



06 a 10 de Outubro de 2008

Olinda - PE

O consumo médio por cliente: demonstração do seu cálculo e o conceito de modelos de previsão de mercado de curto prazo

Nelson Leon	José Francisco M. Pessanha	Jack Schechtman
Eletrobrás	Cepel	ARDUS Consult. e Proj. em Economia
nelleon@eletrobras.com	francisc@cepel.br	sonja@.infolink.com.br

PALAVRAS CHAVE:

Mercado futuro, energia elétrica, consumo médio por cliente, modelos de previsão de demanda de curto prazo.

DADOS DA EMPRESA:

Nome: Eletrobrás
Endereço: Av. Pres. Vargas 409/ 10 andar
Telefone: 21-25146085
E-mail: nelleon@eletrobras.com

RESUMO

No planejamento do setor elétrico brasileiro foi adotada uma definição própria para o cálculo do consumo médio mensal dos clientes residenciais para a elaboração das séries históricas. Este indicador é resultado da divisão do consumo de energia elétrica pelo número de consumidores no fim de um período de tempo (mês ou ano). Nesta definição, ao calcular-se o consumo médio por cliente, se um consumidor teve a sua primeira conta no último dia do ano, a média de todos os clientes é calculada considerando que esse consumidor estaria consumindo o ano inteiro¹. Este trabalho mostra que a correta definição de consumo médio mensal considera o tempo em que os consumidores estiveram conectados à rede elétrica e, portanto, segue sempre a estrita definição de média. Complementarmente, mostra-se um novo conceito de modelos de curto prazo, que associa o resultado da projeção ao resultado dos programas de investimento da concessionária.

¹Se o período de apuração do consumo por cliente for mensal o consumo faturado que consta da primeira conta pode ser inferior ou superior a um mês, criando o mesmo tipo de distorção nos resultados.

1 INTRODUÇÃO

O uso de indicadores que são resultado do cociente entre uma variável que mede um fluxo por uma variável que mede um estoque é uma operação conhecida em quase todas as ciências. Um dos indicadores mais conhecidos é o PIB per capita, conforme o Sistema de Contas Nacionais padronizado pela Organização das Nações Unidas (ONU) e adotado pelo Brasil.

Calcula-se este indicador dividindo-se o produto interno bruto pelo número de habitantes. A primeira variável é um fluxo e o seu valor é igual à soma do produto produzido ao longo de um ano. O número de habitantes varia ao longo do ano, pois o seu incremento, o saldo entre nascidos, mortos e migrantes, distribui-se homogeneamente ao longo do ano. Dessa maneira, utiliza-se o número médio de habitantes durante o ano, que grosso modo corresponde a população no dia 1º de julho.

A exemplo do PIB per capita, o consumo médio mensal de energia elétrica é igual ao consumo anual dividido pelo número de meses do ano e pela média do número de consumidores do início e do fim do ano, isto é pelo número médio de consumidores no ano.

No método utilizado até hoje no setor elétrico, o cálculo do consumo médio tem implicitamente a hipótese de que todos os consumidores foram ligados à rede no início do período, seja este anual ou mensal.

Este indicador corretamente calculado permite construir modelos de projeção de curto prazo com base nas metas de expansão que resultam no número de novas ligações de clientes das concessionárias e as novas demandas dos consumidores, estas últimas que implicam na variação do consumo médio por cliente (Leon et al. 2007, Eletrobrás 2007).

Esses modelos diferem-se daqueles que projetam a carga de energia de forma agregada (econômicos, redes neurais ou de outras técnicas).

O conceito dos modelos propostos toma em consideração à dinâmica os acontecimentos na área de concessão, pela ótica do consumidor, que é retratada pelo consumo médio por cliente conforme Leon *et al.* (2007). Pela ótica da concessionária, as suas metas físicas de expansão são expressas pelo saldo de novas ligações de consumidores.

Dessa maneira, estes modelos são calibrados por índices que medem a expansão da concessionária e pela evolução dos indicadores de rendimento domiciliar e de crescimento da economia no curto prazo. Destaca-se que esta técnica de modelagem pode ser aplicada para as outras classes de consumo como algumas das subclasses do industrial, comercial e rural.

