



**XVI SNPTTE**  
Seminário Nacional de Produção e  
Transmissão de Energia Elétrica

GRUPO X

GRUPO DE ESTUDO DE SOBRETENSÕES E COORDENAÇÃO DE ISOLAMENTO

## Análise Comparativa dos Modelos de Linha de Transmissão para o EMTP

Antonio Carlos Siqueira de Lima (\*)

Marco Polo Pereira

Operador Nacional do Sistema Elétrico

Furnas Centrais Elétricas S.A..

### RESUMO

Um dos pontos mais importantes para a realização de estudos transitórios envolvendo frequências até dezenas de kHz é a representação precisa das linhas de transmissão aéreas. A natureza distribuída dos parâmetros e o efeito pelicular são os principais fatores a serem representados com detalhes, já que o efeito de proximidade pode ser desconsiderado na maioria dos casos. O objetivo deste artigo é comparar o desempenho dos modelos existentes no EMTP/ATP, para três configurações básicas: uma linha de transmissão de 500kV de circuito duplo não transposta, uma de 230kV, de circuito simples transposta e uma de 138kV sem transposição. Considera-se os casos de energização direta, curto circuito e carga armazenada. Um modelo no domínio da frequência é usado para comparar os resultados obtidos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem de linhas de transmissão, sobretensões transitórias, EMTP, ATP.

### 1.0 INTRODUÇÃO

A natureza distribuída das linhas de transmissão, a propagação das ondas ao longo da mesma e o efeito pelicular nos condutores e na própria terra causam distorção e atenuação da tensão. Além dos efeitos mencionados, um outro fator importante é a dependência dos parâmetros com a frequência. Somente uma representação precisa de todos estes fenômenos permitirá uma avaliação correta das tensões e correntes transitórias ao longo do sistema.

No ATP/EMTP existem atualmente quatro modelos com parâmetros distribuídos e um com parâmetros concentrados. Destes quatro, três possuem representa-

ção da variação dos parâmetros com a frequência. Dos modelos variantes com a frequência, apenas um é modelado em coordenadas de fase usando a transformada discreta  $z$ , sendo que os outros usam a representação modal com a matriz de propagação, e a impedância (ou admitância) característica, implementadas através de funções racionais no domínio de Laplace, limitando o uso destes a configurações simétricas.

O comportamento de uma linha de transmissão pode ser descrito pelo conjunto de equações diferenciais, mostradas abaixo no domínio da frequência:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V}{\partial x} &= (R + j\omega L)I \\ -\frac{\partial I}{\partial x} &= (G + j\omega B)V \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $V$ , e  $I$  são os vetores de tensão e corrente,  $R$  e  $L$  são as matrizes da impedância série, e  $G$  e  $C$  são as matrizes da condutância e capacitância em derivação respectivamente. Os parâmetros variantes com a frequência são  $R$  e  $L$ . Desprezando-se o Efeito Coroa, ou Corona, que afeta a admitância em derivação, o conjunto de equações acima se torna essencialmente linear e pode ser resolvido tanto em programas cuja a solução é operada no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Ambos os métodos de solução implicam no uso de aproximações. No domínio do tempo as aproximações relacionam-se basicamente à representação das integrais de convolução existentes no processo de solução. Isto não ocorre no domínio da frequência, onde o maior problema se deve à instabilidade numérica. É por esta razão que se considera o resultado obtido com a modelagem no domínio da frequência como

parâmetro de validação dos resultados obtidos com programas que operam no domínio do tempo.

