



**GRUPO VI**  
**GRUPO DE ESTUDO EM MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA - GME**

**EXTENSÃO DA METODOLOGIA DE ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS APLICADA À QUANTIFICAÇÃO DE ÍNDICES DE EFICIÊNCIA ASSOCIADOS A DISTRIBUIDORAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

**Maria Karla Vervloet Sollero\***  
Escola Politécnica/COPPE-UFRJ

**Marcos Pereira Estellita Lins**  
Escola Politécnica/COPPE-UFRJ

**RESUMO**

Este artigo tem como objetivo apresentar a metodologia de Análise Envoltória de Dados - DEA (*Data Envelopment Analysis*) para a determinação de índices de eficiência no setor brasileiro de Distribuição de Energia Elétrica. Entretanto, diferentemente da abordagem clássica, que permite total liberdade aos pesos atribuídos às entradas e saídas, este artigo propõe, como contribuição, a incorporação de informações preferenciais do tipo restrição aos pesos à análise de eficiência através de DEA. Esta abordagem é ilustrada através de um exemplo simplificado onde são calculadas e comparadas as eficiências de 22 distribuidoras brasileiras de Energia Elétrica.

**PALAVRAS-CHAVE**

DEA, Análise Envoltória de Dados, Índices de Eficiência de Distribuidoras de Energia Elétrica.

**1.0 - INTRODUÇÃO**

Após a reforma estrutural do setor elétrico brasileiro, a aplicação das regras tarifárias passou a ser de responsabilidade de um Agente Regulador, a ANEEL, com objetivos que pretendem conciliar os interesses dos consumidores e da concessionária regulada, dentre os quais destacam-se o incentivo à eficiência, a manutenção do equilíbrio econômico financeiro da concessão e a qualidade adequada do produto e do serviço prestados.

Um aspecto fundamental deste sistema é a inclusão de um fator de incentivo à eficiência (o chamado *Fator X*) no índice de reajuste de tarifa. Resta, então, o estabelecimento, a definição e a quantificação de índices de eficiência. Este aspecto, do ponto de vista da legislação, já está devidamente regulado e estabelecido. Entretanto, para a máxima apropriação dos ganhos permitidos pelo aumento da produtividade, a concessionária precisa trabalhar continuamente para o aumento de sua eficiência global. Metodologias que permitam, de forma relativamente fácil, comparar diferentes áreas e unidades de atuação ou metas em termos de sua eficiência global são, então, fundamentais para o seu direcionamento estratégico.

A metodologia proposta neste trabalho tem sido empregada, com sucesso, na avaliação e melhoria do desempenho de processos de fabricação e execução de serviços em vários setores(1). Entretanto, a maioria das experiências nacionais e internacionais de aplicação de DEA no setor elétrico emprega os modelos DEA clássicos, que permitem associar à unidade sob análise (concessionária, ou DMU- *Decision Making Unit*), total liberdade na escolha dos pesos dados às variáveis de entrada e saída. Porém, esta característica do modelo DEA clássico, ao permitir total liberdade aos pesos dados às entradas e saídas da DMU sob análise leva, frequentemente, a contradições com pareceres prévios ou informações adicionais disponíveis, por não considerarem fatores

\*Escola Politécnica da UFRJ- Centro de Tecnologia Bloco H –Sala H227 Ilha do Fundão, R.J.  
Tel.: (021) 2562-8016 - Fax: (021) 2562-8017 e-mail: karla@dee.ufrj.br

importantes de entrada ou saída e por permitirem que fatores de menor importância predominem. Variáveis importantes podem ser desprezadas (peso zero), o que não é aceitável.

A aplicação de DEA a essas situações concretas motivou o uso de restrições aos pesos, no sentido de limitar a liberdade completa de variação permitida pelo modelo original DEA. Estes pesos representam um sistema relativo de valor para cada DMU avaliada, fornecendo a melhor medida possível de eficiência para cada DMU, mantendo a coerência do sistema, ou seja, preservando valores viáveis para todas as outras DMUs.

