

Análise Numérica e Experimental de Transformadores com Duplo Circuito Primário Operando com um Deles em Aberto

João P. Assumpção Bastos, Nelson Sadowski, Walter P. Carpes Jr., Patrick Kuo-Peng,

Nelson Jhoe Batistela, Renato Carlson e Maurício Rigoni

GRUCAD – Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos - UFSC - www.grucad.ufsc.br

Pedro A. da Silva Jr. e Ademar E. Rosa

CEFETSC – Unidade de São José – www.sj.cefetsc.edu.br

Rubens José Nascimento

Tractebel Energia S.A – www.tractebelenergia.com.br

Resumo - Este trabalho diz respeito a um estudo P&D em parceria com a Tractebel Energia S.A. correspondente à análise de transformadores de potência com duplo circuito primário. A partir de observações de falhas ocorridas em transformadores de geração operando com esta configuração, inferiu-se que existiria uma maior probabilidade de ocorrências destas falhas quando um dos circuitos primários estivesse desligado. Os rumos do estudo levaram à modelagem numérica (usando o método de elementos finitos 3D) do comportamento do campo elétrico nas zonas dos enrolamentos, que é um dos objetivos principais deste trabalho. Ensaios experimentais em um modelo em escala reduzida foram também efetuados visando evidenciar o surgimento de tensões elevadas causadas por condições de ressonância e transitórios.

Palavras-chave— Campos elétricos, duplo-circuito, método de elementos finitos, resposta em frequência, transformador.

I. INTRODUÇÃO

No sistema elétrico da região Sul do Brasil, bem como em outras regiões é freqüente o uso de transformadores de potência com duplo circuito primário. Nestes dispositivos, a baixa tensão (BT), no circuito primário, está conectada a dois geradores similares, enquanto que a alta tensão (AT) é um circuito único que transfere a energia para o sistema de transmissão, conforme mostra a Figura 1.

Foi constatado pela Tractebel Energia S.A. que várias falhas ocorreram quando um dos geradores (ligado a um dos circuitos primários) não estava em funcionamento, levando a explosões, com perda total do transformador. Observações efetuadas logo após o momento das falhas indicaram que, com grande probabilidade, elas ocorreram na região situada entre o enrolamento de AT e os de BT, onde, de fato, existe um elevado gradiente de potencial.

No âmbito deste mesmo trabalho, visando determinar as possíveis causas das falhas, foram feitas análises da rede elétrica na qual o transformador está inserido bem como de fenômenos suscetíveis de ocorrer, como a ferromressonância [1]. Entretanto, concluiu-se que a causa provável do problema seria devido aos campos elétricos na parte interna do

transformador. Desta maneira, neste trabalho serão descritos os cálculos numéricos efetuados para obter os valores de campo elétrico no interior do transformador. Será também mostrado que, em situações de transitórios de tensão, a análise em resposta de frequência do transformador indica que altos valores de campo podem estar presentes. Eventualmente os campos resultantes atingiriam valores próximos da rigidez dielétrica do óleo mineral, que é o isolante predominante no interior do dispositivo, podendo causar a formação de arco elétrico.

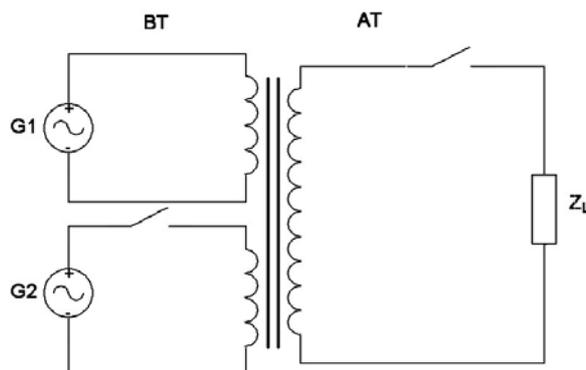


Figura 1. Transformador de geração com duplo circuito primário.

II. MODELAGEM NUMÉRICA

A distribuição de campos elétricos em meios dielétricos, quando expressa através do potencial escalar elétrico (dado em volts), é fisicamente descrita por uma equação diferencial parcial de segunda ordem, cuja dedução será aqui apresentada. A equação de Maxwell relativa ao campo elétrico (lei de Gauss) é dada por

$$\operatorname{div} \epsilon \mathbf{E} = \rho, \quad (1)$$

onde ϵ é a permissividade elétrica (em F/m), ρ a densidade volumétrica de carga (em C/m³) e \mathbf{E} o vetor campo elétrico (em V/m). Como o campo elétrico é conservativo no tipo de problema aqui tratado (baixas frequências), ele pode ser obtido a partir de um potencial escalar elétrico V :

