



**GRUPO IV
GRUPO DE ESTUDOS DE ANÁLISES E TÉCNICAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA - GAT**

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM FLEXIBILIDADE DE DEFINIÇÃO DE FUNÇÕES OBJETIVO E RESTRIÇÕES PELO USUÁRIO

Zulmar Soares Machado Jr *

Glauco Nery Taranto

Djalma Mosqueira Falcão

Universidade Federal do Rio de Janeiro

RESUMO

Este artigo apresenta uma formulação de fluxo de potência ótimo (FPO) com funções objetivo e restrições definidas por usuário. Técnicas de diferenciação automática de primeira e segunda ordem são aplicadas, agregando flexibilidade ao desenvolvimento. O algoritmo é baseado no método de pontos interiores com resolução das equações via método de Newton-Raphson. O desenvolvimento computacional é estruturado com avançadas técnicas de modelagem orientada a objetos (MOO) usando linguagem de programação C++. Este desenvolvimento é suficientemente geral a ponto de permitir a incorporação detalhada dos modelos de geradores e de seus controles. Resultados numéricos são apresentados para um sistema 45 barras equivalente do sudeste brasileiro.

PALAVRAS-CHAVE

Fluxo de Potência Ótimo, FPO definido por Usuário, Diferenciação Automática, Modelagem Orientada a Objetos.

1.0 - INTRODUÇÃO

No atual cenário do setor elétrico, onde um ambiente competitivo tem levado à operação do sistema com reduzidas margens de segurança, é fundamental que haja um elenco de ferramentas computacionais ágeis e flexíveis. Neste contexto, a modelagem orientada a objetos tem se apresentado como uma atraente alternativa para enfrentar os novos desafios na construção de ferramentas que atendam às necessidades do setor.

Atualmente, nos desenvolvimentos em Fluxo de Potência Ótimo (FPO), os modelos são pré-definidos, e não podem ser modificados pelo usuário sem acesso ao código fonte. Alguns permitem ao usuário a escolha de certas funções objetivo e restrições, a partir de uma lista pré-especificada, o qual é muito útil de modo a adaptar o desenvolvimento à necessidade do usuário. Mas, esta característica ainda limita a capacidade de estudo e análise que estes desenvolvimentos podem oferecer.

Assim, este artigo propõe um FPO capaz de estabelecer funções objetivo e restrições definidas por usuário, sem a necessidade de alteração e recompilação do código fonte do programa.

A função objetivo e as restrições no problema de otimização são construídos através de um formato definido por usuário, a partir de funções matemáticas elementares que quando devidamente compostas modelam as equações da rede, ou mesmo, as ações de um dado equipamento do sistema elétrico. Esta técnica permite um alto grau de generalização na formulação das funções objetivo e restrições. Além disto, permite também o uso de modelos detalhados de geradores, tornando possível compor funções objetivo que levem em consideração as variáveis interna dos geradores. Uma representação detalhada do modelo de máquina síncrona é incorporada ao programa de fluxo de potência ótimo. Modelos de máquinas de pólos salientes e pólos lisos sem simplificações são levados em consideração. A representação é possível pois as equações diferenciais no ponto de equilíbrio são adicionadas às equações algébricas do FPO convencional.

O método de solução para o fluxo de potência ótimo utiliza-se de um método de derivação automática, o qual calcula as derivadas de primeira e segunda ordem da função objetivo e das restrições de igualdade e desigualdade, obtendo as matrizes Jacobiana e Hessiana da função Lagrangeana. Esta capacidade de derivação

* Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPE/Departamento de Engenharia Elétrica – Caixa Postal 68504 – CEP 21945-970 – Rio de Janeiro RJ – Brasil. Email: zulmar@coep.ufrj.br

automática agrega novas funcionalidades ao desenvolvimento, pois com a elaboração dos modelos, torna possível a incorporação de qualquer função matemática diferenciável na formulação do FPO, sem a necessidade de acesso ao código fonte do programa do FPO.

