



**SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

GSC - 26
16 a 21 Outubro de 2005
Curitiba - Paraná

**GRUPO X
GRUPO DE ESTUDO DE SOBRETENSÕES E COORDENAÇÃO DE ISOLAMENTO - GSC**

**MODELAGEM DE COMPONENTES DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA USANDO BASES DE
FUNÇÕES ORTONORMAIS**

Gustavo H C Oliveira

**PPGEPS/CCET
Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

RESUMO

O presente trabalho aborda o problema da modelagem de componentes de sistemas elétricos de potência, como linhas de transmissão e transformadores, e propõe a utilização de bases de funções ortonormais para tanto. Esta abordagem permite a modelagem de processos estáveis causais e possui caráter inovador no âmbito de sistemas de potência. O modelo final obtido pode ser representado em espaço de estados, portanto, sua incorporação em pacotes computacionais é fácil. Adicionalmente, faz-se uma análise comparativa da utilização de bases ortonormais na modelagem de sistemas com o método *vector fitting*, que vem sendo utilizado com sucesso neste contexto. A análise ressalta as principais semelhanças e diferenças entre as duas propostas. Resultados de simulação ilustram a validade do método.

PALAVRAS-CHAVE

Modelagem de sistemas, transformadores, linhas de transmissão, identificação de sistemas, bases de funções ortonormais, modelos em espaço de estados.

1.0 - INTRODUÇÃO

A determinação de modelos dinâmicos de sistemas é um procedimento importante em diversos campos da engenharia, por exemplo, na mecatrônica, na indústria de processos, em sistemas térmicos, mecânicos, elétricos, etc (1). Dentre estes campos, pode-se citar a área de sistemas elétricos de potência, com a modelagem de componentes como transformadores de potência ou linhas de transmissão. Modelos dinâmicos permitem realizar análises e obter resultados que seriam demorados, de alto custo ou mesmo inviáveis se fossem efetuados no sistema real. No caso específico da área de sistemas de potência, a determinação de modelos de transformadores vem recebendo bastante atenção nas últimas décadas e diversas abordagens têm sido apresentadas na literatura, por exemplo, pode-se citar os trabalhos (2) (3) (4) (5) (6). Essa modelagem se faz necessária para o aprimoramento das simulações dos transitórios elétricos caracterizados por diferentes faixas de frequência e que envolvem a interação desses equipamentos com os demais componentes do sistema elétrico. Neste contexto, uma técnica que vem sendo aplicada com bons resultados é a denominada *vector fitting* (7) (8).

A modelagem de transformadores, assim como de outros componentes do sistema elétrico, pode ser feita analisando as características físicas destes equipamentos, abordagem freqüentemente utilizada por fabricantes, e.g. (9). Essas características são, em geral, descritas em termos de equações diferenciais que descrevem o equipamento e cuja solução pode ser obtida analiticamente ou via simulação por computador, por exemplo, através de pacotes como MATLAB ou EMTP. Esta metodologia é, muitas vezes, difícil de ser implementada na prática tendo em vista que os detalhes construtivos dos equipamentos para determinação dos coeficientes que caracterizam as propriedades do componente não estão disponíveis ou são, muitas vezes, de conhecimento exclusivo dos fabricantes.

Rua Imaculada Conceição 1155 - CEP 81200-240 - Curitiba - PR - BRASIL
Tel.: (041) 271-1330 - Fax: (041) 271-1330 - e-mail: gustavo.oliveira@pucpr.br

Os métodos denominados genericamente de identificação de sistemas (10) (11) são aqueles onde a modelagem é realizada a partir de dados experimentais, seja no domínio do tempo ou da frequência, que caracterizam o comportamento dinâmico do sistema. A técnica denominada *vector fitting*, por exemplo, utiliza dados de resposta em frequência do componente. Entretanto diferentes classes de sinais de entrada/saída podem ser utilizadas para este fim.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta para identificação de modelos dinâmicos de componentes de sistemas elétricos de potência usando bases de funções ortonormais (BFO) (12) (13). Esta abordagem permite aproximar processos estáveis causais dentre eles, por exemplo, os transformadores potências. Apesar desta técnica ser conhecida em aplicações de controle de processos e servomecanismos, sua aplicação no âmbito de sistemas de potência possui um caráter inovador. O modelo final obtido pode ser descrito usando a representação em espaço de estados sendo, portanto, fácil sua incorporação em pacotes computacionais.

