre o investimento.

## 2.0 – MODELAGEM DO PROBLEMA

A determinação do plano ótimo de expansão do sistema elétrico de transmissão considera um horizonte de longo prazo que é dividido em diversos estágios. Para cada estágio são atribuídas as condições previstas de geração e demanda, a lista dos investimentos candidatos e um fator de desconto, em função do tempo que estes investimentos podem ser adiados. Com estas informações busca-se minimizar o valor presente dos custos totais de investimento e da energia não suprida. Assim, o planejamento dinâmico da expansão, ou planejamento multi-estágio, torna-se uma extensão do problema de planejamento em um estágio.

### 2.1 – Planejamento em um estágio

Quando o sistema elétrico é representado pelo modelo de transportes, o problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica pode ser assim formulado [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } v = \sum_{i,j} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_k r_k \\ \text{s.a. } Sf + g + r = d \\ |f_{ij}^t| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ 0 \leq r \leq d \\ 0 \leq g \leq \bar{g} \\ 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij} \text{ inteiro} \\ f_{ij}^t \text{ irrestrito} \end{array} \right. \quad (1)$$

onde:

- $c_{ij}$  – custo da instalação de uma linha no ramo  $ij$ ;
- $n_{ij}$  – número de linhas adicionadas ao ramo  $ij$ ;
- $n_{ij}^0$  – número de linhas existentes no ramo  $ij$ ;

- $\bar{n}_{ij}$  – número máximo de linhas que podem ser adicionadas ao ramo  $ij$ ;
- $\alpha$  – fator para compatibilizar as unidades de custos com cortes de carga;
- $r_k$  – corte de carga na barra  $k$ ;
- $r$  – vetor dos cortes de carga nas barras;
- $S$  – matriz incidência nó-ramo;
- $f$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos;
- $f_{ij}$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$ ;
- $\bar{f}_{ij}$  – fluxo máximo de potência ativa no ramo  $ij$ ;
- $g$  – vetor das gerações de potência ativa;
- $d$  – vetor das demandas de potência ativa.

A formulação (1) apresenta como resultado o(s) melhor(es) plano(s) de expansão do sistema de transmissão, definido(s) pelas variáveis  $n_{ij}^*$  (valores ótimos das variáveis  $n_{ij}$ ), tendo como ponto de partida o sistema existente, especificado pelas variáveis  $n_{ij}^0$ .

Desta forma, é possível obter um plano de expansão em etapas realizando a otimização ano após ano, ou seja, realiza-se a expansão do ano zero para o ano 1, com o resultado ótimo do ano 1 se expande para o ano 2 e assim sucessivamente. Obviamente, quando analisados todas as etapas simultaneamente, a solução assim obtida pode não ser ótima pois foi obtida sempre com a visão de curto prazo.

### 2.2 – Planejamento em múltiplos estágios

Na representação em múltiplos estágios foram acrescentados o índice  $t$ , para indicar o ano de instalação do equipamento, e o fator de desconto  $d^t$ , para representar a economia que significa o adiamento dos investimentos. Com isto, o problema do planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão, utilizando o modelo de transportes, é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } v = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[ \sum_{i,j} c_{ij} n_{ij}^t + \alpha \sum_k r_k^t \right] \\ \text{s.a. } Sf^t + g^t + r^t = d^t \quad t=1,2,\dots,T \\ |f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij} \quad t=1,2,\dots,T \\ 0 \leq r^t \leq d^t \quad t=1,2,\dots,T \\ 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \quad t=1,2,\dots,T \\ n_{ij}^t \geq 0 \quad t=1,2,\dots,T \\ \sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t \text{ inteiro} \quad t=1,2,\dots,T \\ f_{ij}^t \text{ irrestrito} \quad t=1,2,\dots,T \end{array} \right. \quad (2)$$

onde:

- $n_{ij}^t$  – número de linhas adicionadas ao ramo  $ij$  no instante  $t$  (além das existentes na configuração inicial e das adicionadas nas etapas anteriores)

- $r_k^t$  – corte de carga na barra  $k$  no instante  $t$ ;  
 $r^t$  – vetor dos cortes de carga nas barras no instante  $t$ ;  
 $f^t$  – vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos no instante  $t$ ;  
 $f_{ij}^t$  – fluxo de potência ativa no ramo  $ij$  no instante  $t$ ;  
 $g^t$  – vetor das gerações de potência ativa no instante  $t$ ;  
 $d^t$  – vetor das demandas de potência ativa no instante  $t$ ;  
 $T$  – número de estágios considerados.