A solução da equação 1 lida com funções transcendentais, mostra a solução geral no domínio da frequência:

$$\begin{aligned} V(\omega, x) &= e^{-\Gamma x} V_f(\omega) + e^{\Gamma x} V_b(\omega) \\ I(\omega, x) &= Y_c(\omega) \{ e^{-\Gamma x} V_f(\omega) - e^{\Gamma x} V_b(\omega) \} \end{aligned} \quad (2)$$

onde  $V_f(\omega)$  e  $V_b(\omega)$  são os vetores com as ondas propagantes no sentido progressivo (“forward”) e regressivo (“backward”),  $e^{-\Gamma(\omega)x}$  é a matriz de propagação, e  $Y_c(\omega)$  é a matriz da admitância característica. A equação 2 representa a solução, já bem conhecida, através de ondas trafegantes ou propagantes [1], embora aqui neste caso sejam de interesse apenas as tensões e correntes nos terminais. Caso o efeito da propagação de onda seja desconsiderado, a solução da equação 1 se torna simplesmente a solução de um circuito  $\pi$  onde cada elemento L e C é substituído por uma fonte de corrente histórica em paralelo com uma resistência equivalente [2]. No domínio da frequência a solução de (2) é

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k - \mathbf{I}_k &= 2\mathbf{H}^T \mathbf{I}_{mr} \\ \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m - \mathbf{I}_m &= 2\mathbf{H}^T \mathbf{I}_{kr} \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $\mathbf{V}_k$ ,  $\mathbf{I}_k$  e  $\mathbf{V}_m$ ,  $\mathbf{I}_m$  são os vetores das tensões e correntes injetadas nos extremos da linha,  $\mathbf{I}_{mr}$  e  $\mathbf{I}_{kr}$  são os vetores das correntes refletidas,  $\mathbf{Y}_c$  é a admitância característica da linha ( $Z^{-1} \sqrt{Z \cdot Y}$ , onde Z é a impedância série da linha e Y a admitância) e  $\mathbf{H}$  é a matriz de propagação. O circuito equivalente de (3) é mostrado na Figura 1.

A modelagem de (3) em um programa que opera no domínio do tempo pode ser dividida em dois grandes blocos: solução através da transformação modal ou em coordenadas de fase. A representação modal implica no uso de um processo de ajuste (“fitting”) das variáveis envolvidas no domínio da frequência através de funções de fase mínima [4]. As rotinas implementadas no “Semlyen Setup” e “Jmarti Setup” [9] usam esta representação, com a única diferença que o modelo de “Semlyen” usa apenas uma aproximação de segunda ordem enquanto o segundo permite uma aproximação de ordem 30.

A representação usando coordenadas de fase pode usar diversas técnicas como: o ajuste das funções diretamente no tempo contínuo [5] ou discreto [6]. No EMTP/ATP existe somente o modelo em coordenadas de fase e ele usa a transformada discreta  $\mathbf{z}$  através de um processo conhecido como IARMA (Interpolated

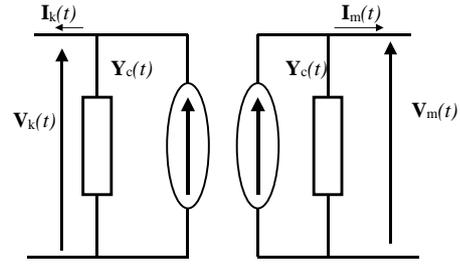


Figura 1 - Circuito Equivalente para a resolução das equações da linha de transmissão

Auto Regressive Moving Average). A modelagem ARMA [7] é comum em áreas como a de processamento de sinais, a interpolação é necessária para obtenção da reposta contínua das tensões e corrente. A rotina *Noda Setup* usa esta modelagem e calcula todos os parâmetros necessários.

## 2.0 MODELO $\pi$ CONCENTRADO

O modelo de linha mais simples que pode haver no ATP/EMTP é o modelo  $\pi$  onde todos os parâmetros são representados de forma concentrada. Para se obter aproximadamente o comportamento de uma linha de transmissão real é necessário o uso de várias seções em série. Tal procedimento é interessante quando se necessita estudar linhas não transpostas, uma vez que não se faz necessário o uso de aproximações para a matriz de transformação, como usado no caso da linha de parâmetros constantes e distribuídos. Para linhas de transmissão em sistemas de sub-transmissão ou até distribuição a representação por  $\pi$  é a mais usada.