Adicionalmente, faz-se uma análise comparativa desta proposta com o método *vector fitting*. Esta metodologia baseia-se na representação do componente usando a estrutura de modelo tipo função de transferência, seguida da decomposição do modelo em frações parciais e estimação dos resíduos em função de pólos definidos a priori. O procedimento é repetido iterativamente. Nota-se que o método *vector fitting* é composto por duas etapas principais. São analisados as semelhanças e diferenças do *vector fitting* com a estratégia proposta no presente artigo.

O presente artigo está dividido conforme descrito a seguir. Na Seção 2, a motivação para o estudo de técnicas de modelagem de componentes elétricos é apresentada. Em particular, trata-se o caso de transformadores de potência. Na Seção 3, o método denominado *vector fitting* para aproximação de funções transferência é resumido. Na Seção 4, os principais aspectos relacionados com a modelagem de sistemas usando bases ortonormais são abordados, destacando-se comparação com a abordagem *vector fitting*. Na Seção 5, exemplos de simulação são apresentados e, finalmente, na Seção 6 o artigo é concluído.

2.0 - MOTIVAÇÕES PARA A MODELAGEM DE COMPONENTES DO SISTEMA ELÉTRICO

2.1 Transformadores

Estatísticas de desempenho de transformadores têm apresentado um número significativo de falhas de causa desconhecida que podem estar potencialmente relacionadas às tensões transitórias originadas pela interação dos transformadores com os outros componentes do sistema elétrico. O estudo dessa interação requer, na maioria dos casos, a realização de simulações de transitórios cuja confiabilidade dos resultados dependem diretamente da modelagem do transformador. Um exemplo típico é o estudo dos transitórios rápidos (VFT) gerados quando de manobras e curtos-circuitos em subestações blindadas a SF6 e que atingem os transformadores. O impacto dessas sobretensões, de frentes muito rápidas, irá depender da reposta desses equipamentos à altas frequências e sua determinação implica na obtenção de modelos apropriados à essa condição. Dessa forma, é de grande interesse para o aprimoramento da análise de transitórios, decorrentes da interação dos transformadores com os demais componentes do sistema, a implementação de modelos que representem esses equipamentos em diferentes faixas de frequência.

2.2 Linhas de Transmissão

A expansão dos sistemas elétricos tem requerido construções mais otimizadas das linhas de transmissão que resultam em configurações com alto grau de assimetria e acoplamentos. Dessa forma modelos sem restrições quanto à geometria ou natureza das linhas de transmissão se tornam necessários. Modelos no domínio de fases já estão sendo propostos na literatura e disponibilizados em programas de transitórios eletromagnéticos com objetivo de retratar o comportamento dinâmico desse componente diretamente sem a transição para o domínio modal. Para isso o aprimoramento de técnicas de identificação torna-se de grande interesse.

3.0 - O MÉTODO *VECTOR FITTING* PARA MODELAGEM DE TRANSFORMADORES E LINHAS DE TRANSMISSÃO

Nesta seção, um resumo dos principais aspectos da abordagem *vector fitting* para determinação de modelos de componentes de um sistema elétrico de potência são apresentados.

Conforme procedimento clássico em métodos de identificação de sistemas (10), o primeiro passo do *vector fitting* é a seleção de uma estrutura de modelo para o equipamento a ser identificado. Assim sendo, assume-se que o componente do sistema elétrico é linear e que pode ser representado por uma função de transferência $H(s)$:

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (1)$$

onde $X(s)$ e $Y(s)$ são as transformadas de Laplace dos sinais de entrada e saída do componente e s é uma variável complexa. Assume-se que $H(s)$ é uma função racional estável, pode ser decomposta em frações parciais. Se $H(s)$ for estritamente própria, tem-se:

$$H(s) = \sum_{i=1}^m \frac{c_i}{s + p_i} \quad (2)$$

onde $-p_i$ e c_i são, respectivamente, os pólos e os resíduos da decomposição em frações parciais de $H(s)$. O número de pólos é m .

O método *vector fitting* resolve o problema de estimação dos parâmetros da função $H(s)$ seqüencialmente e iterativamente, tendo como base os dois estágios apresentados a seguir:

- Estágio #1: seleção dos pólos de $H(s)$. Nesta etapa, calcula-se os valores candidatos para p_i , $i=1, \dots, m$. Estes valores são determinados através da definição de uma função auxiliar.
- Estágio #2: estimação dos resíduos de $H(s)$. Baseado na escolha dos pólos realizada na Etapa #1, os resíduos c_i são estimados através da definição de um problema do tipo mínimos quadrados.