Nesta formulação, os diversos estágios estão inter-relacionados por intermédio das variáveis  $n_{ij}^t$ , através das restrições  $|f_{ij}^t| \leq \left( \sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{f}_{ij}$  e  $\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$ , não podendo, portanto, ser subdividido em  $T$  subproblemas independentes.

### 3.0 – DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA

Através da decomposição de Benders [2,3], o problema do planejamento da expansão do sistema de transmissão pode ser separado em dois subproblemas, resolvidos de modo sucessivo e iterativo: no primeiro decide-se a respeito das variáveis de investimento; no segundo determina-se a melhor forma de operar a rede, utilizando os recursos escolhidos anteriormente. No caso do sistema elétrico ser representado pelo modelo de transportes, pode-se garantir que as soluções assim obtidas são ótimos globais.

Quando o planejamento é executado em um único estágio, de acordo com a formulação (1), tem-se um Subproblema de Investimento e um Subproblema de Operação, conforme ilustra a Figura 1, onde  $\beta$  aparece como consequência da decomposição e  $\pi_{ij}^v$  são os multiplicadores de Lagrange das restrições  $|f_{ij}| \leq (n_{ij}^v + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ , obtidos na iteração  $v$  do processo iterativo, após a solução de cada Subproblema de Operação [2,3]. As restrições que aparecem no Subproblema de Investimento são denominadas cortes de Benders e são obtidas ao longo do processo iterativo, com informações oriundas da solução do Subproblema de Operação ( $w^v$  e  $\pi_{ij}^v$ ) que, por sua vez, recebe informação da solução do Subproblema de Investimento ( $n_{ij}^v$ ).

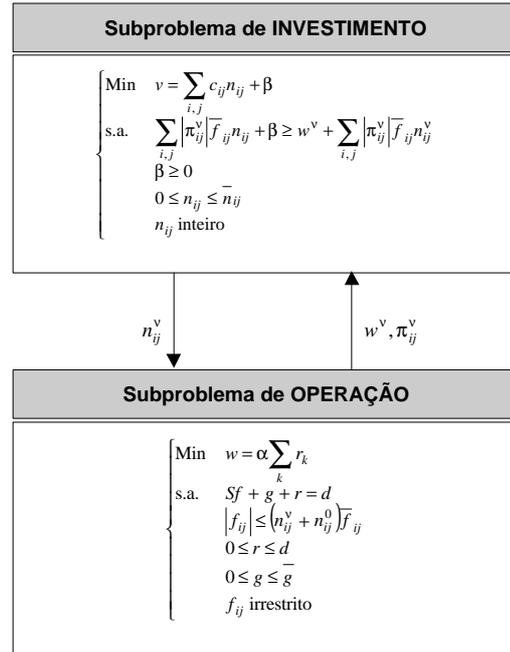


FIGURA 1 – Decomposição do planejamento em um estágio.

De uma maneira geral, cada um dos Subproblemas mostrados na Figura 1 é menor do que o problema original no número de variáveis e de restrições mas, com a divisão, a quase totalidade do esforço computacional concentra-se na solução do Subproblema de Investimento, que é um problema de Programação Inteira (PI), pois, o Subproblema de Operação é um simples problema de Programação Linear (PL). Desta forma, a eficiência desta metodologia está fortemente relacionada com o número de vezes que o Subproblema de Investimento inteiro precisa ser resolvido para a obtenção do resultado final.