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V. \quad (2)$$

Sabendo que, no caso em questão, não há cargas livres no domínio de estudo ($\rho = 0$), e substituindo (2) em (1), tem-se, sob forma explícita,

Este trabalho foi financiado pela Tractebel Energia S. A., através de convênio celebrado em parceria com a Fundação de Ensino e Engenharia de Santa Catarina – FEESC e a Fundação do Ensino Técnico de Santa Catarina – FETESC.

$$\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \varepsilon \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

As equações desta natureza não permitem, para a maior parte de casos reais, soluções analíticas. Desta forma, métodos numéricos devem ser utilizados para obter soluções com boa precisão. Entre os diferentes métodos existentes, o Método de Elementos Finitos (MEF) [2] é o mais flexível e adequado para esse tipo de problema. O MEF baseia-se em uma discretização geométrica do domínio de cálculo. Isto significa que a região em questão é dividida em pequenos elementos, chamados “elementos finitos”. Em problemas 2D estes elementos geralmente correspondem a triângulos e em 3D a tetraedros ou hexaedros. Dentro de cada elemento, a grandeza de interesse (o potencial V , neste caso) é interpolada usando polinômios escritos em termos dos potenciais nos nós (vértices) dos elementos. Posteriormente, através da minimização de um funcional associado à energia elétrica armazenada no domínio, transformam-se as equações diferenciais em um sistema matricial de equações cujas incógnitas são os potenciais nos nós. Uma vez aplicadas as condições de contorno (impõem-se nos nós do contorno os valores conhecidos, como, por exemplo os potenciais dos enrolamentos de AT e BT), o sistema pode ser resolvido. Após a determinação dos valores de potencial, o campo elétrico é facilmente obtido através da aplicação da equação (2). Uma descrição detalhada do método pode ser encontrada em [2].

A. O Domínio de Cálculo

Tendo em vista que não foi possível obter do fabricante os dados geométricos e físicos da parte interna do transformador a ser analisado, a geometria do domínio 3D foi levantada por inspeção visual no interior de um transformador da Usina Hidrelétrica de Salto Santiago, que estava sob manutenção. A partir de uma escotilha localizada na parte superior do equipamento, teve-se acesso ao seu interior, e com a ajuda de uma trena, as dimensões principais foram obtidas. Devido à falta de aparelhos de medida precisos e da dificuldade de locomoção no interior do transformador, existe uma certa imprecisão dessas medidas (avalia-se que estes erros não sejam superiores a 10%). De forma a melhorar a precisão da modelagem, as medidas nas zonas críticas, onde se tem os maiores valores de gradientes de potencial, foram realizadas com um cuidado diferenciado.

A Figura 2 mostra, de forma esquemática, o interior do transformador.

De forma a diminuir o esforço computacional envolvido no cálculo, somente uma parte do transformador foi modelada. Esta parte corresponde à região que existe entre os enrolamentos e a parte superior da carcaça do transformador (que está aterrada). É nesta zona que se estabelecem os mais altos gradientes de potencial, sendo, portanto mais susceptível à ocorrência de arcos elétricos. Além disso, a disposição dos enrolamentos permite definir duas linhas de simetria, o que possibilita efetuar o cálculo 3D em apenas um quarto do volume da região estudada. Isto permite uma redução adicional do custo computacional.

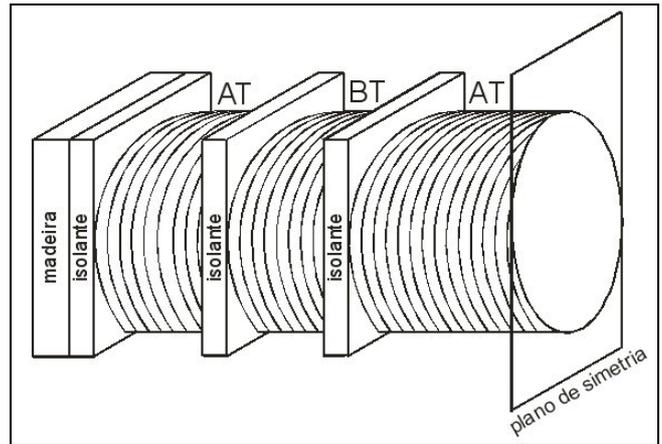


Figura 2. Parte interna do transformador.