Um algoritmo de FPO é apresentado e as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são resolvidas pelo método de Newton-Raphson. O procedimento é similar ao conhecido método de pontos interiores e é implementado utilizando modelagem orientada a objetos, o qual permite maior flexibilidade na representação da função objetivo e das restrições.

Resultados numéricos são apresentados para o sistema equivalente Sul-Sudeste Brasileiro.

2.0 - MODELAGEM DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA DE POTÊNCIA

Para análise de estabilidade transitória e regime permanente, um sistema de potência é representado por um conjunto de equações não-lineares algébricas e diferenciais, como mostrado pelo sistema (1) abaixo.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

onde x é o vetor de variáveis de estado, tais como, a velocidade e o ângulo do rotor, y é o vetor de variáveis algébricas, tais como, as tensões complexas nodais, e f e g são os vetores de funções não-lineares descrevendo, respectivamente, as equações diferenciais modelando os elementos dinâmicos do sistema (geradores e seus controles, equipamentos FACTS, motores de indução, etc) e as equações algébricas modelando a rede elétrica.

Formulações convencionais de FPO estão baseadas apenas no conjunto de equações algébricas dadas em (1), o qual basicamente representam as equações do fluxo de carga. Análise de estabilidade a pequenas perturbações ou análise em regime permanente são baseadas no ponto de equilíbrio de (1), considerando a seguinte representação:

$$\begin{aligned} \dot{x} = 0 &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

O conjunto de equações algébricas dada por (2) é então usado como um novo conjunto de restrições de igualdade na formulação do FPO, similarmente à metodologia usada na simulação quase estática apresentada em [1] e originalmente introduzida em [2].

A adição das equações $f(x,y)=0$ ao conjunto de restrições algébricas abre uma série de novas oportunidades para a formulação do FPO, por exemplo, a representação das curvas de capacidade de geração e seus sistemas de controle, melhorando a fidelidade da solução ao resultado real.

O modelo de gerador adotado, neste trabalho, é baseado em uma representação detalhada da máquina e de seus sistemas de controle [3,4], isto é, o regulador automático de tensão e o regulador de velocidade. A figura 1 mostra como a máquina e os reguladores de tensão e velocidade são construídos na estrutura computacional. Além disso, este modelo de máquina utilizado permite que as injeções na barra sejam tipo corrente ou tipo potência.

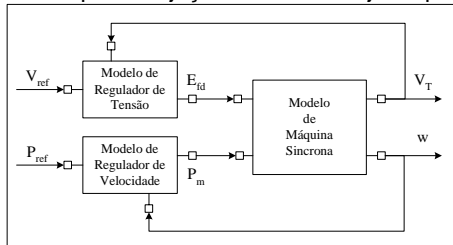


FIGURA 1: Representação funcional de máquinas síncronas e seus controles

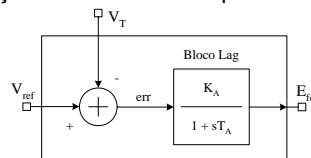


FIGURA 2: Modelo do regulador automático de tensão

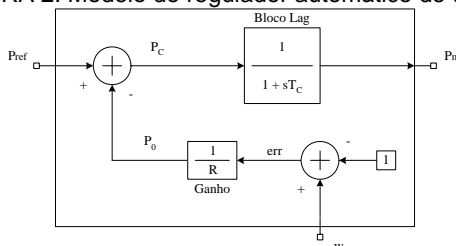


FIGURA 3: Modelo de regulador de velocidade

A figura 2 e figura 3 mostram modelos simples usados para os reguladores de tensão e velocidade. O modelo de regulador de tensão tem como variáveis de entrada a tensão terminal V_T e a tensão de referência V_{ref} , e como variável de saída a tensão de campo E_{fd} . O modelo de regulador de velocidade tem como entradas a velocidade do rotor w e a potência mecânica de referência P_{ref} , e como variável de saída a potência mecânica P_m .