Com a finalidade de reduzir o número de soluções de PIs, pode-se resolver o problema em fases [3], nas quais a modelagem, inicialmente relaxada, converge sucessivamente para a representação desejada. Para o modelo de transportes, o processo pode ser dividido em apenas duas fases:

**Fase I – Adições contínuas:** Nesta fase, as variáveis de investimento são consideradas contínuas e o Subproblema de Investimento transforma-se em um PL. Os cortes de Benders assim produzidos são aproveitados para a fase seguinte.

**Fase II – Adições inteiras:** Nesta fase, é restabelecida a natureza inteira das variáveis de investimento. O processo inicia pela solução do Subproblema de Investimento (inteiro) considerando os cortes de Benders gerados na fase anterior.

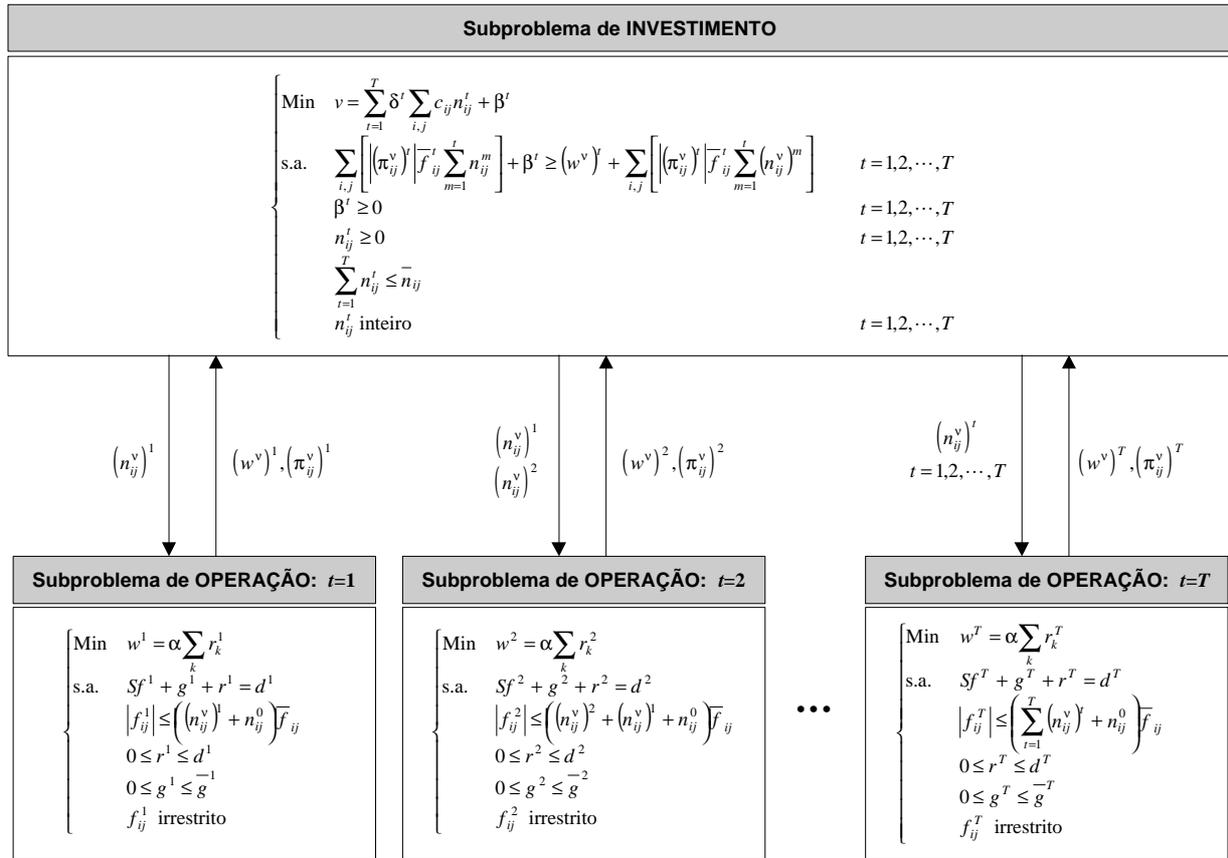


FIGURA 2 – Decomposição do planejamento em múltiplos estágios.