Assim, este trabalho propõe uma abordagem capaz de permitir a inclusão de informações preferenciais dos gestores, bem como os interesses dos consumidores. Será visto que as restrições incorporadas ao modelo clássico CCR possibilitam a análise de várias alternativas para melhorar o desempenho da empresa ao tornar possível estabelecer faixas de variação para insumos e produtos. Finalmente, a abordagem proposta é ilustrada com um exemplo em que são quantificados índices de eficiência associados a 22 Distribuidoras de energia elétrica brasileiras. Estes resultados estão sintonizados com a meta permanente de se perseguir maior confiabilidade nas avaliações de eficiência, através de metodologias mais sistemáticas para atribuição de níveis de restrição aos pesos nos modelos DEA.

## 2.0 - A METODOLOGIA DEA

O método de Análise Envoltória de Dados é um método não-paramétrico, baseado em programação linear, introduzido por Charnes e outros(1),(2), e amplamente aplicado na análise de eficiência comparativa entre unidades homogêneas de produção (DMUs). Isto é, as unidades podem ser analisadas em conjunto desde que usem as mesmas entradas e produzam as mesmas saídas com tecnologias similares de produção. Essas unidades têm sua eficiência dada pela razão ponderada da soma das saídas e entradas e são comparadas entre si identificando-se as unidades eficientes. Uma das vantagens de DEA é que nenhuma informação preferencial é necessária, i.e. existe liberdade na escolha dos pesos por parte das unidades analisadas (DMU) de modo a se posicionarem o melhor possível na análise de eficiência. Entretanto, são freqüentes casos em que alguma informação sobre a importância relativa ou preços relativos as entradas e saídas está disponível. Não seria razoável excluí-la da análise. Restrições aos pesos são um meio de incorporar informações preferenciais em análise de DEA

A aplicação de DEA a situações concretas motivou o uso de restrições aos pesos no sentido de limitar sua liberdade completa de variação permitida pelo modelo original DEA. Vários estudos com restrições aos pesos têm sido propostos (3). Nesse artigo é utilizada restrição proporcional às entradas e saídas virtuais na análise de eficiência de 22 concessionárias de energia elétrica do Brasil.

## 3.0 - RESTRIÇÃO AOS PESOS NA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

### 3.1 Modelo DEA clássico

A metodologia DEA permite construir fronteiras de produção das unidades produtivas (DMUs) homogêneas, isto é, unidades que utilizam processos tecnológicos semelhantes para transformar os mesmos insumos e recursos em produtos e resultados semelhantes. Tais fronteiras são empregadas para avaliar a eficiência relativa dos planos de operação executados pelas DMUs e servem, também, como referência para o estabelecimento de metas eficientes para cada unidade produtiva.

A eficiência na presença de múltiplas entradas e saídas é definida como a relação entre a soma ponderada das saídas pela soma ponderada das entradas. Considerando que existem  $n$  DMUs a serem avaliadas, cada uma com  $m$  entradas e  $s$  saídas, o grau de eficiência relativa para uma DMU o testada é obtido resolvendo o seguinte problema de programação linear, mostrado em (1), obtido do modelo proposto por Charnes (1).

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\ & \text{sujeito a} \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j, \quad e \quad v_i, u_r \geq 0, \forall i, r. \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{onde} \\ & r = 1, \dots, s \\ & i = 1, \dots, m \\ & j = 1, \dots, n \\ & y_{rj} = \text{saída } r \text{ produzida pela DMU } j \\ & x_{ij} = \text{entrada } i \text{ utilizada pela DMU } j \\ & u_r = \text{peso dado a saída } r \\ & v_i = \text{peso dado a entrada } i \end{aligned} \quad (1)$$

Este problema é resolvido  $n$  vezes de modo a obter a medida de eficiência (relativa) de todas DMUs. É suposto retorno constante de escala e que todas entradas e saídas são estritamente positivas.

Para cada DMU analisada (DMU<sub>o</sub>) são atribuídos pesos às entradas e saídas de modo a maximizar sua medida de eficiência. Em geral a DMU<sub>o</sub> é considerada eficiente se essa medida é igual a 1 e ineficiente se menor que 1. Para cada DMU ineficiente o modelo DEA identifica um conjunto de unidades eficientes que pode ser utilizado como

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

referência. As DMUs deste conjunto podem ser utilizadas como “*benchmarks*” para melhorar a eficiência da DMU observada. As referências são obtidas com a formulação do dual do modelo CCR-multiplicadores mostrado acima, conhecido como CCR-envelope e mostrado em (2). A partir do modelo envelope, a DMU observada é ineficiente se a “DMU referência”, utiliza menos insumos mantendo pelo menos o mesmo nível de saída que ela.