Algumas aproximações foram feitas no domínio sob estudo:

- pequenos detalhes de geometria foram desprezados. Isto foi feito porque, em um sistema de grandes dimensões geométricas, tais detalhes levariam a uma grande quantidade de elementos finitos na malha de discretização espacial, resultando em grandes sistemas matriciais cujo tratamento requer alto custo computacional;
- na verdade, a simetria citada anteriormente não é perfeita. Isto porque existem elementos no interior do transformador que não têm geometria e/ou posicionamento perfeitamente simétricos. Porém, tais elementos estão relativamente afastados das zonas críticas e, portanto, os gradientes de potencial nas regiões onde se encontram são relativamente baixos;
- considerou-se o domínio de cálculo inteiramente preenchido com somente um material, o óleo mineral, pois a coluna de papelão isolante entre os enrolamentos possui uma permissividade elétrica relativa muito próxima da do óleo (3,0 e 2,3, respectivamente). Esta consideração justifica-se porque o campo elétrico se estabelece em função dos valores das permissividades dos materiais (e não de sua natureza).

Obviamente estas aproximações foram feitas a partir da percepção de que não teriam influência significativa nos valores de campos elétricos das zonas críticas. Com as medidas efetuadas “in loco” e levando em consideração as aproximações feitas acima, chegou-se ao domínio de cálculo mostrado na Figura 3.

Algumas considerações adicionais foram feitas para o cálculo:

- admitiu-se que o potencial de AT é distribuído de forma linear ao longo dos dois enrolamentos que compõem a bobina secundária. Desta maneira, o potencial inicia com o valor de 500 kV na sua parte central e termina em 150 kV na sua outra extremidade. Na segunda parte desta bobina (segundo enrolamento), o potencial inicia com o valor de 150 kV e decai a zero na extremidade oposta;
- o enrolamento de BT foi totalmente colocado em 19 kV na sua parte mais próxima ao enrolamento da AT central, decaindo a zero na outra extremidade.

A malha de elementos finitos correspondente ao domínio de cálculo efetivamente usado, formada por tetraedros, é mostrada na Figura 4.

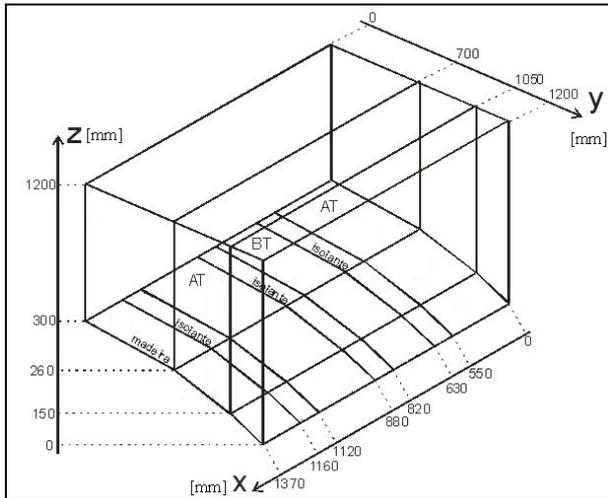


Figura 3. Domínio de cálculo simplificado (incluindo a simetria).

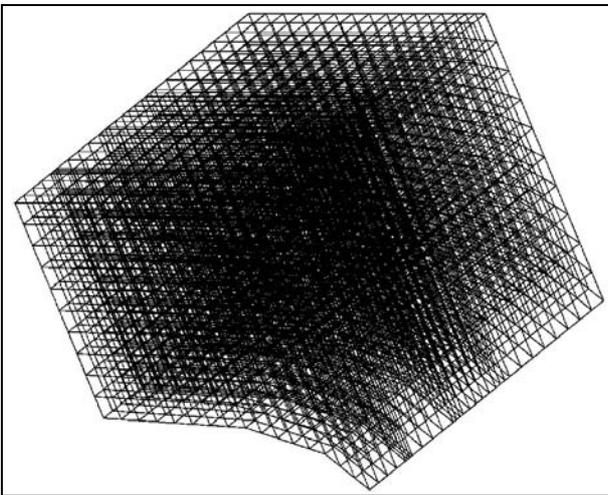


Figura 4. Malha de elementos finitos compondo o domínio de cálculo.

III. RESULTADOS DO CÁLCULO

Com o domínio acima, o cálculo efetuado pelo MEF forneceu como resultado a configuração gráfica de vetores de campo elétrico mostrada na Figura 5.

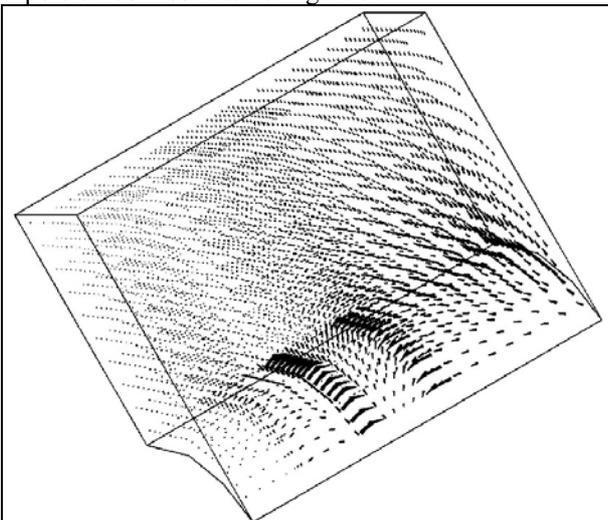


Figura 5. Distribuição do campo elétrico calculado.