Quando o planejamento considera múltiplos estágios simultaneamente, através da formulação (2), tem-se um Subproblema de Investimento, que gerencia todas as variáveis de investimento, e diversos Subproblemas de Operação, um para cada estágio considerado, conforme ilustra a Figura 2. Cada um dos Subproblemas de Operação fornece, para o Subproblema de Investimento, as informações referentes ao seu respectivo estágio, ou seja,  $(w^v)^t$  e  $(\pi_{ij}^v)^t$ , para o estágio  $t$ . Estes subproblemas serão, posteriormente, informados das decisões de investimento pertinentes, ou seja,  $(n_{ij}^v)^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, t$  para o estágio  $t$ .

Da mesma forma que o problema de planejamento em um estágio pode ser resolvido em fases sucessivas, o planejamento em múltiplos estágios também pode ser resolvido em etapas. A forma mais direta de implementar isto é a divisão do problema em duas fases como anteriormente. Entretanto, existem outras alternativas mais interessantes, como a seguinte:

*Fase I – Problemas independentes e adições contínuas:*

Nesta fase, cada um dos estágios é resolvido independentemente dos demais e constitui um

problema de planejamento em um estágio onde as variáveis de investimento são consideradas contínuas. Os cortes de Benders produzidos em cada um dos problemas, referentes aos estágios, são aproveitados para a fase seguinte.

*Fase II – Problema multi-estágio e adições contínuas:*

Com os cortes produzidos nos problemas referentes a cada um dos estágios da fase anterior, constrói-se um único Subproblema de Investimento, ainda com variáveis contínuas, que interage com todos os Subproblemas de Operação.

*Fase III – Problema multi-estágio e adições inteiras:*

Com os cortes produzidos nas fases anteriores, constrói-se um único Subproblema de Investimento, com variáveis inteiras, que interage com todos os Subproblemas de Operação.

Para cada um dos estágios é possível, ainda, considerar diversos níveis de carregamento do sistema elétrico (carga leve, média e pesada). Isto é feito através da substituição do Subproblema de Operação único de cada estágio por um conjunto de subproblemas cuja combinação, devidamente ponderada pela duração de

cada nível de carga, passa a representar o referido estágio. Este conjunto de subproblemas passa a interagir com o Subproblema de Investimento da mesma forma que o subproblema único interagiu anteriormente, continuando válida a divisão em fases já detalhada.

Na implementação computacional foi empregada a solução em três fases descrita. Todos os PLs foram resolvidos por intermédio do programa MINOS 5.4 [7], inclusive aqueles originados durante a solução dos PLs (referentes aos Subproblemas de Investimento da Fase III), que utilizou um algoritmo de “Branch and Bound” no qual tanto a seleção da variável de separação quanto a escolha do próximo nó foi feita utilizando-se pseudocustos [8].

#### 4.0 – EXEMPLOS

A metodologia descrita foi aplicada a dois sistemas diferentes. O primeiro é um sistema teórico utilizado para mostrar as diferenças entre os modelos dinâmico e estático. O segundo é um sistema real e tem por objetivo mostrar a aplicação de tal formulação a um sistema de médio porte.

##### 4.1 – Sistema de três barras

Para ilustrar a diferença que existe entre o planejamento da expansão considerando os múltiplos estágios de forma sucessiva (um estágio após o outro) ou simultânea (planejamento dinâmico), foi utilizado o sistema de 3 barras e duas linhas da Figura 3.