Min  $\theta$  , sujeito a

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \leq \theta x_{ko}, \quad \forall k,$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \geq y_{jo}, \quad \forall j.$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$\theta \text{ irrestrita.}$$

$\theta$  = medida de eficiência relativa, proporção em que os inputs podem ser reduzidos,

$\lambda$  = intensidade da participação da DMU  $j$  na construção da DMU composta, variável dual.

(2)

No modelo acima, a DMU observada é ineficiente se a DMU referência utiliza menos insumo, mantendo pelo menos o mesmo nível de saída que ela. As unidades envolvidas na construção da DMU referência (*target*) podem ser utilizadas como “*benchmarks*” para melhorar a eficiência da DMU observada.

### 3.2 Restrição aos pesos em DEA

A estrutura matemática dos modelos DEA faz com que, em muitos casos, uma DMU seja considerada eficiente por serem atribuídos pesos nulos ou considerados inaceitáveis por especialistas, a algumas variáveis. Isto deve-se à irrestrita flexibilidade de alocação dos pesos na determinação da medida de eficiência das DMU tornando possível obter taxas elevadas de eficiência desprezando entradas ou saídas indesejáveis. Os pesos representam um sistema relativo de valor para cada DMU avaliada (DMU<sub>o</sub>) que fornece a melhor medida possível para a DMU<sub>o</sub> mantendo a coerência do sistema, ou seja, que resulte valores viáveis para demais DMU.

A restrição aos pesos permite incorporar preferências gerenciais em termos de nível relativo de importância das várias entradas e saídas (3). Allen e outros (4) apontam três modos distintos de incorporar juízo de valor em DEA, descritos a seguir.

#### 3.2.1 Restrição direta aos pesos:

A imposição de restrição aos pesos pode ser incorporada ao modelo DEA básico com a inclusão das seguintes restrições adicionais:

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2}, \quad r1$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i, \quad r2$$

$$\gamma_i v_i \geq u_r, \quad r3$$

$$\delta_i \leq v_i \leq \tau_i, \quad r4$$

$$\rho_r \leq u_r \leq \eta_r, \quad r5$$

$$-v_i \leq -\varepsilon, \quad -u_r \leq -\varepsilon, \quad e \quad v_i, u_r \geq 0, \quad \forall i, r. \quad (3)$$

$\varepsilon$  é um infinitesimal não-Arquimediano e as letras ( $\kappa_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\delta_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\rho_r$ ,  $\eta_r$ ) são constantes especificadas pelo usuário para refletir juízos de valor concernente a importância relativa de fatores da entrada ou saída.

Além das restrições acima também deve-se alterar o segundo termo do PPL ( $\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$ ) substituindo a constante “1” pela constante “C”. A constante de normalização, C, é escolhida pelo usuário como um limite máximo na avaliação da eficiência. (tipicamente 1 ou 100.)

As cinco restrições adicionais, r1 a r5, foram classificadas em três categorias:

(a) Restrição aos pesos absolutos:

Limites numéricos aos multiplicadores são estabelecidos de forma a não permitir que variáveis sejam super estimadas ou ignoradas na análise. Este tipo de restrição pode resultar em um PPL inviável levando a relaxar os limites até se atingir a viabilidade (5). Um dos problemas com restrição direta aos multiplicadores (6), restrição direta aos pesos, é a dependência destes das unidades de medida das entradas /saídas. Muitas vezes é difícil dar um significado à restrição direta aos pesos.

(b) Região de Segurança Tipo I-ARI (Assurance Region)

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

As restrições r1 e r2 são introduzidas para incorporar na análise a ordenação relativa ou valores relativos das entradas e saídas permitindo introduzir a opinião de especialistas. Thompson e outros (7) denominaram esse tipo de restrição de "Região de Segurança tipo I".

(c) Região de Segurança Tipo II - AR II

É introduzida a restrição r3 que relaciona os pesos das entradas e saídas. Isso pode resultar em inviabilidade (4). Além disto, as regiões de segurança ARI e ARII dependem das escalas das entradas e saídas. Os limites usados nas restrições são dependentes da constante de normalização, C.