Nota-se que estes modelos têm suas referências, representadas como variáveis de controle, contrastando com os programas de fluxo de potência ou simulação no tempo, onde estas referências são mantidas constantes. Os modelos da máquina de polos salientes, do regulador de tensão e do regulador de velocidade usados neste trabalho estão descritos em [5].

3.0 - ESTRUTURA COMPUTACIONAL PARA MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste trabalho, o desenvolvimento de equações e modelagem de ações de controle, bem como, a construção de funções objetivo e das restrições no problema de otimização são tratados numa estrutura computacional baseado em uma modelagem orientada a objeto.

A modelagem tem como características encerrar em sua estrutura, todos os dados, equações e ações de um dispositivo para um dado aplicativo (fluxo de potência, por exemplo). Algumas destas características podem ser compartilhadas por vários aplicativos. Assim, as funcionalidades dos modelos podem ser descritas como:

1. **Armazenamento de Dados e Equações:** dados, parâmetros, variáveis e equações que descrevem como os modelos são gerenciados pela estrutura computacional;
2. **Determinação das Condições Iniciais:** com base no estado do dispositivo, é possível calcular as condições iniciais das variáveis de estado e das referências do modelo descrito por suas equações;
3. **Determinação da Solução e Derivação das Equações:** responsável por resolver o conjunto de equações do modelo e calcular as derivadas parciais em relação às variáveis de interesse de cada aplicativo (Diferenciação Automática);
4. **Funcionalidades Específicas:** capacidade de introduzir ações particulares em um dado dispositivo da rede.

A padronização e a generalização no tratamento de modelos permite que os diversos aplicativos possam ter acesso a funcionalidades que lhes são comuns, sem desconsiderar a possibilidade de tratamento de funcionalidades específicas a cada um. Ou seja, um fluxo de potência ótimo e um programa de simulação no tempo, por exemplo, podem incorporar quaisquer novos modelos na estrutura de classes sem a necessidade de alteração do código de cada aplicativo, pois têm na modelagem matemática um tratamento comum.

Em um fluxo de potência ótimo, a função objetivo e as restrições são tratadas em um alto nível de generalização. Estas funções são automaticamente construídas pela estrutura computacional a partir das informações fornecidas pelo usuário através da combinação de parâmetros, equações e ações de controle de um dado dispositivo da rede elétrica.

O tratamento geral adotado para a construção da funções objetivo e restrições é compor as equações em forma de diagrama de blocos no qual cada bloco representa uma operação matemática elementar. A figura 4 apresenta a representação em diagrama de blocos de uma função objetivo hipotética descrita em (3), a qual é composta pela soma ponderada da potência ativa e do quadrado da potência reativa de todos os geradores do sistema. Neste diagrama, as variáveis (P_i , Q_i) e os parâmetros (C_{pi} , C_{qi}) associados a cada gerador (Gen #i, $i=1, \dots, n$) são combinados usando operações matemáticas elementares do tipo *Quadrado* e *Ganho*.

$$f_{obj} = C_{p1} \cdot P_1 + \frac{1}{2} C_{q1} \cdot Q_1^2 + \dots + C_{pn} \cdot P_n + \frac{1}{2} C_{qn} \cdot Q_n^2 \quad (3)$$

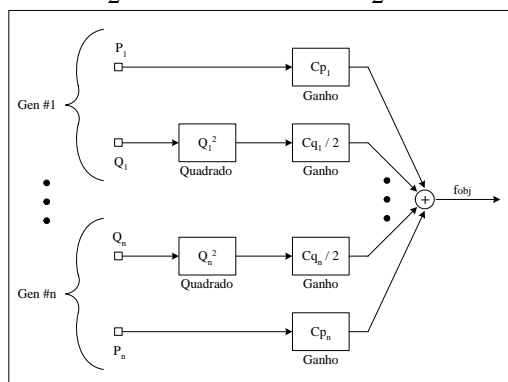


FIGURA 4: Diagrama de bloco representando a função objetivo descrita na equação 3

A modelagem adotada para o tratamento das equações é genérica o suficiente para acomodar características dos diagramas de blocos, em que uma variável de saída pode estabelecer conexão com mais de uma variável de entrada, mas uma variável de entrada estabelece conexão com apenas uma variável de saída.