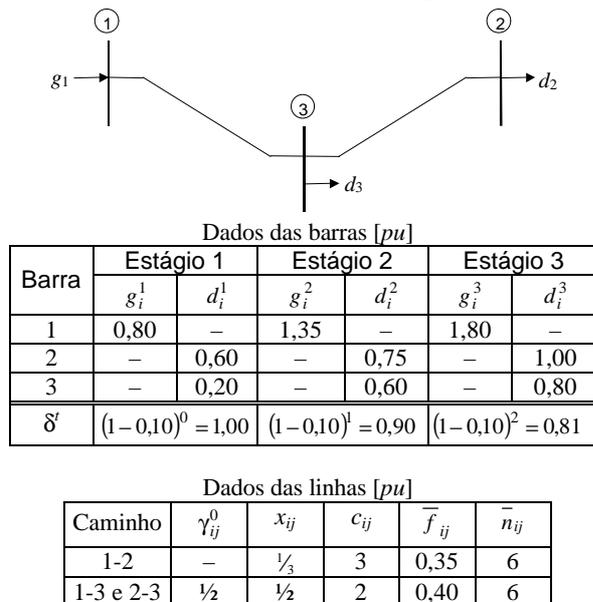


FIGURA 3 – Sistema de 3 barras.

Utilizando a formulação (1) para realizar a expansão de um estágio para o outro em seqüência (0-1, 1-2 e 2-3) e também do caso base para cada um dos estágios. Os resultados da Tabela 1 indicam que na expansão seqüencial foram instaladas 5 linhas (duas na expansão do caso base para o Estágio 1, duas na expansão do Estágio 1 para o 2 e uma na expansão 2-3) com um custo total de 11 unidades de custo, cujo valor presente corresponde a 10,03 unidades. O resultado final, assim obtido, é diferente do encontrado na expansão direta do caso base para o Estágio 3 (coluna 0-3 da Tabela 1) onde o número e o custo total das linhas instaladas é inferior. Neste caso particular, o resultado da expansão direta 0-3 é melhor do que o obtido seqüencialmente pois além de atender às restrições dos Estágios 1 e 2 seu custo é inferior, mesmo que todo o investimento seja realizado no Estágio 1. No caso geral, no entanto, o resultado da expansão direta, embora atenda otimamente às exigências do último estágio pode não atender, sequer, às restrições dos estágios intermediários. Além disto, o custo de implementação em estágios, do resultado final desta expansão direta, pode ser maior do que o custo da expansão seqüencial.

TABELA 1 – Expansão em um estágio

Resultado Obtido	Estágio: inicial-horizonte					
	0-1	1-2	2-3	Total (0-1-2-3)	0-2	0-3
$n_{12}$	—	—	1	1	1	2
$n_{13}$	1	2	—	3	2	2
$n_{23}$	1	—	—	1	—	—
$v$ [pu]	4	4	3	11	7	10
$v \times \delta^r$ [pu]	4	3,6	2,43	10,03	—	—

A otimização da expansão pelo período que corresponde aos três estágios do sistema de três barras da Figura 1, mostrada na Tabela 2, foi obtida utilizando-se a formulação (2).

TABELA 2 – Expansão em múltiplos estágios

Resultado Obtido	Estágio de instalação			
	1	2	3	Total
$n_{12}$	1	—	1	2
$n_{13}$	1	1	—	2
$n_{23}$	—	—	—	—
$v$ [pu]	5	2	3	10
$v \times \delta^r$ [pu]	5	1,8	2,43	9,23

Para este exemplo, o total instalado corresponde ao valor obtido quando realizada a expansão direta do caso base para o último estágio (vide Tabela 1, coluna 0-3). Entretanto, deve-se observar que a formulação (2) fornece, além das informações de quantidade e localização o estágio no qual cada um dos investimentos deve ser realizado visando minimizar o valor presente do investimento total. Desta forma, o

investimento total foi reduzido de 10,03 para 9,23 unidades, mesmo que, no primeiro estágio, o investimento tenha aumentado de 4 para 5 unidades. Isto reforça a tese de que a seleção dos investimentos seja realizada com visão de longo prazo e não, exclusivamente, motivada pela visão míope de curto prazo.

#### 4.2 – Sistema Sul Brasileiro - 1980

Os dados do sistema Sul Brasileiro de 1980 estão disponíveis em [3] e já foram largamente utilizados em testes apresentando dois conjuntos conhecidos de soluções, apresentados na Tabela 3, um para o caso onde é permitido o redespacho dos geradores e outro para o caso em que a injeção dos geradores é fixada.