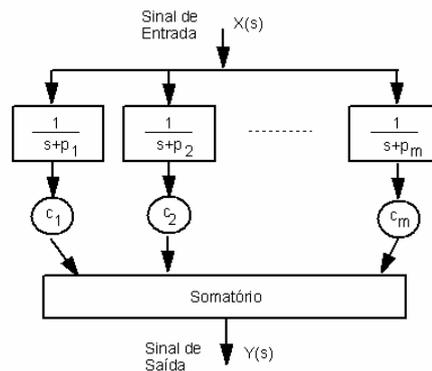


FIGURA 1: Estrutura do modelo após decomposição em frações parciais

Maiores detalhes sobre estes estágios podem ser encontrados em (7). O procedimento é repetido iterativamente até que uma solução adequada seja atingida. A Figura 1 ilustra a estrutura do modelo após a decomposição em frações parciais. Pode observar a identificação do modelo em duas etapas. Após a Etapa #1, responsável pela seleção de p_i , tem-se uma série de sinais definidos pela entrada $X(s)$ filtrada pelas funções de transferência de primeira ordem com pólos p_i . Na Etapa #2, estes sinais são usados na estimação dos resíduos c_i .

Conforme procedimento clássico em métodos de identificação (10), dados experimentais de entrada/saída são usados para a estimação dos parâmetros do modelo. No caso do método *vector fitting*, os dados utilizados são os da resposta em frequência do sistema.

4.0 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS USANDO BASES DE FUNÇÕES ORTONORMAIS

Nesta seção, a modelagem de sistemas dinâmicos usando bases de funções ortonormais é apresentada. Tem-se como foco principal os sistemas dinâmicos lineares em tempo discreto, isto é, aqueles cujos sinais de entrada e saída estão em função da variável independente k (onde k é um número inteiro) e cuja ferramenta de análise é a Transformada Z. Tem-se como objetivo descrever a aplicabilidade do método na modelagem de componentes de sistemas de potência, ressaltando suas diferenças e pontos em comum com a abordagem *vector fitting*. Para tanto, define-se inicialmente o conceito de funções ortonormais. Na seqüência, tem-se: a representação do modelo com funções ortonormais, cujo formato é análogo à decomposição da função de transferência usando frações parciais (ver Figura 1); a seleção da base de funções e seus parâmetros, cuja metodologia pode ser comparada com a Etapa #1 do *vector fitting*. Finalmente, a estimação dos coeficientes da representação em base de funções do modelo, cuja metodologia pode ser comparada com a Etapa #2, isto é, a estimação dos resíduos.

4.1 Conceitos Preliminares: Funções Ortonormais

Nesta seção, alguns conceitos relativos a bases de funções ortonormais são revisados. Sabe-se que uma grande classe de funções ou sinais pode ser descrita através de uma expansão em séries baseada em funções ortogonais. O desenvolvimento em séries de Fourier é um exemplo do uso de funções ortogonais na representação de sinais e funções.

O conceito de ortogonalidade é definido a seguir. Duas funções $g_i(t)$ e $g_k(t)$ são ortogonais em um intervalo $(-\infty, \infty)$ se seu produto interno satisfaz à seguinte condição (11):

$$\langle g_i(t), g_k(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g_i(t) g_k(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq k \\ d & \text{se } i = k \end{cases} \quad (3)$$

Se $d=1$, então as funções $g_i(t)$ e $g_k(t)$ são ortonormais. Uma base de funções $\{g_i(t), i=1, \dots, \infty\}$ é dita ortonormal se todas as funções são ortonormais entre si. Esta base pode ser utilizada para representar uma função $x(t)$ dentro de um espaço de funções V . Diz-se que a base é completa no espaço V se qualquer função $x(t)$ pertencente a V puder ser descrita como uma combinação linear de funções da base, ie.

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i g_i(t) \approx \sum_{i=1}^n c_i g_i(t) \quad (4)$$

Conforte apresentado na equação (4), a função $x(t)$ pode ser aproximada usando um número n finito de funções da base. A aproximação será tão boa quanto se queira, bastando aumentar o número n de funções. Um importante espaço de funções é o espaço Lebesgue $L_2[0, \infty)$ que contém todos as funções ou sinais cuja integral (de zero a infinito) de seu valor ao quadrado é finita.