A modelagem implementa um bloco genérico para descrever as equações matemáticas sem associar especificamente nenhuma operação elementar, ou seja, este bloco genérico se restringe principalmente em gerenciar a conectividade entre os blocos, pois é de se esperar que em um diagrama de bloco haja variáveis estabelecendo conexões entre os blocos. Assim, determina-se uma estrutura computacional em que está

associado ao bloco a conexão com variáveis de entrada e variáveis de saída. Evidentemente, que o número de entradas e saídas que um dado bloco terá, irá depender do tipo de operação que este bloco irá executar. A figura 5 apresenta a caracterização de um bloco genérico e suas conexões com outros blocos permitindo assim compor equações matemáticas diversas.

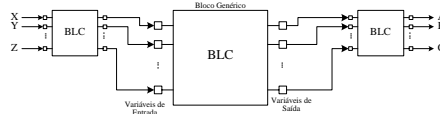


FIGURA 5 : Representação de um bloco genérico

Um modelo de um dispositivo, em geral, é utilizado para compor um conjunto de equações, assim é natural que a estrutura computacional permita que haja a construção de sub-modelos de modo que as equações sejam agrupadas de acordo com seus devidos significados físicos. Um exemplo deste tipo de construção está representado na figura 1 que apresenta um modelo de gerador, o qual é formado pelos sub-modelos: máquina síncrona, regulador de tensão e regulador de velocidade. As figuras 2 e 3 apresentam os diagramas de blocos dos reguladores de tensão e de velocidade, respectivamente. Este agrupamento em sub-modelos permite maior flexibilidade na estrutura, pois permite que um dado modelo, ou sub-modelo, possa ser substituído, removido ou adicionado ao dispositivo, a fim de atender uma necessidade de um dado aplicativo.

4.0 - FORMULAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Um problema de otimização pode ser escrito, em sua forma padrão, como

$$\begin{aligned} \text{Min } & f_{obj}(z) \\ \text{s. t. } & \\ & h_{eq}(z) = 0 \\ & g_{ds}(z) \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde, f_{obj} é a função objetivo, h_{eq} são as restrições de igualdade, g_{ds} são as restrições de desigualdade e z representa as variáveis de estado (x) e algébricas (y).

O conjunto de equações dada em (1) constitui o conjunto de restrições de igualdade h_{eq} , como mostrado em (5) abaixo.

$$z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow h_{eq}(z) = \begin{bmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

Como o FPO leva em consideração o ajuste em variáveis de controle u , o qual definem algum tipo de controle, tais como, controle de tap de transformadores, controle de tensão em barras de geração, etc, então pode-se expandir z em:

$$z = \begin{bmatrix} x \\ y \\ u \end{bmatrix} \quad (6)$$

Em um FPO, a função objetivo $f_{obj}(z)$ é uma função não linear que, em geral, representa algum interesse econômico ou de segurança em sistemas de potência. As funções objetivos mais comuns, são:

- Mínimo custo de geração;
- Mínimas perdas ativas;
- Mínimo desvio de operação;
- Máxima transferência de potência entre áreas;
- Máximo carregamento;
- Mínimo corte de carga.

As restrições de igualdade $h_{eq}(z)$ são representadas pelas equações de balanço do fluxo de potência. Na formulação estendida descrita neste trabalho, as equações derivadas de modelos detalhados de geradores podem ser incorporadas ao conjunto de restrições de igualdade.