TABELA 3 – Sistema Sul: expansão em um estágio

Extremos da LT	Custo US\$ 10 <sup>3</sup>	Com Redespacho	Sem Redespacho	
			Solução 1	Solução 2
14-22	5712		1	1
33-34	8288	1		
18-19	8178			1
20-21	8178	2	2	1
42-43	8178	1	2	2
5-11	6167	2	2	2
25-32	37109		1	1
31-32	7052		1	1
28-31	7819		1	1
11-46	8178	1	1	1
24-25	8178		2	2
$v$ [US\$10 <sup>3</sup> ]		53334	127272	

O problema formulado considerou dois estágios sucessivos sendo o primeiro representado pela rede com opção de redespacho. A taxa de desconto adotada para o segundo estágio foi de 0,9.

TABELA 4 – Sistema Sul: expansão multi-estágio

Extremos da LT	Solução 1			Solução 2		
	Est. 1	Est. 2	Total	Est. 1	Est. 2	Total
14-22		1	1		1	1
18-19					1	1
20-21	1	1	2	1		1
42-43	1	1	2	1	1	2
5-11	2		2	2		2
25-32	1		1	1		1
31-32		1	1		1	1
28-31		1	1		1	1
11-46	1		1	1		1
24-25	1	1	2	1	1	2
$v$	82155	45117	127332	82155	45117	127332
$v \times \delta^t$	82155	40605,3	122760,3	82155	40605,3	122760,3

Para este caso, o limite superior óbvio de investimento seria realizar no primeiro estágio todos os investimentos previstos na solução com redespacho e,

no segundo estágio, os investimentos que faltam para completar qualquer uma das soluções sem redespacho ( $53334 + 0,9 \times 82226 = 127337,4$ ). Quando considerados os dois estágios simultaneamente, são obtidas as duas soluções da Tabela 4. Pode-se observar que embora o investimento inicial seja maior (82155 contra 53334), o valor presente do investimento total (122760,3) é inferior ao valor obtido quando esta expansão é realizada de modo seqüencial (127337,4).

#### 5.0 – CONCLUSÕES

Os resultados apresentados permitem verificar a diferença entre a otimização da expansão combinada dos diversos estágios simultaneamente e a expansão seqüencial ano após ano. Embora a dimensão do problema de investimento seja ampliada, o problema completo se caracteriza por não apresentar diferenças tão grandes de um estágio para o outro como ocorre no planejamento de longo prazo. O resultado disto é que o número de investimentos realizados em cada estágio é bem menor do que quando à rede atual é imposta a demanda de um futuro muito distante, situação em que a solução do problema inteiro tende a ser mais difícil. Por outro lado, a possibilidade de iniciar a solução do problema relaxando as restrições de integralidade, também apresentou-se como boa alternativa para reduzir o esforço computacional.

#### 6.0 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Monticelli e outros. "Interactive transmission network planning using a least effort criterion". *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, 101(10):3919–3925, October 1982.
- [2] M. V. F. Pereira e outros. "Composite generation-transmission expansion planning". Relatório Técnico EL-5179, EPRI, June 1987. Project 2473-9.
- [3] R. Romero e A. Monticelli. "A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning". *IEEE Trans. Power Systems*, 9(1):373–380, February 1994.
- [4] R. Romero, R. A. Gallego e A. Monticelli. "Transmission system expansion planning by simulated annealing". *IEEE Trans. Power Systems*, 11(1):364–369, February 1996.
- [5] R. A. Gallego, A. Monticelli e R. Romero. "Transmission system expansion planning by genetic algorithm". *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 145(3):329–335, May 1996.
- [6] H. Rudnick e outros. "Economically adapted transmission systems in open access schemes – application of genetic algorithms". *IEEE Trans. Power Systems*, 11(3):1427–1440, August 1996.
- [7] B. A. Murtagh e M. A. Saunders. *MINOS 5.4 release notes*. Stanford University, Stanford, CA 94305-4022, December 1992.
- [8] J. M. Gauthier e G. Ribière. "Experiments in mixed-integer linear programming using pseudo-costs". *Mathematical Programming*, 12:26-47, 1977.