O conceito de funções ortonormais pode ser expandido para funções na variável complexa s da Transformada de Laplace. Neste caso, duas funções $G_i(s)$ e $G_k(s)$ são ortonormais se seu produto interno satisfizer à condição abaixo:

$$\langle G_i(s), G_k(s) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_i(jw) \overline{G_k(jw)} dw = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq k \\ 1 & \text{se } i = k \end{cases} \quad (5)$$

A partir da equação (5), pode observar que as funções utilizadas para a expansão em frações parciais do método *vector fitting* (isto é, funções de primeira ordem com pólo em $-p_i$) não são ortonormais, uma vez que não satisfazem à condição necessária para tanto. Entretanto, o seguinte conjunto de funções

$$L_i(s) = \sqrt{2p} \frac{(s-p)^{i-1}}{(s+p)^i}, \quad i=1, 2, \dots \quad \text{e} \quad p \in \mathfrak{R} \quad (6)$$

conhecido como funções de Laguerre, é ortonormal (13), o que pode ser comprovado pela aplicação direta da propriedade dada pela equação (4). As funções de Laguerre foram introduzidas pelo matemático francês E. Laguerre em 1879. O conjunto de funções de Laguerre forma uma base completa no espaço de Lebesgue e isto significa que a representação da função $H(s)$ dada pela equação (2) não é única e que esta pode aproximada por uma base de funções de Laguerre, conforme descrito a seguir:

$$H(s) \approx \sum_{i=1}^n c_i L_i(s) \quad (7)$$

onde n é o número de funções e c_i os coeficientes de Laguerre usadas na aproximação de $H(s)$.

No caso de funções na variável complexa z , tem-se que duas funções $G_i(z)$ e $G_k(z)$ são ortonormais se:

$$\langle G_i(z), G_k(z) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G_i(e^{jw}) \overline{G_k(e^{jw})} dw = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq k \\ 1 & \text{se } i = k \end{cases} \quad (8)$$

4.2 Modelagem de Sistemas Dinâmicos em Tempo Discreto usando Bases de Funções Ortonormais

Um sistema causal e linear pode ser caracterizado por uma função de transferência

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (9)$$

ou por sua resposta ao impulso, isto é:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(k-i)x(i) \quad (10)$$

onde $x(k)$ e $y(k)$ são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do sistema. $h(k)$ é a resposta ao impulso do sistema. Portanto $H(z)$ é a Transformada Z de $h(k)$ e assume-se aqui que $H(z)$ é a representação em tempo discreto de $H(s)$. Uma vez que $H(z)$ é estável, tem-se que $h(k)$ possui memória finita e, portanto, pertence ao espaço de funções Lebesgue. Logo, este sinal pode ser representado pela seguinte série de funções:

$$h(k) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \phi_i(k) \quad (11)$$

Nesta equação, $\{\phi_i(k): i=1, \dots\}$ é uma base de funções ortonormais e c_i são os coeficientes da parametrização em séries do sinal $h(k)$. Substituindo a equação (11) na (10), tem-se:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j(k-i)x(j) \quad (12)$$

Definindo $l_i(k)$ como sendo a convolução de $\phi_i(k)$ com $x(k)$ e $\Phi_i(z)$ como sendo a Transformada Z de $\phi_i(k)$, tem-se que $l_i(k)$ é a saída n -ésima função da base $\{\Phi_i(z): i=1, \dots\}$ quando a entrada é $x(k)$. Com esta representação, a saída do modelo (9), truncando a série em n elementos, é dada por:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i l_i(k) \approx \sum_{i=1}^n c_i l_i(k) \quad (13)$$

ou

$$H(z) \approx \sum_{i=1}^n c_i \Phi_i(z) \quad (14)$$

As equações (9) e (14) são ilustradas pela Figura 2. Comparando as equações (2) e (14), nota-se que a estrutura do modelo usado pelo método *vector fitting* e do modelo com bases de funções ortonormais é análoga. Esta analogia é observada comparando as Figuras 1 e 2. Os coeficientes c_i podem ser calculados conforme apresentado a seguir:

$$c_i = \sum_{k=0}^{\infty} \phi_i(k) h(k) \quad (15)$$

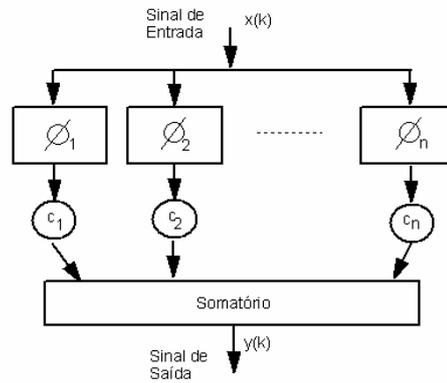


FIGURA 2 - Estrutura do modelo usando bases de funções ortonormais

4.3 Estimação dos Coeficientes do Modelo

Sejam $\{u(k), k=1, \dots, N\}$ e $\{y(k), k=1, \dots, N\}$ o conjunto de sinais de entrada e saída do processo a ser identificado. Por sua vez, através da equação (16), pode-se obter os valores de $\{l(k), k=1, \dots, N\}$ em função dos dados de entrada $\{u(k), k=1, \dots, N\}$.