Uma opção para a representação da dependência da frequência é o uso de circuito tipo escada (RL em paralelo) para modelar a variação da impedância série da linha (aumento da resistência e diminuição da indutância). Este tipo de modelagem foi apresentado em [8] usando transformadores ideais para montar a matriz de transformação entre as coordenadas de fase e o domínio modal. Vale notar que o uso de transformadores ideais implica no uso de uma matriz de transformação constante e real, hipótese que se torna irreal para algumas faixas de frequências. No presente trabalho considerou-se que a linha era composta por 100 seções  $\pi$  calculadas a partir dos dados geométricos da linha e para uma distância de 1km.

## 3.0 MODELAGEM MODAL

No EMTP tradicionalmente a dependência com a frequência é elaborada no domínio modal. A transformação modal transforma um sistema acoplado com uma matriz  $n \times n$  em sistemas desacoplados com  $n$  matrizes diagonais. Com isto cada modo tem a sua veloci-

dade de propagação e comporta-se como se fosse uma linha monofásica, o que torna esta modelagem especialmente atrativa quando a dependência da frequência da matriz de propagação e da impedância (ou admitância) característica são representados via síntese por funções racionais.

Os modos são os autovalores dos sistemas de equações que descrevem o comportamento da linha de transmissão, e a matriz de transformação é um conjunto linearmente independente dos autovetores desse mesmo sistema. Estritamente falando, a matriz de transformação deveria ser uma para a tensão e outra para corrente, contudo como os autovalores são os mesmos, tanto para tensão quanto para a corrente, a matriz de transformação da tensão é a transposta da matriz de transformação da corrente.

No ATP/EMTP só se calcula a matriz de transformação para corrente, e esta sofre uma rotação via o autovetor para minimizar a parte imaginária e certificar que todos os autovetores estão próximos ao eixo real.

### 3.1 Modelo de parâmetros distribuídos constantes

O modelo de linha de parâmetros distribuídos constantes é sem sombra de dúvida o mais usado nas diversas versões do EMTP. Neste modelo apenas a indutância e a capacitância são representadas de fato com parâmetros distribuídos. A resistência é dividida e concentrada em três trechos ao longo da linha de transmissão.

Quando este modelo é aplicado a uma linha totalmente transposta, o programa usa a transformação de Clarke para relacionar as variáveis modais e as de fase. Portanto, uma linha totalmente transposta tem apenas dois modos, sendo um deles (o modo correspondente ao da seqüência positiva) de multiplicidade 2.

Para linhas não transpostas, o quadro é um pouco distinto. É necessário que o programa calcule a matriz de transformação entre as coordenadas de fase e o domínio modal, e esta matriz é variante com a frequência. O programa calcula uma matriz constante, após um processo de rotação dos autovetores cujo objetivo é minimizar a parte imaginária, que é a responsável pela variação com a frequência da matriz. Como estes dados são normalmente calculados através das rotinas “*Line Constants*” ou “*Cable Constants*” [9] vale como regra geral adotar uma frequência alta para o cálculo da matriz de transformação. Nas altas frequências, esta matriz se torna mais uma vez constante.

Um ponto importante neste modelo é a dependência em relação ao passo de cálculo, visto que este deve ser menor que o menor tempo de propagação da linha. De

preferência este valor deve ser um sub-múltiplo para minimizar erros numéricos.

### 3.2 Modelo com a representação da dependência com a frequência

Há no ATP/EMTP dois modelos distintos que representam a dependência com a frequência, o modelo conhecido como “*JMARTI*” e o “*SEMLYEN*”. Neste artigo só o primeiro será abordado com mais detalhes. Maiores detalhes sobre o segundo podem ser encontrados em [9]. De fato, o modelo “*JMARTI*” encontra-se em diversas versões do EMTP e até em programas para aplicações em tempo real. Ele usa uma representação em frações parciais de todas as funções envolvidas (a matriz de propagação e a impedância característica) como mostra a equação 4. No ATP/EMTP esta expansão pode chegar até 30 termos.

$$H(s) = \sum_{i=1}^m \frac{k_i}{s + p_i} \quad (4)$$

A expansão em série das funções envolvidas equivale a representá-las por um circuito Foster (vários RC em paralelo).