### 3.2.2 Ajuste dos níveis observados de entrada-saída para incorporar juízos de valor. Regiões de segurança

São citadas duas abordagens, Charnes e outros (8) e Golany (1988), ambas transformações derivadas do dual do modelo (3) acrescido das restrições r1 e r5:

- (a) O método Cone Ratio (8) - Nesse método é gerado um conjunto artificial de dados o qual produz as mesmas medidas relativas de eficiência que a restrição r2 no modelo citada anteriormente.
- (b) O método de Golany (1988) - Procurou incorporar relações ordinais da forma  $v_1 \geq v_2 \geq v_3 \geq \varepsilon$  entre os pesos de DEA. Sem permitir aos pesos assumirem valor zero.

### 3.2.3 Restrição às entradas e saídas virtuais

Entradas e saídas virtuais de uma DMU, produtos dos níveis de entrada/saída pelos seus respectivos pesos ótimos, indicam a contribuição de cada entrada e saída à sua taxa de eficiência e são adimensionais. Quanto maior o nível de entrada/saída virtual, mais importante sua contribuição para a taxa de eficiência da DMU analisada. Portanto usar entradas e saídas virtuais pode ajudar a identificar áreas fracas e fortes de desempenho. Restrições aos pesos virtuais podem ser particularmente interessantes quando valores "externos" necessitam ser traduzidos em restrições de pesos num modelo de DEA.

O método desenvolvido inicialmente por Wong and Beasley's (9) para restringir a flexibilidade dos virtuais em DEA é baseado no uso de proporções aplicadas ao modelo CCR (3), onde o operador pode impor limites que reflitam juízo de valor (4), como a seguir:

$$a_r \leq \frac{y_{rj} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r} \leq b_r \quad \text{para um fator da saída} \quad \text{onde}$$

$$e \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \quad \text{representa a saída virtual total da DMUj.}$$

$$c_i \leq \frac{x_{ij} v_i}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \leq d_i \quad \text{para um fator da entrada.}$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r \text{ e } i,$$

No lugar de restringir os pesos reais de DEA, restringe-se a proporção da saída virtual total da DMUj relativa à saída r, i.e. a "importância" atribuída à saída r pela DMUj, ao intervalo  $[a_r, b_r]$ , sendo os limites determinados por especialista ou pelo usuário. Essas restrições, proporcionais às entradas e saídas virtuais, em DEA são específicas de cada DMU tornando a implementação desse tipo de restrição não tão simples. Wong e Beasley's (9) sugeriram algumas alternativas analisadas por Sarrico e Dyson (6):

- (a) Impor restrições às entradas e saídas virtuais somente para a DMU analisada

$$a_r \leq \frac{y_{rjo} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{rjo} u_r} \leq b_r \quad e \quad c_i \leq \frac{x_{ijo} v_i}{\sum_{i=1}^m x_{ijo} v_i} \leq d_i \quad u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r \text{ e } i,$$

- (b) Restrições às entradas e saídas virtuais aplicadas a todas j DMUs

Para cada fator de entrada ou saída sendo restringido são adicionadas duas inequações ao modelo DEA

$$a_r \leq \frac{y_{rj} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r} \leq b_r \quad \forall r, j \quad e \quad c_i \leq \frac{x_{ij} v_i}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \leq d_i \quad \forall i, j \quad u_r, v_i \geq \varepsilon$$

- (c) Restrições proporcionais aos pesos das entradas e saídas virtuais

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

$$a_r \leq \frac{\left( \sum_{j=1}^n \frac{y_{rj}}{n} \right) u_r}{\sum_{r=1}^s \left( \sum_{j=1}^n \frac{y_{rj}}{n} \right) u_r} \leq b_r \quad \forall r \quad e \quad c_i \leq \frac{\left( \sum_{j=1}^n \frac{x_{ij}}{n} \right) v_i}{\sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \frac{x_{ij}}{n} \right) v_i} \leq d_i \quad \forall i.$$

Deste modo cada DMU é analisada com quatro restrições adicionais ao modelo DEA para cada fator restringido. Neste trabalho foi aplicada a técnica de “restrições às entradas e saídas virtuais somente para a DMU analisada”.

#### 4.0 - APLICAÇÃO DE DEA AO SETOR DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

O enfoque deste trabalho é no setor de distribuição de energia elétrica brasileiro. A ABRADDEE (Associação Brasileira dos Distribuidores de Energia Elétrica) agrega 64 distribuidoras, das quais este trabalho analisa 22.