A figura 6 apresenta um sistema exemplo a fim de ilustrar como as restrições associadas as equações de balanço são inseridas no FPO. Na figura, a barra #1 está conectada a um gerador, a um elemento shunt e a um elemento serie. Estes, por sua vez, possuem modelos associados cada um, no qual há inserido em seus modelos a contribuição de injeção de potência que cada elemento injeta na barra. Assim, a construção da equação é feita através da barra, que soma estas parcelas de cada um destes elementos, compondo a equação (7) mostrada abaixo.

$$S_{gen} + S_{serie} + S_{shunt} = 0 \quad (7)$$

Substituindo cada termo da equação (7) pela expressão correspondente ao modelo de injeção do equipamento, é possível obter a equação (8), o qual irá representar duas restrições de igualdade (partes ativa e reativa) no FPO.

$$(P + jQ) + V_1[(V_1 - V_2)Y_{ser} + V_1Y^*] + V_1(V_1Y_{sh})^* = 0 \quad (8)$$

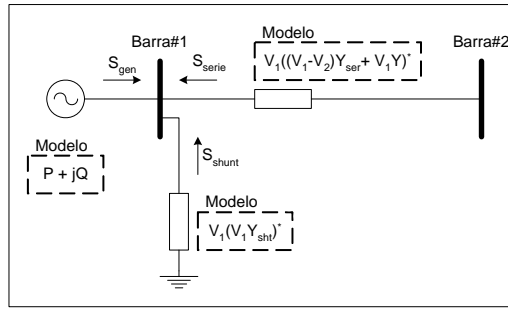


FIGURA 6: Equações de balanço de potência

As restrições de desigualdade $g_{ds}(z)$ são representadas por restrições operativas, restrições de controle ou pelas restrições funcionais, tais como, restrições de fluxo em linhas de transmissão. Além disto, utilizando-se de uma modelagem detalhada na geração é possível representar os limites reais da máquina síncrona, introduzindo restrições à nível da curva de capacidade de geração [6, 7].

Limites operativos e de controle são representados por restrições de canalização, tais como, mostrado em (9), o qual apresenta limites máximos e mínimos para a tensão e para a potência ativa e reativa.

$$\begin{aligned} V_{MIN} &\leq V \leq V_{MAX} \\ P_{MIN} &\leq P \leq P_{MAX} \\ Q_{MIN} &\leq Q \leq Q_{MAX} \end{aligned} \quad (9)$$

Em geral, uma restrição canalizada pode ser caracterizada como uma variável de estado do problema limitada por valores máximos e mínimos, tal como mostrado pelas restrições em (10),

$$MIN \leq \text{var} \leq MAX \quad (10)$$

o qual podem ser re-escritas como

$$\begin{aligned} \text{var} - MAX &\leq 0 \\ \text{var} - MIN &\geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

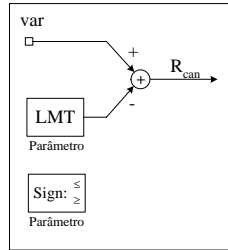


FIGURA 7: Modelo de Restrições de Canalização

Com base nas restrições escritas em (11) é possível construir um modelo que represente tanto o limite mínimo quanto o limite máximo, pois este tipo de restrição representa apenas a soma da diferença de uma dada variável do problema com seu limite (mínimo ou máximo). Assim, a figura 7 apresenta um modelopara este tipo de restrição, onde o parâmetro LMT representa o valor do limite mínimo ou do limite máximo, e o parâmetro $Sign$ armazena o sinal da restrição, (\leq ou \geq), com o qual a restrição será tratada dentro do FPO.

As restrições funcionais podem ser caracterizadas como restrições de fluxo em linhas de transmissão, limites de fator de potência, ou limites definido por um grupo de fluxos de potências em determinados circuitos escolhidos pelo usuário. Supondo que se deseje estabelecer uma restrição em três circuitos do sistema, assim esta poderia ser escrita como mostrado em (12).

$$S_1 + S_2 + S_3 \leq S_{MAX} \quad (12)$$

onde, S_1 , S_2 e S_3 representam os fluxos de uma dada área do sistema e S_{MAX} representa o valor de limite máximo. Mas, como S_i , $i = 1, 2, 3$, não representam variáveis explícitas do problema, então pode-se escrevê-las em função das variáveis P e Q , como mostra a equação (13).