A maior limitação deste modelo está na representação da matriz de transformação que é considerada constante. Esta hipótese é normalmente válida para linhas de transmissão em configurações simétricas como as linhas com torres de configuração horizontal. Para linhas em circuitos verticais ou duplos a matriz passa a apresentar uma forte variação com a frequência como é o caso dos sistemas verticais de 138kV ou 500kV.

O modelo de “*Semlyen*” é similar ao “*Jmarti*”, só que a dependência com a frequência é ajustada a partir de uma dupla exponencial, trazendo com isto um comportamento mais físico ao modelo, diferentemente do modelo “*Jmarti*”, onde a abordagem é essencialmente matemática. O modelo de “*Semlyen*” tem sido cada vez menos usado, sendo provável a sua descontinuidade em novas versões do ATP.

### 4.0 MODELAGEM EM COORDENADAS DE FASE

A implementação da dependência da frequência da frequência da matriz de transformação, necessária para obtenção de um modelo mais preciso, é computacionalmente complicada e pesada pois pode haver o cruzamento de modos em algumas frequências, o que dificulta um ajuste muito preciso. Luis Marti [10] apresentou uma opção para a implementação de matrizes de transformação variáveis na frequência, supondo que todas as variáveis envolvidas são representáveis por funções de mínima fase. Contudo, para configurações muito assimétricas, como cabos subterrâneos, por exemplo, há situações onde surgem funções de fase

não mínima no domínio modal. Além do mais, a vantagem numérica da representação modal, se comparada com a representação em fase, se perde com a inclusão de uma matriz de transformação variante com a frequência. Para um sistema com  $n$  condutores ambos os métodos necessitam de  $2n^2$  operações de convolução. Portanto, a solução em coordenadas de fase passa a ser interessante.

Embora não usada extensivamente na área de sistemas de potência, a modelagem “ARMA” é amplamente aplicada em processamento de sinais, principalmente na identificação de sistemas. Em um modelo “ARMA” cada estado nada mais é que a média dos valores recentes das entradas e saídas. A transformada  $Z$  é, para este tipo de aplicação, ideal pela natureza de atraso em uma amostra. O ajuste assintótico das funções no domínio da frequência normalmente não pode ser aplicado em coordenadas de fase onde funções de fase não mínimas estão envolvidas. Além do mais, existem descontinuidades encontradas nas funções de transferência no domínio modal que não encontram representação no domínio de Laplace. Um modelo “ARMA” é muito similar a uma convolução recursiva onde cada elemento possui seu próprio passo de cálculo. Uma interpolação linear é necessária a fim de tornar possível a conexão do modelo de linha com um elemento de circuito externo. É desta interpolação que o modelo ganhou o nome de “IARMA” (“Interpolated ARMA”). Neste modelo “IARMA” tanto a matrizes de propagação quanto a da admitância característica são representadas por funções do tipo:

$$G(z) = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n b_i z^{-i}} \quad (5)$$

Um método de mínimos quadrados é usado para o ajuste dos elementos de  $H(z)$  e  $Y(z)$ . Por usar a transformada  $Z$ , a qualidade das aproximações dependem do passo de cálculo usado.

## 5.0 CASOS SIMULADOS

Três configurações de linha de transmissão são usadas para testar os modelos: uma linha de 138kV não transposta, uma linha de 230kV totalmente transposta e um circuito duplo de 500kV. Os condutores usados foram: Grosbeak (636MCM) para a linha de 138kV, Drake(795MCM) para a linha de 230kV e 4 Bluejay para linha de 500kV. O cabo pára-raios usado em todas as configurações é o 3/8 EAR. Em todos os casos considerou-se a linha como tendo 100 km de comprimento. Para o caso de circuito duplo a seqüência de fase é ABC-CBA. O passo de cálculo usado foi de  $10\mu s$  e o tempo de simulação foi de 100ms. A Figura 2 mostra as dimensões básicas dos circuitos aqui analisados para o circuito de 500kV e 230kV, respectivamente, en-

quanto a Tabela 1 apresenta os dados para o circuito de 138kV.