##### 4.1 Empresas de Distribuição analisadas-DMUs

A metodologia exige uma relação mínima que a ser considerada entre o número de DMU e o número de variáveis no modelo DEA (5). Assim procurou-se incluir o maior número possível de concessionárias (DMUs) nesta análise.

##### 4.2 Escolha das variáveis

Outro ponto importante na metodologia de avaliação da eficiência das distribuidoras de energia elétrica é a escolha adequada das variáveis que serão consideradas para este fim. Após um levantamento de vários estudos de eficiência realizados tanto nacionalmente como internacionalmente em companhias de distribuição de energia elétrica, (10) a (16), foi feita uma seleção preliminar definindo-se um conjunto de variáveis capaz de caracterizar adequadamente o desempenho de uma concessionária de distribuição de energia elétrica e influenciar na sua eficiência, porém obedecendo a restrição quanto a relação entre o número de variáveis e de DMUs.

Os dados correspondentes às variáveis selecionadas para as concessionárias sob análise foram obtidos de várias fontes, destacando-se o BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Social), a ABRADDEE (Associação Brasileira das Distribuidoras de Energia Elétrica), a ANEEL e os balancetes das empresas consideradas, disponíveis na internet. Esses dados referem-se ao ano de 2000.

As seguintes variáveis foram selecionadas:

- *Variáveis de entrada:*
  - CO:** Custo Operacional
  - NE:** Número de empregados
  - Per:** perdas técnicas
  - DEC:** Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora, indica o número de horas em média que um consumidor fica sem energia elétrica durante um período, geralmente mensal.
  - FEC:** Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora, indica quantas vezes, em média, houve interrupção na unidade consumidora (residência, comércio, indústria etc).
- *Variáveis de saída:*
  - NC:** Número de consumidores
  - GWh:** Energia entregue, GWh

##### 4.3 Modelos DEA utilizados

Foi adotada orientação a insumos, devido à natureza das Companhias de Distribuição de Energia Elétrica, e retorno constante de escala, nos dois modelos analisados:

- Modelo CCR clássico com orientação a insumos sem restrições aos pesos
- Modelo CCR anterior, com restrições às entradas e saídas virtuais somente para a DMU analisada.

###### 4.3.1 Modelo CCR clássico sem restrições aos pesos:

As medidas de eficiência e os multiplicadores foram obtidos através da simulação, com o software **OPL Studio/ILOG**, do modelo CCR clássico.

###### 4.3.2 Modelos DEA com restrições

Para aumentar o poder discriminatório do modelo foram acrescentadas restrições às entradas e saídas virtuais somente para a DMU analisada. Este tipo de restrição permite limitar ou garantir a participação de determinada

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

entrada ou saída. Através da avaliação dos pesos, obtidos na abordagem clássica pode-se refinar a análise, por exemplo, impedindo distorções de avaliação que levem a imputar índices de eficiência máxima a algumas distribuidoras por não se considerar seus custos operacionais, como mostrado na Tabela 1.

Entradas e saídas virtuais de uma DMU, que são os produtos dos níveis das entradas e saídas pelos seus respectivos pesos ótimos, indicam a contribuição das mesmas à sua taxa de eficiência e são adimensionais. Quanto maior o nível de entrada ou saída virtual mais importante sua contribuição à taxa de eficiência da DMU analisada. Portanto, usar entradas e saídas virtuais pode ajudar a identificar áreas fracas e fortes de desempenho. A análise de sensibilidade auxilia na determinação dos limites a serem adotados bem como a matriz de correlação das variáveis no estabelecimento de proporções das participações de “quantidades” de entrada e saída, e pode ser uma ferramenta para o gestor, ao tornar possível estabelecer faixas de variação para insumos e produtos.

Restrições testadas:

$$a_r \leq \frac{y_{ro} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{ro} u_r} \leq b_r \quad e \quad c_i \leq \frac{x_{io} v_i}{\sum_{i=1}^m x_{io} v_i} \leq d_i \quad u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r e i$$

Para cada fator sendo restringido são adicionadas duas inequações ao modelo DEA.