Pode-se observar que os maiores campos elétricos se estabelecem entre a segunda parcela da bobina de AT (com potenciais entre 150 kV e zero) e o enrolamento de BT, que na extremidade mais próxima possui o potencial zero. Valo-

res semelhantes são verificados na coluna de isolamento entre a primeira parte da bobina de AT (com potenciais entre 500 kV e 150 kV) e o enrolamento de BT, que nesta extremidade se encontra a 19 kV. A Figura 6 mostra um detalhamento da configuração de campo nestas regiões.

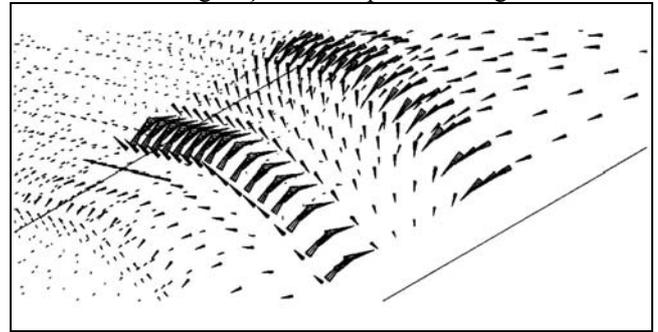


Figura 6. Detalhe da região onde o campo é elevado.

O valor eficaz máximo do campo elétrico no domínio analisado é de 1,48 kV/mm no ponto de coordenadas $x = 870$, $y = 1125$ e $z = 131$ (mm). Como o campo é senoidal no tempo, este valor deve ser multiplicado por $\sqrt{2}$ para se obter o valor de pico máximo de E , o que resulta em 2,09 kV/mm. De forma a ter uma idéia da intensidade deste campo, cabe lembrar que este valor é próximo da rigidez dielétrica do ar ($\cong 3$ kV/mm). Na hipótese de que só exista óleo mineral na região, este campo não deve causar problemas, pois a rigidez do óleo é muito superior à do ar (para óleos novos e secos, o valor da rigidez dielétrica é de aproximadamente 20 kV/mm [3]). No entanto, parece temeroso fazer com que o dispositivo trabalhe com tais intensidades de campo. É preciso lembrar que os isolamentos sofrem uma redução de sua capacidade em função do tempo, mesmo quando submetidos às condições normais de projeto. Se porventura houver formação de bolhas de ar no óleo, por exemplo, o campo no interior das bolhas pode dar origem à criação local de arcos elétricos, cuja consequência pode ser desastrosa. De fato, o campo se forma com mais intensidade nas zonas onde a permissividade é menor (ver ref. [4]), o que pode implicar na existência de valores de campo superiores a 2,09 kV/mm. Além disso, como será visto na próxima seção, a ocorrência de surtos ou transitórios de manobras próximos ao transformador pode excitar alguma(s) de suas frequências próprias de ressonância, o que pode originar campos elétricos no interior do transformador bem maiores do que aqueles aqui calculados.

IV. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Nesta segunda parte do trabalho serão apresentados resultados correspondentes à obtenção da resposta em frequência, bem como a análise da propagação de um surto em um transformador com duplo circuito primário. O objetivo é mostrar que o transformador apresenta alguns picos de ressonância nos quais as tensões envolvidas podem atingir valores bem maiores que os valores normais de operação, tendo por consequência a geração de campos elétricos bastante intensos em seu interior. Devido à impossibilidade de se fazer estes testes no transformador real, de grandes dimensões e elevados níveis de tensão envolvidos, há duas alternativas. Pode-se realizar uma análise da resposta em frequência e de surto usando um programa de simulação de circuitos

tos (SPICE, por exemplo). Optou-se, entretanto, por realizar medições em um transformador real, mas em escala reduzida (com dimensões do núcleo de 15cm × 12cm × 5cm). A justificativa é que, por mais completa que seja a simulação, dificilmente ela levaria em conta a totalidade dos fenômenos físicos envolvidos (p. ex., efeitos de capacitâncias parasitas e indutâncias de dispersão distribuídas nos enrolamentos). Isto poderia fazer com que alguns fenômenos susceptíveis de se manifestar em uma estrutura real não fossem evidenciados na simulação.