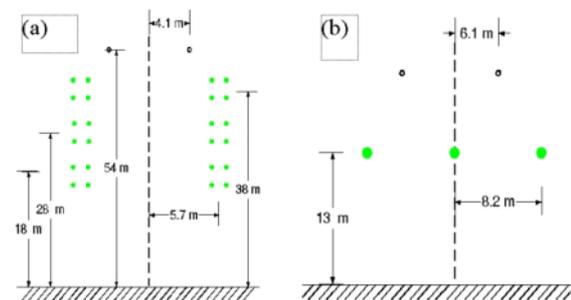


Figura 2 - Dimensões básicas dos circuitos (a) 500kV, (b) 230kV

Tabela 1- Dimensões do circuito de 138kV

Distâncias	Horizontal (m)			Vertical (m)		
	'a'	'b'	'c'	'a'	'b'	'c'
Fases	-1,7	1,7	-1,7	14	15,5	17
Cabo pára-raios	0			19		

A Figura 3 mostra os resultados da simulação para a energização direta da fase 'a', sendo este o único caso onde os cinco modelos são comparados. A fim de facilitar a comparação dos resultados as formas de onda foram deslocadas de +4 (modelo  $\pi$ ), +2 (modelo convencional de parâmetros distribuídos), -2 (modelo de dupla exponencial) e -4 (modelo iarma). Dos resultados nota-se que a modelagem por parâmetros concentrados é muito imprecisa gerando sobretensões acima de 2 pu e frequências muito distintas das oscilações excitadas pelos modos da linha.

Tabela 2 - Valores das sobretensões

	Sobretensão (pu)	Tempo de regime (ms)
Circuito $\pi$	2,156	16
Convencional	1,942	20
Semlyen	1,985	65
JMartí	1,960	39
IARMA	1,943	66

A Tabela 2 mostra outras comparações sobre os modelos de linhas testados feitas neste caso. O tempo de regime foi considerado a partir do qual a transformada rápida de Fourier passa a ter apenas componentes de 60Hz. O modelo de “Semlyen” e “Jmartí” apresentam resultados iniciais bem próximos, contudo o último mostra um comportamento sobre amortecido. A razão deste erro está na representação constante da matriz de transformação. O modelo de “Semlyen” também assume a matriz constante, mas as convoluções recursivas

aplicadas ao modelo o tornam menos sensíveis a variação da matriz de transformação.

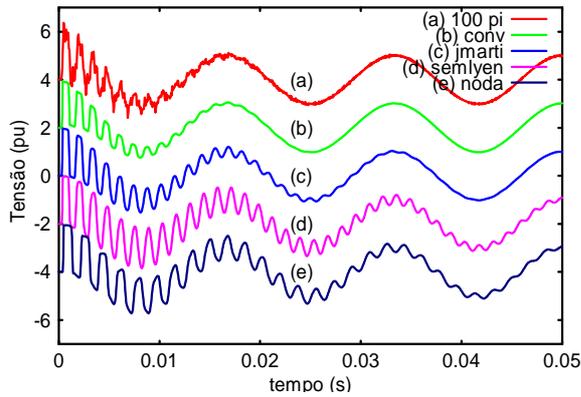


Figura 3 - Tensões na fase 'a' durante a energização da linha de 138kV

A Figura 4 mostra o resultado para o teste de energização para o circuito de 230kV, que é totalmente transposto. São apresentados apenas os resultados para três modelos, parâmetros distribuídos convencional, "Jmarti" e "IARMA", sendo o primeiro e o último caso deslocado de +2 e -2, respectivamente. Da mesma figura e com os resultados da tabela a seguir, nota-se que para os sistemas transpostos, tanto o modelo em coordenadas modais como em coordenadas de fase apresentam resultados muito similares. A diferença entre estes dois resultados é inferior a 0,5% para a tensão.