Assim, sendo, o modelo de previsão para o sistema é dado por:

$$\hat{y}(k) = \hat{\mathbf{c}}^T \mathbf{l}(k) \quad (16)$$

Portanto, a utilização de bases ortonormais permite representar o sistema de tal forma que a estrutura do modelo é baseada no erro da saída e linear nos parâmetros (regressão linear, preservando assim a convexidade do problema de identificação), onde o regressor depende somente dos sinais observados na entrada do sistema. Conforme apresentado a seguir, tem-se então que a estimação com mínimos quadrados tem uma solução fechada que corresponde ao ótimo global. Assim, procedimentos iterativos com alto custo computacional e soluções de ótimo local são evitados.

Com base neste modelo de previsão, o seguinte critério, conhecido como método dos mínimos quadrados, pode ser definido para se medir a aproximação do modelo em relação aos dados reais do sistema:

$$J = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{\mathbf{c}}^T \mathbf{l}(k))^2 \quad (17)$$

A solução deste problema, isto é, a obtenção dos valores de \mathbf{c} que minimizam o critério apresentado na equação (18) é:

$$\hat{\mathbf{c}} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{Y} \quad (18)$$

onde Φ é uma matriz cujas linhas são compostas pelos vetores $\mathbf{l}(k)^T$, para $k=1, \dots, N$; e \mathbf{Y} é um vetor cujos elementos são $\{y(k), k=1, \dots, N\}$.

4.4 Seleção da Base de Funções Ortonormais

Várias bases de funções podem ser utilizadas no desenvolvimento em séries da resposta ao impulso $h(k)$ e, neste trabalho, aborda-se o problema quando a classe de funções ortonormais é definida através de um conjunto de pólos fixos escolhidos *a priori*. Usualmente, estes pólos são selecionados a partir de um conhecimento aproximado a respeito da(s) dinâmica(s) dominante(s) do processo.

A utilização de bases ortonormais com pólos fixos, em relação a bases não ortonormais de mesma estrutura (por exemplo, a utilizada no *vector fitting*) apresenta vantagens tais como: melhora o condicionamento

numérico do problema de estimação paramétrica, permite a análise o erro de estimação, apresenta independência entre os parâmetros para uma larga gama de sinais de excitação. A representação em séries ortonormais reduz (ou elimina) a polarização dos parâmetros devido a dinâmicas não modeladas no modelo nominal e a complexidade do modelo pode ser alterada *on-line* com um mínimo de perturbação nos parâmetros.

Uma questão relevante na definição das bases ortonormais com pólos fixos é a seleção do tipo e da quantidade de pólos distintos presentes na base. Neste contexto, as principais propostas podem ser resumidas em:

- i) Base FIR (*Finite Impulse Response*): Esta base é composta por funções de transferência pólos na origem,
- ii) Base de Laguerre: Esta base é composta por funções de transferência formadas com um único pólo real.
- iii) Base de Kautz (12): Esta base é composta por funções de transferência formadas com um único par de pólos complexos conjugados.
- iv) *Unified Construction for Orthonormal Basis* – UCOB (14): Esta base é composta por funções de transferência formadas com mais de uma dinâmica, seja ela definida por pólos complexos ou reais.
- v) *Generalized Orthonormal Basis Functions* - GOBF (15): Assim como a UCOB, esta base é composta por funções de transferência formadas com mais dinâmica, seja ela definida por pólos complexos ou reais.

Todas estas bases citadas são completas no espaço de Lebesgue, logo é possível aproximar qualquer sistema cuja resposta ao impulso possua integral finita. Porém, é necessária a seleção do valor para os pólos da base. Esta escolha não é crítica na identificação de sistemas, mas uma escolha adequada pode levar a uma convergência mais rápida da série (um modelo com poucos parâmetros). Neste sentido diversos trabalhos sobre seleção de pólos já foram apresentados na literatura, entre eles (16) (17).

Entretanto, quanto maior a informação a priori disponível sobre o processo incorporada na base, maior a flexibilidade na caracterização da resposta em frequência do sistema. Portanto a convergência da série com bases UCOB ou GOBF tende a ser mais rápida em relação às bases de Laguerre e de Kautz.