Para a realização dos ensaios, procurou-se construir um transformador em escala reduzida com uma configuração próxima daquela da Usina de Salto Santiago, cuja modelagem eletromagnética por elementos finitos foi apresentada nas seções anteriores. O modelo foi construído com três enrolamentos justapostos (“panquecas”), com relação de transformação unitária. A Figura 7 mostra uma foto do transformador utilizado nos ensaios.



Figura 7. Transformador usado nos ensaios.

A. Obtenção da Resposta em Frequência

Para a obtenção da resposta em frequência do transformador foram feitos dois conjuntos de medições. Em ambos aplicou-se uma tensão com valor eficaz de aproximadamente 5V em um dos primários (obtida a através de um gerador de sinais) e mediram-se as tensões nos enrolamentos bem como entre enrolamentos.

A Figura 8 mostra o esquema elétrico correspondente ao primeiro conjunto de medidas efetuadas.

Os resultados mostrados na Figura 9 correspondem aos valores eficazes das tensões medidas em cada um dos enrolamentos (em relação ao terra) variando a frequência do gerador de sinais desde 10Hz até cerca de 2MHz.

Percebe-se que há um pico de ressonância bem visível em cerca de 300kHz. Nesta frequência, a tensão V3 (sobre o enrolamento que simula o lado de alta tensão dos transformadores da Usina Hidrelétrica de Salto Santiago) é cerca de duas vezes maior do que a tensão de alimentação V1. Já a tensão V2 (sobre o enrolamento que simula o circuito de baixa tensão em aberto dos transformadores da Usina Hidrelétrica de Salto Santiago) é cerca de 2,2 vezes maior que V1. A diminuição da tensão de alimentação observada na Figura 9 para frequências abaixo de 1kHz deve-se à capacidade limitada de corrente do gerador, que não permite manter os 5V, uma vez que a impedância de carga do gerador (enrolamento primário) decai com a frequência.

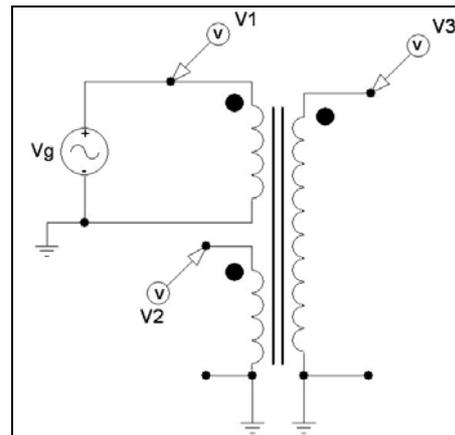


Figura 8. Esquema elétrico para o primeiro conjunto de medições.

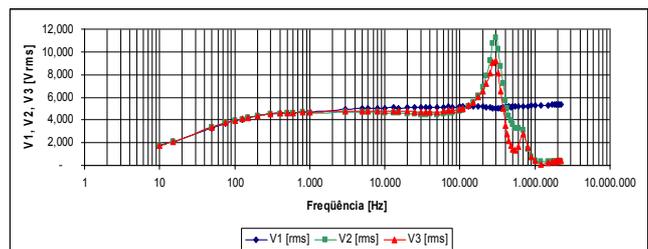


Figura 9. Valores eficazes das tensões V1, V2 e V3 nos terminais do transformador.

O segundo conjunto de medições foi efetuado conforme o esquema da Figura 10. O objetivo principal foi avaliar a diferença de potencial (V4) entre o terminal no secundário e o terminal primário em aberto.

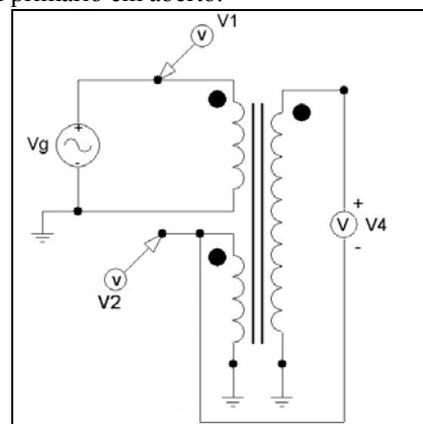


Figura 10. Esquema elétrico para o segundo conjunto de medições.

Para esta configuração, a Figura 11 mostra os resultados obtidos, correspondentes às tensões V2 e V4.

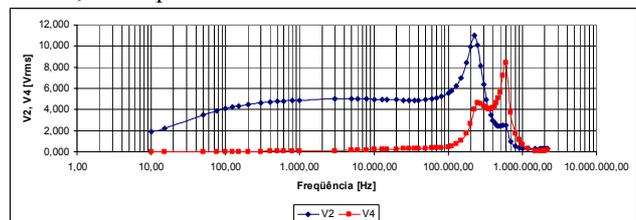


Figura 11. Valores eficazes das tensões V2 e V4 nos terminais do transformador.