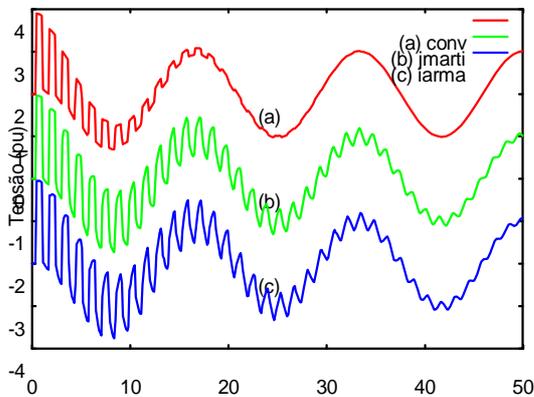


Figura 4 - Tensões na fase 'a' durante a energização da linha de 230kV

Tabela 3 - Valores das sobretensões

	Sobretensão (pu)	Tempo de regime (ms)
Convencional	1,900	25
Jmarti	1,958	64
IARMA	1,960	64

Apesar de ser irreal, a energização monopolar é um teste útil para analisar o comportamento do acopla-

mento entre as fases e a variação dos componentes de seqüência zero com a frequência. A Figura 5 mostra os resultados para este teste no caso do circuito duplo de 500kV, que é não transposto. Vale notar que se for tomado como não transposto o modelo convencional apresenta resultados bem aquém dos outros modelos, contudo se for tomado como transposto, o resultado obtido fica com um baixo nível de amortecimento.

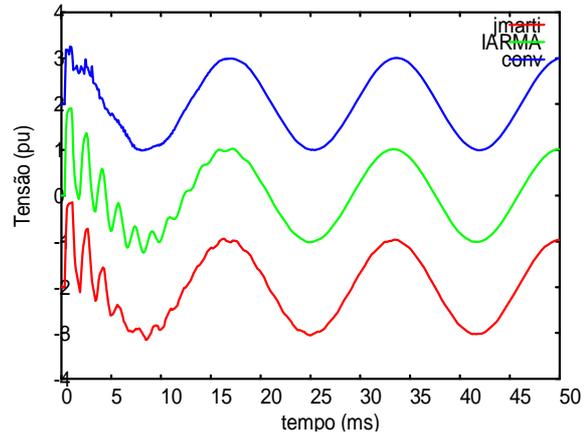


Figura 5 - Tensões no circuito de 500kV para a energização monopolar

No teste de carga armazenada pode-se analisar a queda de tensão em um linha previamente energizada. Após o término do transitório, cada fase deve permanecer com a tensão anterior ao transitório. Este teste serve também para testar instabilidades numéricas do modelo pois o seu resultado correto necessita de um ajuste adequado das baixas frequências. Dos resultados nota-se claramente as limitações dos modelos dependentes da frequência com relação aos dados de seqüência zero. Enquanto que para o sistema de 230kV foram encontrados resultados estáveis, para o sistema de 500kV os resultados foram totalmente instáveis, possivelmente devido a uma instabilidade do próprio modelo e não do método de integração trapezoidal usado pelo ATP.