## 5.0 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.1 Modelos sem restrições

Os modelos sem restrições aos pesos costumam atribuir altas eficiências a um grande número de DMUs, uma vez que as mesmas têm liberdade de escolher a combinação de pesos mais favorável. Como pode ser verificado na Tabela 1, das 22 companhias avaliadas, 9 obtiveram eficiência máxima, número relativamente alto.

Alocando peso apenas às variáveis CO, NE e GWh, 5 companhias obtiveram eficiência máxima e só uma das 17 DMUs ineficientes não prioriza o número de empregados (NE) em relação ao custo operacional (CO), a DMU 14.

TABELA 1 - Eficiências obtidas com os modelos CCR/E/I e CCR/M/I e pesos alocados

DMU	Eficiências %		CO	NE	Per	DEC	FEC	NC	GWh
	CCR/E/I	CCR/M/I	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	v <sub>3</sub>	v <sub>4</sub>	v <sub>5</sub>	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1 AES	100.00	100.00	0.000000	0.126263	0.000000	0.000000	0.000000	0.001081	0.000000
2 Band	100.00	100.00	0.008879	0.010358	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004018
3 CEB	41.01	41.01	0.000000	0.063372	0.009605	0.004917	0.000000	0.000723	0.000172
4 CEEE	64.06	64.06	0.000000	0.038242	0.030358	0.000000	0.000000	0.000522	0.000109
5 Celesc	56.76	56.76	0.000000	0.009268	0.074588	0.000000	0.000000	0.000332	0.000000
6 Celg	65.54	65.54	0.000000	0.036392	0.006506	0.002698	0.000000	0.000421	0.000070
7 Celpe	93.09	93.09	0.000894	0.038529	0.000000	0.005411	0.000000	0.000465	0.000000
8 Cemate	33.02	33.02	0.000000	0.047623	0.007218	0.003695	0.000000	0.000543	0.000129
9 Cemig	100.00	100.00	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.152672	0.000195	0.000000
10 Cerj	100.00	100.00	0.000000	0.069702	0.000000	0.001366	0.000000	0.000633	0.000000
11 CFLCL	31.65	31.65	0.000000	0.134046	0.000000	0.002627	0.000000	0.001217	0.000000
12 Coelba	100.00	100.00	0.000398	0.031695	0.000000	0.000000	0.002501	0.000345	0.000000
13 Coelce	100.00	100.00	0.000458	0.060160	0.000000	0.000000	0.000000	0.000556	0.000000
14 Copel	87.83	87.83	0.000000	0.008665	0.069739	0.000000	0.000000	0.000310	0.000000
15 CPPE	34.34	34.34	0.000000	0.206189	0.000000	0.021465	0.000000	0.001629	0.008804
16 CPFL	100.00	100.00	0.000000	0.032312	0.000000	0.007929	0.000000	0.000370	0.000000
17 Elektro	77.09	77.09	0.000000	0.034144	0.027105	0.000000	0.000000	0.000466	0.000097
18 Eletropaulo	100.00	100.00	0.005674	0.006985	0.000000	0.000000	0.000000	0.000005	0.002604
19 Enersul	44.94	44.94	0.000000	0.083194	0.000000	0.000000	0.010939	0.000817	0.001441
20 Escelsa	59.99	59.99	0.003007	0.051896	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.006647
21 Light	100.00	100.00	0.005674	0.006985	0.000000	0.000000	0.000000	0.000005	0.002604
22 RGE	59.17	59.17	0.000000	0.059972	0.000000	0.000000	0.007886	0.000589	0.001039

Observa-se ainda que:

- Foi atribuído peso zero à variável custo operacional (CO) de 16 empresas, sendo que aqueles diferentes de zero foram valores muito pequenos se comparados aos das outras variáveis;
- A variável de saída energia entregue, (GWh), teve peso zero na análise de 15 concessionárias;
- Com exceção da **CEMIG**, foi atribuído peso diferente de zero à variável NE;
- A **AES** obteve medida de eficiência máxima com peso concentrado nas variáveis NE e NC;
- Apenas 5 empresas tiveram pesos alocados às duas variáveis de saída. As outras 17, só a uma delas.