Observa-se que V4 é praticamente nula até 100kHz. A partir desta frequência, V4 aumenta até atingir, em aproximadamente 600kHz, um valor cerca de 1,8 vezes maior do que a tensão de alimentação. Esta é uma informação relevante, pois mostra que a tensão entre um enrolamento do primário (BT) e o secundário (AT) pode atingir picos signifi-

ficativos em condições de ressonância. É preciso lembrar que, conforme visto na Seção 3, é nesta região que se estabelecem os campos elétricos mais elevados.

Por último, convém mencionar que os ensaios foram também realizados acrescentando uma alta resistência ($5,6M\Omega$) no enrolamento primário não alimentado e uma resistência de $64k\Omega$ como carga do enrolamento secundário. Isto foi feito com o intuito de tornar o ensaio mais próximo da realidade, uma vez que cargas e/ou instrumentos de medidas sempre estão presentes nos transformadores reais usados em usinas geradoras. Observou-se que a adição destas resistências alterou muito pouco os valores medidos (menos de 2% de diferença em relação aos valores aqui apresentados), tanto no módulo quanto nas fases das tensões nos enrolamentos.

B. Aplicação de um Surto no Secundário do Transformador

Os resultados do ensaio aqui apresentados tiveram como objetivo avaliar as consequências de possíveis surtos no sistema que viessem a atingir o transformador. Isto foi feito usando a descarga rápida de um capacitor sobre o enrolamento secundário, conforme mostra o esquema da Figura 12.

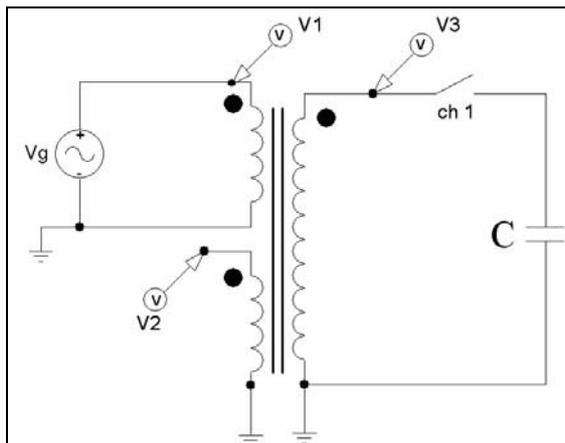


Figura 12. Descarga de um capacitor no secundário do transformador.

Neste caso, um dos primários do transformador foi alimentado com uma tensão V1 com 5V de pico, de 60Hz, obtida através de um autotransformador conectado à rede elétrica comercial. O capacitor, de $40\mu F$, foi carregado com uma tensão de 15V e conectado ao enrolamento secundário do transformador através de uma chave (ch 1). A Figura 13 mostra as tensões V2 e V3 em função do tempo. A descarga do capacitor foi feita através da comutação da chave em $t=10ms$.

Nota-se que as curvas de V2 e V3 são praticamente sobrepostas e que o pico de tensão chega a atingir 18V, que é maior do que a tensão armazenada no capacitor (15V), mesmo quando a comutação ocorre com o valor instantâneo da tensão de alimentação em 5V negativos. Antes da comutação da chave e depois de passado o transitório, as tensões nos três enrolamentos têm formas de onda praticamente idênticas, com mesma amplitude e fase. Foi também observado que a tensão V1 no enrolamento primário não foi influenciada pela descarga do capacitor, não apresentando nenhum pico mesmo no instante de chaveamento. Esta cons-

tatação está de acordo com o que foi observado pela análise das faltas ocorridas nos transformadores de geração da Tractebel Energia S.A. na configuração sob estudo: há evidências de que o ponto inicial das faltas ocorre na região do enrolamento que está em aberto.

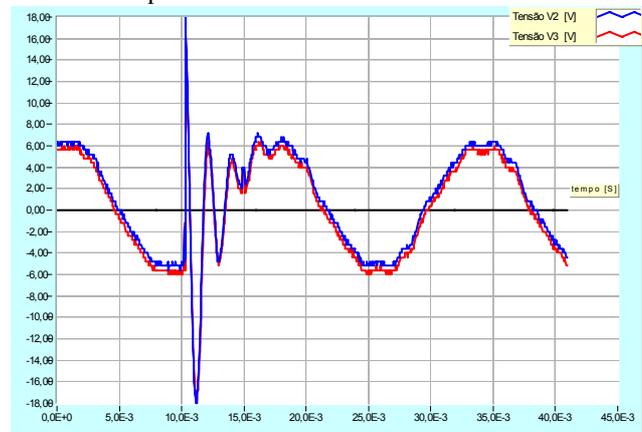


Figura 13. Tensões nos enrolamentos (V2 e V3) em função do tempo.