No que diz respeito à apresentação final do modelo, tem-se que um vetor de estados $\mathbf{I}(k)$ formado pelos sinais $I(k)$ pode ser definido e, tendo como base este vetor, a relação entre a entrada do modelo $u(k)$ e a saída das funções da base $I(k)$ pode ser realizada usando uma representação de estados. Reescrevendo a equação (13) em função de $\mathbf{I}(k)$ obtém-se o modelo abaixo:

$$\begin{cases} \mathbf{I}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{I}(k) + \mathbf{b} u(k) \\ y(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{I}(k) \end{cases} \quad (19)$$

onde o vetor de estados é as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{b} são calculadas em função do número e dos parâmetros das funções da base. O vetor \mathbf{c} é composto pelos coeficientes c_i .

5.0 - EXEMPLO DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, um exemplo de simulação ilustra o procedimento de identificação usando bases de funções para de obtenção de modelos de componentes de sistemas elétricos de potência.

Neste sentido, alguns componentes do sistema elétrico possuem resposta em frequência suaves, ie, sem picos de ressonância. Exemplos são linhas de transmissão. Outros possuem resposta em frequência não suaves, por exemplo, transformadores de potência. No caso de equipamentos com resposta em frequência suaves, a base de funções pode conter somente pólos reais, e.g., a base de Laguerre. Entretanto, no caso de equipamentos com resposta em frequência não suave, bases com funções compostas por pólos complexos devem ser utilizadas para melhorar a convergência da série que compõe o modelo. Assim sendo, a seguir, dois casos são tratados, ie, componentes com resposta em frequência suave e não suave.

A identificação do modelo é realizada através dos seguintes passos. a) seleção da base de funções, b) seleção dos pólos da base escolhida, c) seleção do número de funções da base, d) estimação dos parâmetros da série e e) validação.

Seja um sistema de 18ª ordem, apresentado em (7), criado para simular o comportamento de um sistema com resposta em frequência suave, eg uma linha de transmissão (veja Figura 3). Os parâmetros da função de transferência são apresentados na Tabela 1.

TABELA 1 – pólos de resíduos da função de transferência com resposta em frequência suave (linhas de transmissão)

| # | Pólo | Resíduo | # | Pólo | Resíduo | # | Pólo | Resíduo |
|---|--------|---------|----|--------|---------|----|--------|---------|
| 1 | -2000 | 1000 | 7 | -23000 | -2000 | 13 | -56000 | 8000 |
| 2 | -4000 | -1000 | 8 | -29500 | 1500 | 14 | -64000 | 15600 |
| 3 | -9000 | 7000 | 9 | -33000 | 31000 | 15 | -72000 | -10000 |
| 4 | -15000 | 12000 | 10 | -34000 | -12000 | 16 | -79000 | -12000 |
| 5 | -18000 | 5000 | 11 | -44000 | 20000 | 17 | -88000 | 50000 |
| 6 | -21000 | -12000 | 12 | -48000 | 41000 | 18 | -93000 | -2000 |

Uma vez que a curva de resposta em frequência é suave, sem presença de picos de ressonância, Bases de Laguerre serão utilizadas. O pólo selecionado para a base de Laguerre é 0.55, calculado através da

minimização do erro entre a resposta ao impulso do sistema e do modelo. Usando base de funções com 15 elementos, a resposta ao impulso do sistema e a equação (18), os coeficientes \mathbf{c} estimados são obtidos. O critério de validação utilizado é o MSE (*Mean Square Error*). Assim, o MSE da aproximação da resposta em frequência do modelo em relação à real é de $5E-3$ (*RMS-Error* de $7E-2$), o que é compatível com os resultados apresentados em (7), que apresentou *RMS-Error* $5.1E-2$ a $5.9E-11$ para aproximações de ordem 2 a 20, respectivamente. Nota-se que a quantidade de informação a priori requerida para a identificação é bem menor que no método *vector fitting* e é importante ressaltar que, no trabalho (7), os dados de estimação e validação são iguais enquanto que no presente trabalho estes dados são diferentes. Além disso, esta aproximação do modelo com bases de Laguerre, que já está adequada, pode ainda ser melhorada através de dois procedimentos: a) aumentando o número de funções na base, por exemplo, com 50 funções, tem-se um MSE de $1.3E-5$ - *RMS-Error* de $3.6E-3$, ou b) utilizando bases de funções com mais de uma dinâmica (ex. a UCBO ou GOBF).