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12)

$$\sqrt{P_1^2 + Q_1^2} + \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} + \sqrt{P_3^2 + Q_3^2} \leq S_{MAX} \quad (14)$$

A partir de (14), o diagrama de bloco mostrado na figura 8 pode ser construído.

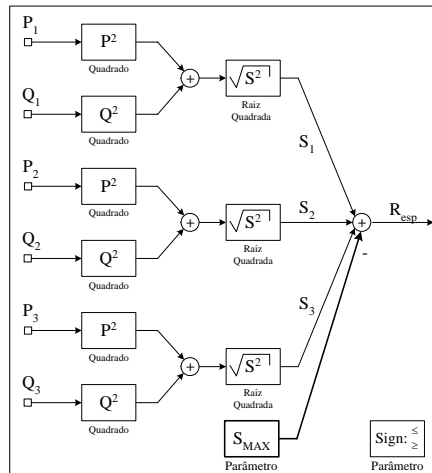


FIGURA 8: Modelo de Restrição Funcional

5.0 - MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Neste trabalho, utiliza-se da metodologia apresentada em [8], o qual as restrições de desigualdade definidas no problema (4) são transformadas em restrições de igualdade através da inclusão das variáveis de folga s , e pela aplicação de fatores penalidade nas variáveis de folga, como mostrado a seguir

$$\begin{aligned} \text{Min } f_{obj}(z) - \mu \log(s) \\ \text{s. t.} \\ h_{eq}(z) = 0 \\ g_{ds}(z) + s = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

A função penalidade aplicada no conjunto de variáveis de folga s , é uma função logarítmica afim de estabelecer o método de pontos interiores [8].

Uma vez tendo reduzido o problema de otimização a ter apenas restrições de igualdade, então é possível escrever a função lagrangeana, como mostrado na equação (16).

$$L(z, \lambda, \pi, s) = f_{obj}(z) - \lambda \cdot h_{eq}(z) - \pi [g_{ds}(z) - s] - \mu \cdot \log(s) \quad (16)$$

onde λ e π são os vetores de variáveis duais associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Usando a função definida em (16), é possível estabelecer as condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [9], o qual é mostrado no sistema (17).

$$\begin{aligned} \nabla_z L(\cdot) = 0 &= \nabla_z f_{obj}(z) - \lambda \nabla_z h_{eq}(z) - \pi \nabla_z g_{ds}(z) \\ \nabla_\lambda L(\cdot) = 0 &= -h_{eq}(z) \\ \nabla_\pi L(\cdot) = 0 &= -(g_{ds}(z) - s) \\ \nabla_s L(\cdot) = 0 &= \pi - \mu \cdot s^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

O conjunto de equações dado por (17) pode ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, através das soluções sucessivas do seguinte conjunto de equações lineares:

$$\nabla^2 L(\cdot) \times \Delta(z, \lambda, \pi, s) = -\nabla L(\cdot) \quad (18)$$

O cálculo das derivadas de segunda ordem da função lagrangeana no sistema linear (18) é realizado usando da técnica baseada na regra da cadeia [10] de diferenciação automática, e na composição das operações elementares para construir as equações através de diagramas de blocos já descritas neste trabalho.

6.0 - RESULTADOS

A metodologia descrita neste trabalho foi aplicada a um sistema equivalente Sul-Sudeste Brasileiro com 45 barras, 56 linhas de transmissão, 17 transformadores e 10 geradores. Os resultados foram obtidos usando um programa desenvolvido o qual utiliza de conceitos avançados de Modelagem Orientada a Objetos e linguagem C++.

Os resultados foram obtidos a partir de um caso base onde as variáveis de controle foram consideradas a tensão terminal para barras de geração e a potência ativa gerada. A função objetivo utilizada é a equação (3) e construída através de diagramas de blocos como mostrado na figura 4.