### 5.2 Modelos com restrições aos pesos

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

Como citado anteriormente, foram testadas restrições às entradas e saídas virtuais aplicadas à DMU sob análise. Foram incluídas as seguintes restrições:

$$a_r \leq \text{PVIR } Y_r \leq b_r \quad \text{PVIR } Y_r = \text{participação da saída virtual } Y_r, \quad \forall r \text{ em } s$$

$$c_i \leq \text{PVIR } X_i \leq d_i \quad \text{PVIR } X_i = \text{participação da entrada virtual } X_i, \quad \forall i \text{ em } m$$

Após um estudo de sensibilidade, o caso **A** foi tomado como referência e várias alternativas foram testadas. A Tabela 2 identifica os casos cujos resultados são listados na Tabela 3.

TABELA 2 - Intervalos testados

	Intervalos	
<b>Caso A</b> (Referência)	a = [0.3, 0.3] b = [0.7, 0.7]	c = [0.4, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1] d = [0.9, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3]
<b>Caso B</b>	a = [0.3, 0.3] b = [0.7, 0.7]	c = [0.2, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1] d = [0.9, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3]
<b>Caso C</b>	a = [0.3, 0.3] b = [0.7, 0.7]	c = [0.3, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1] d = [0.9, 0.4, 0.3, 0.3, 0.3]

TABELA 3 - Medidas de eficiência obtidas

DMU		Eficiências %			
		S/ restrições	C/ restrições		
			A	B	C
1	AES	100	60.78	64.19	72.90
2	Band	100	21.08	22.80	22.14
3	CEB	41.01	23.12	23.95	27.06
4	CEEE	64.06	35.93	40.09	41.37
5	Celesc	56.76	40.05	41.83	42.14
6	Celg	65.54	34.43	35.84	38.52
7	Celpe	93.09	47.67	47.67	52.66
8	Cemat	33.02	17.18	17.24	20.41
9	Cemig	100	100	100	100
10	Cerj	100	50.91	50.91	60.27
11	CFLCL	31.65	13.63	13.79	16.36
12	Coelba	100	58.51	58.51	61.84
13	Coelce	100	46.44	46.44	53.31
14	Copel	87.83	65.01	67.72	69.79
15	CPEE	34.34	16.92	16.92	20.13
16	CPFL	100	84.49	95.33	90.43
17	Elektro	77.09	55.42	57.81	60.12
18	Eletropaulo	100	95.40	100	100
19	Enersul	44.94	22.80	22.80	27.23
20	Escelsa	59.99	37.98	37.98	42.56
21	Light	100	76.74	84.98	83.19
22	RGE	59.17	33.53	34.11	38.92

Nesta análise, o problema dos pesos zero não ocorre, sendo eliminados os resultados indesejáveis na avaliação de concessionárias de energia elétrica ocorridos no caso sem restrições. Observa-se que no Caso A (referência) apenas uma concessionária, a **CEMIG**, obteve índice de eficiência 100%; uma (**ELETROPAULO**) entre 90 % e 100% e outra, a **CPFL**, entre 80 % e 90%. Quando o limite inferior da *entrada virtual CO* (custo operacional) é relaxado de 0.1, a eficiência calculada para 6 concessionárias não é alterada, enquanto a das demais aumenta. Ao ser relaxado este limite de 0.2, (Caso B), a **ELETROPAULO** alcança eficiência 100%, enquanto as 6 que não haviam tido alterações permanecem inalteradas e as demais têm a medida de eficiência aumentada. Mesmo quando nenhuma restrição é imposta ao limite inferior da *entrada virtual CO* somente as concessionárias **CEMIG** e **ELETROPAULO** permanecem com medida de eficiência 100 %.

Ao relaxar-se o limite superior da parcela relativa ao número de consumidores somente a **CEMIG** continua com eficiência 100%. Se o limite superior da saída virtual **GWh** é diminuído em 0,2 a **CEMIG** continua com eficiência máxima e todas as outras eficiências ficam inalteradas. Estas variações são melhor observadas na Figura 1.

Observa-se que a **CEMIG** (DMU 9) é a única concessionária avaliada que mantém eficiência máxima em todos intervalos testados o que indica a robustez das observações em relação a esta empresa. Além disto, fica clara a consistência dos resultados obtidos para diferentes valores de restrição aos pesos.

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.