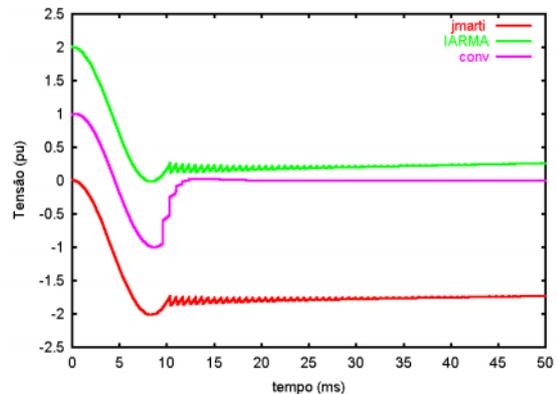


Figura 6 - Teste de carga armazenada para o sistema de 230kV

## 6.0 CONCLUSÕES

A representação de linhas de transmissão em programas de transitórios eletromagnéticos tem sido assunto de intensa discussão desde a implantação dos primeiros programas para o cálculo de transitórios. O ATP/EMTP permite diversas formas de representação de linhas, desde modelos usando parâmetros concentrados, até modelos onde a dependência com os parâmetros com a frequência e característica distribuída dos parâmetros. Os resultados mostram que somente em casos muito simples o modelo baseado em um circuito  $\pi$  dever ser usado, uma vez que sua resposta é inadequada, sendo que as sobretensões são excessivamente altas e as frequências presentes não correspondes ao modo da linha. Já o modelo convencional, amplamente usado em todo o setor, deve ter uma aplicação cuidadosa. O amortecimento produzido pelo modelo não é correto e pode levar a interpretações incorretas como sub ou superdimensionamento de dispositivos de proteção para sobretensão. O erro deste modelo fica em torno de 10% a 15% em estudos de sobretensão. Note-se que nem sempre o comportamento do modelo convencional foi mais conservativo.

Recomenda-se que para os casos não transpostos a matriz de transformação seja calculada em uma frequência elevada, acima de alguns kHz, pois nesta faixa de frequência a variação da frequência dos elementos da matriz é quase nula.

Alguns ajustes são necessários com relação a variação dos parâmetros de seqüência zero, para que os resultados de carga armazenada possam ser mais próximos da realidade. Tanto o modelo “*Jmarti*” quanto o “*Semlyen*” requerem um bom conhecimento das rotinas de “*fitting*”, do caso contrário erros inesperados podem ocorrer.

Para configurações simétricas, executando os casos de carga armazenada, os modelos modais podem ser usados praticamente sem restrições. Como era de se esperar, a modelagem usando coordenadas de fase apresenta melhores resultados para configurações assimétricas, mas para os casos simétricos os resultados são basicamente idênticos aos obtidos com os modelos modais. Alguns ajustes no “*fitting*” são necessários pois resultados instáveis numericamente ainda podem ser produzidos pelas rotinas auxiliares usadas pela modelo “*IARMA*”.

## 7.0 BIBLIOGRAFIA

- [1]RAMO, S., WHINNERY, J., VAN DUZER, T., *Campos e Ondas em Eletrônica das Comunicações*. Guanabara Dois, 1981
- [2]DOMMEL, H., *EMTP Theory Book*, Microtran Power System Analysis, 1996
- [3]MARTINEZ, J. (ed.), *Computer Analysis of Power System Transients- Selected Readings*. IEEE, 1997.
- [4]MARTI, J., *Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in EMTP simulation*, IEEE Trans. on PAS, vol. 101, Jan. 1982.
- [5]GUSTAVSEN, B., SLETBAK, J., HENRIKSEN T., *Calculation of the electromagnetic transients in transmission cables and lines taking frequency dependent effects accurately into account*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol.10, April 1995.
- [6]NODA, T., NAGAOKA, N., AMETANI, A., *Phase-domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an arma model*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol.11, Jan 1996.
- [7]OPPENHEIMER, A; SCHAFER, R., *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 1989.
- [8]TAVARES, M. C., PISSOLATO, J., PORTELA, C., *Mode Domain Multiphase Transmission Line - Use in Transient Studies*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol.14, No. 4, Oct. 1999.
- [9]BONEVILLE POWER ADMINISTRATION, *ATP Rule Book*, LEC, Jul. 1987
- [10]MARTI, L., *Simulation of Transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices*, IEEE Trans. On Power Delivery, vol.3, No.3, July 1988
- [11]CASTELLANOS, F., MARTI, J., *Full frequency dependent phase-domain transmission line model*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.12, No.3, Aug.1997.
- [12]MORCHED, A., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M., *A Universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol.14, No.3, July 1999