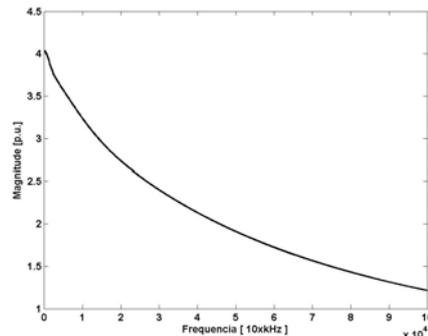


FIGURA 3 – Resposta em frequência (suave) típica de uma linha de transmissão.

A seguir, o caso de componentes de sistemas elétricos com resposta em frequência não suave é abordado. Seja um sistema de 18ª ordem, proposto em (7), cujos parâmetros da função de transferência são apresentados na Tabela 2.

TABELA 2 – pólos de resíduos da função de transferência com resposta em frequência não suave (transformador)

| # | Pólo | Resíduo | # | Pólo | Resíduo |
|-----|--------------------|-------------------|-------|--------------------|--------------------|
| 1 | -4500 | -3000 | 9,10 | $-200 \pm j45000$ | $40 \pm j60000$ |
| 2 | -41000 | -83000 | 11,12 | $-1500 \pm j45000$ | $90 \pm j10000$ |
| 3,4 | $-100 \pm j5000$ | $-5 \pm j7000$ | 13,14 | $-500 \pm j70000$ | $50000 \pm j80000$ |
| 5,6 | $-120 \pm j5000$ | $-20 \pm j18000$ | 15,16 | $-1000 \pm j73000$ | $1000 \pm j45000$ |
| 7,8 | $-3000 \pm j35000$ | $6000 \pm j45000$ | 17,18 | $-2000 \pm j90000$ | $-5000 \pm j92000$ |

Uma vez que a curva de resposta em frequência é não suave, bases de funções com pólos complexos, por exemplo, a Base de Kautz, devem ser utilizadas. Assim, o pólo selecionado para a base de Kautz é $0.061 + j0.64$, calculado através da minimização do erro entre a resposta ao impulso do sistema e do modelo. Usando base de funções com 500 elementos, a resposta ao impulso do sistema e a equação (18), os coeficientes \mathbf{c} estimados são obtidos. O critério de validação é a comparação entre a resposta em frequência original e a do modelo, apresentada na Figura 4. Nota-se que, apesar do sistema real possuir dinâmicas ressonantes dominantes em toda a faixa de frequência considerada, o modelo com bases de Kautz (formado por somente uma dinâmica complexa) é capaz de reproduzir adequadamente a resposta em frequência real do sistema. As principais variações percebidas foram na magnitude de dois picos de ressonância. A quantidade de informação a priori utilizada aqui é também bem menor que no método *vector fitting*. Entretanto, bases de funções com mais de uma dinâmica (eg. A UCOB ou GOBF, ver seção 4.4) podem ser utilizadas obter uma aproximação adequada do sistema usando uma base de dimensão menor. É importante aqui também ressaltar que, no trabalho (7), os dados de estimação e validação são iguais enquanto que no presente trabalho estes dados são diferentes.

6.0 - CONCLUSÃO

A realização de simulações de sistemas elétricos com modelos confiáveis nas diferentes faixas de frequência vem se tornando cada vez mais relevante nos últimos anos. Para tanto, este trabalho apresentou a proposta de utilização de modelos formados por bases de funções ortonormais na representação de componentes de sistemas elétricos de potência. A proposta é inovadora no contexto de sistemas de potência.

A utilização de bases ortonormais na modelagem de sistemas permite representar o componente de tal forma que a estrutura do modelo é baseada no erro da saída e linear nos parâmetros, isto é, uma regressão linear, o que preserva a convexidade do problema de identificação. Este trabalho apresentou os fundamentos desta técnica de identificação, ressaltando os princípios mais importantes, a seleção da base de funções e a metodologia para estimação de parâmetros. A qualidade do modelo pode ser melhorada simplesmente acrescentando-se funções na base.

A representação final do modelo é feita no formato espaço de estados, o que facilita sua incorporação em softwares de simulação dinâmica pré-existentes.

Comparou-se o método proposto com a metodologia denominada *vector fitting*. Observou-se que os dois métodos realizam a decomposição do modelo em uma série de funções de transferência, selecionam os pólos das funções para, em seguida, fazer a estimação das ponderações da série. As principais diferenças estão na decomposição propriamente dita, que no algoritmo aqui apresentado é feita com funções ortonormais, melhorando a robustez numérica da estimação de parâmetros, e na metodologia para a seleção das funções.