A figura 9 mostra o processo iterativo de convergência da magnitude de tensão das unidades geradoras de J. Lacerda A e J. Lacerda B.

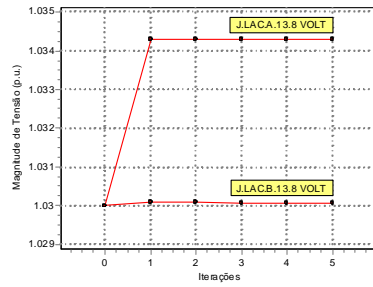


FIGURA 9: Magnitude de tensão de J.Lacerda

A figura 10 mostra o processo de convergência da corrente de campo do gerador de J. Lacerda A. O valor ótimo obtido foi 1.39 p.u..

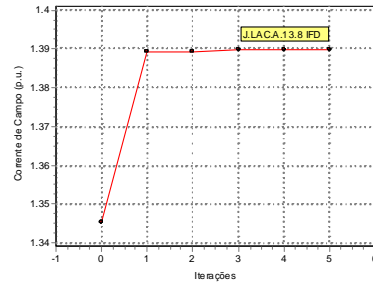


FIGURA 10: Corrente de campo de J.Lacerda

Com o objetivo de apresentar a flexibilidade associada a definição pelo usuário para a construção de funções objetivo, não escrita em código de programação no programa de FPO, será considerado que a solução ótima obtida para a corrente de campo de J.Lacerda A está violando seu limite superior considerado igual a 1.374 p.u.. Dois casos podem ser considerados para tratar deste problema:

1. Incluir a variável corrente de campo na função objetivo, ponderada por um custo positivo;
2. Representar limites superior e inferior na variável corrente de campo.

A figura 11 mostra a adição da corrente de campo na função objetivo.

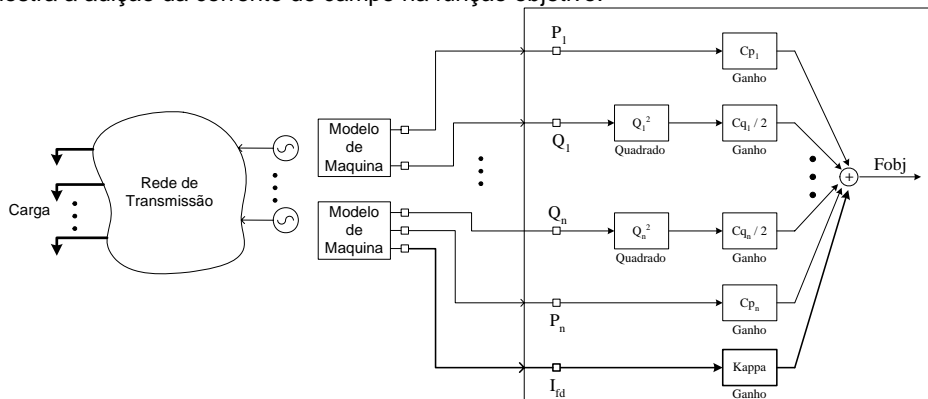
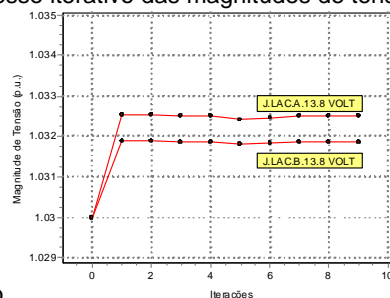


FIGURA 11: Função objetivo e modelos de máquinas síncronas

A figura 11 também mostra que as variáveis de interesse da função objetivo são conectadas às máquinas síncronas, de modo que qualquer variável interna da máquina pode ser avaliada pela função objetivo e pelas restrições. Além disso, a incorporação de qualquer termo na função objetivo pode ser construído diretamente através do diagrama de blocos desta função.

A figura 12 apresenta o processo iterativo das magnitudes de tensão das unidades geradoras de J. Lacerda A e B,



considerando o primeiro caso.