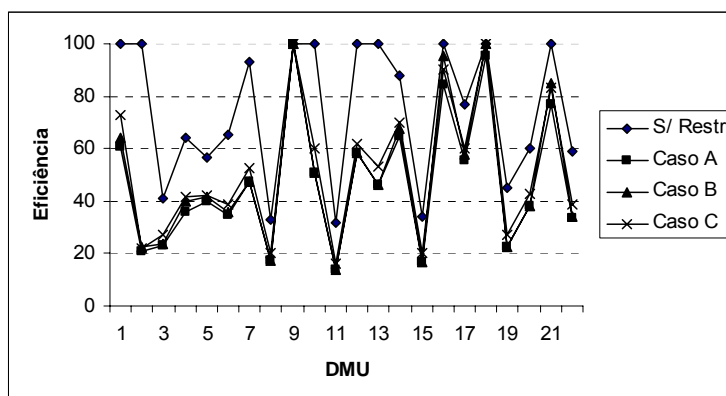


FIGURA 1 – Comparação das eficiências

## 6.0 - CONCLUSÃO

O trabalho confirma que a Análise Envoltória de Dados é uma ferramenta importante para a avaliação do desempenho das companhias de distribuição de eletricidade, ao ajudar a identificar as metas que devem ser perseguidas com o objetivo de melhorar o desempenho das empresas. A inclusão de restrições aos pesos mostrou-se um refinamento fundamental do modelo DEA clássico nesta análise.

As restrições incorporadas ao modelo clássico CCR possibilitam ao gestor analisar várias alternativas para melhorar o desempenho de sua empresa ao tornar possível estabelecer faixas de variação para insumos e produtos. É de grande importância a possibilidade de serem consideradas múltiplas variáveis, abrangendo aspectos técnicos e ambientais. Estes estudos abrem a perspectiva de se perseguir maior confiabilidade nos resultados obtidos através de metodologias mais sistemáticas para atribuição de níveis de restrição aos pesos nos modelos DEA.

## 7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) **Charnes, A.**, Cooper, W. W., Rhodes, E. Measuring the efficiency of decision making units. *EJOR*, 1978.
- (2) **Banker, R.D.**, A. Charnes and W.W. Cooper (1984) Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 30, 1078-1092.
- (3) **Cooper, W.W.**, L.M. Seiford and K. Tone. *Data Envelopment Analysis*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- (4) **Allen, R.**, Athanassopoulos, A.D., Dyson, R.G., Thanassoulis, E., 1997a. Weights restrictions and value judgements in DEA: Evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research* 73.
- (5) **Lins, M.P.E.** Meza, L.A. Análise Envoltória de dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio a Decisão. COPPE, 2000.
- (6) **Sarrico, C.S.**, Dyson, R.G. 2003 Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *EJOR*.
- (7) **Thompson, R.G.**, Langemeier, L.N., Lee, C., Lee, E., and Thrall, R. (1990), "The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming," *Journal of Econometrics* 46, 93-108.
- (8) **Charnes, A.** Cooper, W., Huang, Z. M., and Sun, D. B. (1990), "Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an illustrative Application to Large Commercial Banks", *Journal of Econometrics* 46, 73-91.
- (9) **Wong, Y.-H.B.**, Beasley, J. E. 1990. Restricting weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society* 41, 829-835.
- (10) **Europe Economics** – Critical Review of Ofgem's Consultation Document on Merges in Electricity Distribution - Report by Europe Economics for Electricity Association - Dec/ 2001.
- (11) **Jamasb, T.**; Pollit, M.-Benchmarking and regulation: international electricity experience, *utilities Policy* 9, 2001.
- (12) **Jamasb, T.**; Pollitt, M. -International Utility Benchmarking & Regulation: An Application to European Electricity Distribution Companies, University of Cambridge, June 2002.
- (13) **Korhonen, Pekka.**; Syrjanen, Mikko – Evaluation of cost Efficiency in Finnish Electricity Distribution / Helsing School of Economics, 2002.
- (14) **Pretum Demah** (*DAE Working Paper WP 0232*).
- (15) **Susila Munisamy** – Benchmarking Performance of UK Electricity Distribution Utilities: A Study of Quality Efficiency and Productivity Changes using DEA– Warwick Business School (1999-2002).
- (16) **Weyman-Jones, T.G.**, "RPI-X Price Cap Regulation: The Price Controls Used in UK Electricity", *Utilities Policy*, Out./1990, pp. 6L-77.

Nota: este trabalho contou com o apoio do CNPq/CTenerg, processo 401908/2003-8.