Exemplos de simulação ilustraram a modelagem de sistemas usando a metodologia proposta em componentes de sistemas elétricos com resposta em frequência suaves (eg, linha de transmissão) e não suaves (eg, transformador). No caso da linha de transmissão, as bases de Laguerre se apresentaram apropriadas para a identificação enquanto que no caso do transformador bases de Kautz com pólos complexos são necessárias. Nos dois casos, a resposta em frequência do sistema original foi reproduzida adequadamente pelo modelo, com erros de aproximação (para dados de estimação e validação diferentes) compatíveis com os apresentados pelo *vector fitting*. Além disso, a estrutura de modelo proposta requer uma baixa quantidade de informação a priori para a identificação. Resultados semelhantes, porém usando bases com menos funções e mantendo a ortonormalidade da representação, podem ser obtidos usando bases com mais de uma dinâmica, como a UCBO ou GOBF. Estes resultados serão abordados em trabalhos futuros.

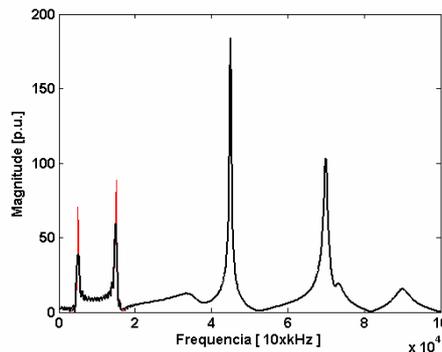


FIGURA 4 – Resposta em frequência (não suave) típica de um transformador. Comparação entre o sistema real (vermelho) e o modelo (preto).

7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Woods R. L. and K. L. Lawrence. **Modeling and Simulation of Dynamic Systems**. Prentice Hall, 1997.
- (2) Vaessen, P.T.M. *Transformer Model For High Frequencies*. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 3, no. 4, 1998.
- (3) Gustavsen, B. *Wide Band Modeling of Power Transformers*. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 19, no. 1, 2004.
- (4) Keyhani, A. and S. W. Chua, S. A. Sebo. *Maximum Likelihood Estimation of Transformer High Frequency Parameters From Test Data*. **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 3, no. 4, 1998.
- (5) Degeneff R. C., W. J. McNutt, W. Neugebauer, J. Panek and M. E. McCallun, C. C. Honey. *Transformer Response to System Switching Voltages*. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. 101, no. 6, 1998.
- (6) Fernandes, A. B., W. L. A Neves e A C. S. Lima. *Modelos de Linhas de Transmissão no Domínio de Fases: Estado da Arte*. **XVII SNPTEE**, Uberlândia, 2003.
- (7) Gustavsen, B. and A. Semlyen, *Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting*, **IEEE Transactions on Power Delivery**, vol. 14, no. 3, 1999.
- (8) Fernandes, A. B. e W. L. A Neves, *Método de Ajuste Vetorial Aplicado a Síntese de Funções Racionais em Modelos de Linhas de Transmissão*. **XVII SNPTEE**, Uberlândia, 2003.
- (9) Degeneff R. C.. *A General Method for Determining Resonance in Transformer Windings*. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, vol. 96, pp 423-430, 1977.
- (10) Ljung, L. **System Identification: Theory for the user**. Prentice Hall, 2a ed., 1999.
- (11) Eykhoff, P. **System Identification. Parameter and State Estimation**. John Wiley & Sons. 1974.
- (12) Wahlberg B and P. M. Makila. *Approximation of Stable Linear Dynamical Systems using Laguerre and Kautz Functions* **Automatica**, vol. 32, no. 5, pp. 693-708, 1996.
- (13) Schetzen, M. **The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems**. John Wiley & Sons. 1980.
- (14) Ninness B. and F. Gustafsson; *A Unifying Construction of Orthonormal Bases for System Identification*. **Proc. of the Control and Decision Conference**. Pp. 3388-3393. Orlando, FL, USA. 1994.
- (15) Van den Hof, P. M. J. and P. S. C. Heuberger and J. Bokor. *System Identification with Generalized Orthonormal Basis Functions*. **Automatica**, vol 3, number 12, pp 1821-1834, 1995.
- (16) M. A. Masnadi-Shirazi, M. A. and N. Ahmed. *Optimum Laguerre Networks for a Class of Discrete-Time Systems*. **IEEE Transactions on Signal Processing**. vol. 39, number 9, pp 2104-2108, 1991.
- (17) Fu, Y. and G. A. Dumont, *An Optimum Time Scale for Discrete Laguerre Network*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol 38, number 6, pp 934-938, 1993.