FIGURA 12: Magnitude de tensão de J.Lacerda

A figura 13 apresenta o processo iterativo da corrente de campo da unidade geradora de J.Lacerda A. O valor ótimo obtido foi de 1.357 p.u., sendo inferior ao limite superior considerado.

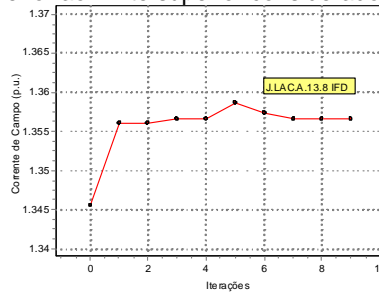


FIGURA 13: Corrente de campo de J.Lacerda

Para o segundo caso, a variável corrente de campo é limitada por valores superior e inferior como mostrado em (19).

$$0.0 \leq I_{fd} \leq 1.374 \text{ p.u.} \quad (19)$$

A figura 14 mostra o processo de convergência da corrente de campo de J.Lacerda A, o qual seu valor ótimo atinge o limite superior de 1.374 p.u..

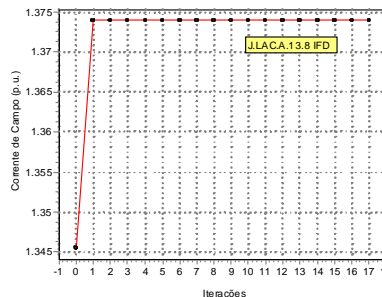


FIGURA 13 Corrente de campo de J.Lacerda

O FPO pode ter suas equações de balanço formuladas tanto como injeção de corrente, quanto injeção de potência. Outra importante característica da formulação é a possibilidade de análise modal, uma vez que o FPO considera o sistema de equações algébrico-diferencial. Portanto, os autovalores e os multiplicadores podem ser calculados e usados como sensibilidade na consideração de ações corretivas.

7.0 - CONCLUSÕES

Este artigo apresentou um problema de FPO com funções objetivo e restrições definidas por usuário. O algoritmo de otimização é baseado no conhecido método de pontos interiores. O desenvolvimento computacional é estruturado através de avançados conceitos de modelagem orientada a objetos. Finalmente, o grande atrativo deste desenvolvimento está na flexibilidade proporcionada pela modelagem.

8.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Manzoni, G. N. Taranto e D. M. Falcão, "A Comparison of Power Flow, Full and Fast Dynamic Simulations", Proceedings of the 14th PSCC, Session 38, Paper 2, (Sevilla, Spain), June 2002
- [2] T. van Cutsem e C. D. Vournas, "Voltage Stability Analysis in Transient and Mid-term Times Scales", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, pp. 1173-1182, 1996
- [3] P. Kundur, Power System Stability and Control. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [4] J. Arrillaga, C. P. Arnold e B. J. Harker, Computer Modelling of Electric Power Systems. New York: Wiley, 1983.
- [5] Z. S. Machado Jr, G. N. Taranto e D. M. Falcão, "An Optimal Power Flow Formulation including detailed modeling of generators", Proceedings of the PSCE ('04), (New York, USA), October 2004.
- [6] G. N. Taranto, Z. S. Machado Jr e D. M. Falcão, "Detailed Representation of Capability Curves of Synchronous Machines and Control Systems in Optimal Power Flow Formulation" Proceedings of the IX SEPOPE, (Rio de Janeiro, Brazil), May 2004
- [7] P. A. Lof, G. Anderson e D. J. Hill, "Voltage Dependent Reactive Power Limits for Voltage Stability Studies", IEEE Transactions on Power Systems, vol.10, pp 220-228, February 1995.
- [8] S. Granville, "Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Method", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no. 1, pp. 136-146, February 1994.
- [9] M. Minoux, Mathematical Programming: Theory and Algorithms. New York: Wiley, 1986.
- [10] J. Nocedal e S. J. Wright, Numerical Optimization. Springer Series in Operational Research, New York: Springer-Verlag, 1999.