Para tentar atingir a ressonância dos parâmetros parasitas internos do transformador, comuta-se um capacitor de valor menor que $40\mu F$. A frequência de ressonância de interesse é obtida pelo gráfico mostrado na Figura 9, sendo da ordem de 300kHz. A Figura 14 mostra a evolução das três tensões V1, V2 e V3 ao longo do tempo quando na ocorrência da descarga de um capacitor de $560pF$, produzindo um distúrbio com uma frequência da ordem de 200 kHz. O capacitor foi carregado com uma tensão elétrica de 100V. Nota-se que as formas de onda das tensões V2 e V3 não possuem valores instantâneos semelhantes, ocorrendo um defasamento significativo entre elas. Isto aumenta instantaneamente o gradiente de potencial elétrico entre os dois enrolamentos.

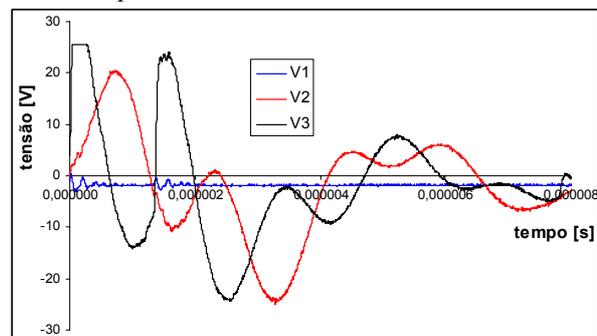


Figura 14. Tensões nos enrolamentos (V1, V2 e V3) em função do tempo.

A Figura 15 apresenta os resultados de um ensaio com a evolução das três tensões V1, V2 e V3 ao longo do tempo quando na ocorrência da descarga de um capacitor de $1,1nF$ carregado com uma tensão elétrica de 100V. Devido à escala encolhida do osciloscópio, há um corte nos valores em que a tensão ultrapassou 26V (ou -26V). A frequência do distúrbio é aproximadamente igual à apresentada na Figura 14, demonstrando que a energia envolvida no distúrbio pode afetar as formas de onda das tensões V2 e V3, provocando oscilações maiores que no caso apresentado na Figura 14. Nota-se que a forma de onda da tensão de alimentação praticamente não sofre efeito do distúrbio.

Um dos ensaios realizados foi variar uma carga resistiva no enrolamento correspondente à V3, onde ocorre a descar-

ga do capacitor com o chaveamento. Tomou-se um valor de capacitância de 470pF (carregado com 70V) que produz o distúrbio em uma frequência próxima à de ressonância de 300kHz. Esta série de resultados apresentada a seguir (da figura 16 a 18) mostra que as tensões instantâneas nos enrolamentos correspondentes a V2 e V3 chegam a ficar defasadas em 180° elétricos. Com o aumento de atenuação, o transitório fica praticamente confinado ao enrolamento correspondente à V3.

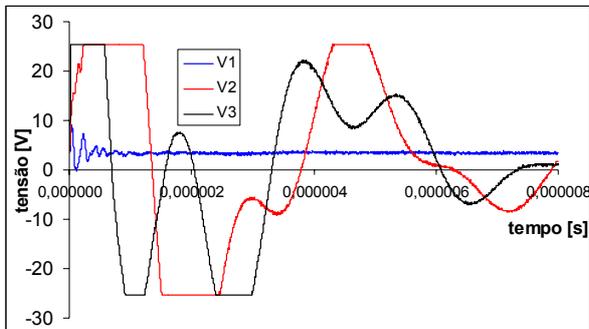


Figura 15. Tensões nos enrolamentos (V1, V2 e V3) em função do tempo.

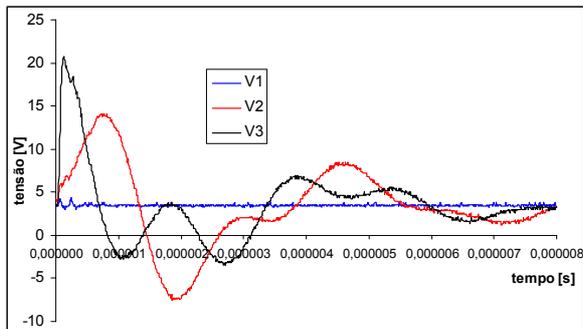


Figura 16. Tensões nos enrolamentos (V1, V2 e V3) em função do tempo, operando com o enrolamento da tensão V3 sem carga.

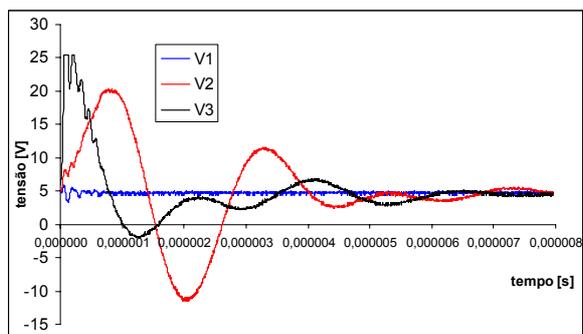


Figura 17. Tensões nos enrolamentos (V1, V2 e V3) em função do tempo, operando com o enrolamento da tensão V3 com uma resistência de 460Ω.

Vários outros testes foram realizados, seja variando o valor do capacitor, o instante de comutação da chave, incluindo resistências de carga aos enrolamentos em aberto, etc. De uma maneira geral, os resultados obtidos foram similares aos aqui apresentados. Entretanto, foi observado que os valores de pico de tensão nos enrolamentos tendem a ser maiores quando os valores da resistência de carga do secundário aumentam.

Desta forma, os ensaios experimentais permitiram evidenciar, ainda que de uma maneira simples e qualitativa, que tensões bem maiores que os valores normais de operação do transformador podem estar envolvidas. Estes picos

de tensão podem surgir como consequência de transitórios (p. ex., causados por chaveamentos ou descargas atmosféricas) ocorridos em circuitos próximos e que excitam alguma frequência de ressonância própria do transformador. É importante mencionar que um modelo em escala reduzida apresenta valores de frequências de ressonância bem maiores do que aqueles de um transformador em escala real. Assim, para os transformadores de grande porte usados em usinas geradoras, as frequências de ressonância seriam bem menores do que os valores mostrados nas figuras 9 e 11. Por fim, cabe lembrar que todos os ensaios foram feitos usando relações de transformação unitária. Ensaios usando relações de transformação elevadas devem ainda ser realizados visando determinar a influência deste parâmetro nos resultados obtidos.

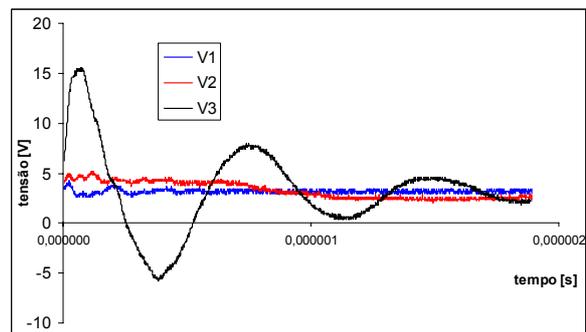


Figura 18. Tensões nos enrolamentos (V1, V2 e V3) em função do tempo, operando com o enrolamento da tensão V3 com uma resistência de 103Ω.

V. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi fazer a análise de transformadores de duplo circuito primário operando com um deles em aberto. O interesse deste estudo surgiu a partir da constatação da ocorrência de faltas em transformadores de potência usados em usinas geradoras operando nesta configuração. A modelagem numérica realizada através do método de elementos finitos 3D mostrou que os maiores valores de campo elétrico aparecem no interior do transformador na região entre os enrolamentos de baixa tensão e o de alta tensão. Portanto, esta região é a mais crítica no que se refere à origem das faltas, o que está de acordo com o que tem sido verificado nas análises realizadas nos transformadores após a ocorrência dos eventos. Adicionalmente, os ensaios experimentais realizados em um modelo em escala reduzida, operando na configuração sob análise, evidenciaram que surtos podem gerar tensões elevadas comparadas aos valores normais de operação, o que poderia vir a causar arcos elétricos, danificando o transformador. Além disso, em frequências próximas às de ressonância, tensões nos enrolamentos podem ficar defasadas em 180° elétricos. Assim, como conclusão dos estudos efetuados, recomenda-se evitar esta configuração com um dos enrolamentos em aberto de modo a diminuir a probabilidade de falhas nos transformadores.

VI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. Ferracci. "Ferroresonance". *Groupe Schneider's Collection Technique*, Cahier technique n° 190, March 1998.
- [2] N. Ida and J.P.A. Bastos, *Eletromagnetism and calculation of fields*, Springer-Verlag, 1992, New York, USA (458 pp).

- [3] W. Schmidt, *Materiais Elétricos – Isolantes e Magnéticos*, Vol. II. Edgard Blücher, 1979.
- [4] J. P. A. Bastos, *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática*, Editora da UFSC, 2004, Florianópolis, Brasil (396pp).