O objetivo do presente trabalho é apresentar a demonstração analítica do cálculo do consumo médio mensal e mostrar que a correta definição deste indicador permite formular modelos de previsão de curto e longo prazo de consumo de energia elétrica. A demonstração toma por base o tempo em que os consumidores permanecem ligados à rede elétrica no período considerado.

Este trabalho é composto de cinco seções, sendo a primeira esta introdução. A segunda apresenta a demonstração matemática do cálculo do consumo médio mensal com base em uma série de dados anuais. A seguinte mostra o mesmo cálculo para uma série de dados mensais e deduz-se a fórmula de cálculo do consumo médio mensal para o ano. Na quarta seção é apresentado um exemplo para discutir a hipótese de homogeneidade e mostrar o seu impacto na formulação de modelos de projeção. Por fim, apresenta-se o conceito dos modelos com base em exemplos de uma série de consumo residencial para mostrar a relação entre o consumo médio por cliente e os modelos de projeção. As principais conclusões são apresentadas no final do trabalho.

2 DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA DE CÁLCULO DO CONSUMO MÉDIO MENSAL (CPC) PARA OS CONSUMIDORES RESIDENCIAIS

Calcula-se o consumo médio por cliente para um determinado período de tempo, seja este período anual ou mensal e pressupõe-se que as ligações são distribuídas uniformemente ao longo do período. Esta hipótese de homogeneidade do número de ligações ao longo do período do tempo considerado é independente da duração, ou seja, anual ou mensal. A demonstração será apresentada com intervalos de tempo anuais, mas também é válida se o intervalo de tempo for mensal, como será mencionada no próximo item.

A tabela 1 apresenta os dados sobre o consumo de energia elétrica para dois anos consecutivos e em seguida definem-se três outras variáveis que serão utilizadas no cálculo.

Tabela 1 Consumo e nº de consumidores de energia elétrica

<i>ano</i>	<i>Número de Consumidores</i>	<i>Consumo de Energia Elétrica</i>
<i>t-1</i>	$NC(t-1)$	$E(t-1)$
<i>t</i>	$NC(t)$	$E(t)$

Sendo t o tempo em anos, $NC(t)$ é o número de consumidores no último dia do ano t (31/12) e $E(t)$ é o consumo de energia elétrica durante o mesmo ano.

$E_{ij}(t)$ é o consumo de energia elétrica do consumidor i no dia j do ano t ;

O consumo anual do consumidor i no ano t é igual ao somatório dos consumos nos dias em que o consumidor i esteve ligado à rede, ou seja:

$$E_i(t) = \sum_{j=1}^{ND_i(t)} E_{ij}(t) \quad (1)$$

$ND_i(t)$ é o número de dias do ano t em que o consumidor i esteve ligado a rede;

$CPC_i(t)$ é o consumo médio mensal do consumidor i no ano t , que é igual ao consumo anual do consumidor i dividido pelo tempo (meses) em que este consumidor esteve ligado a rede.

O consumo médio mensal do consumidor i é igual a sua energia consumida no ano, multiplicado pelo nº de dias do ano t e dividido pelo produto do nº de meses do ano pelo nº de dias em que o consumidor i permaneceu ligado à rede no mesmo ano t ($ND_i(t)$), ou seja:

$$CPC_i(t) = \frac{N^\circ \text{ de dias} \cdot \text{do} \cdot \text{ano}}{N^\circ \text{ de meses} \cdot \text{do} \cdot \text{ano}} \cdot \frac{1}{ND_i(t)} \cdot E_i(t) \quad (2)$$

Para o cálculo do consumo médio mensal, distinguem-se dois tipos de consumidores. No primeiro são tratados os consumidores ligados à rede em 31/12 do ano anterior (t-1). O segundo trata dos consumidores ligados à rede durante o ano t .

- 1º) consumidores ligados à rede em 31/12 do ano anterior (t-1)

O número de dias do ano em que os consumidores estiveram ligados a rede é igual ao nº de dias do ano e igual para todos. Dessa maneira, temos:

$$ND_i(t) = N^\circ \text{ de dias} \cdot \text{do} \cdot \text{ano} \quad (3)$$

Substituindo (3) na equação (2) obtém-se:

$$CPC_i(t) = \frac{1}{N^\circ \text{ de meses} \cdot \text{do} \cdot \text{ano}} \cdot E_i(t) \quad (4)$$

e o consumo médio do conjunto destes consumidores é obtido pela equação abaixo:

$$CPC(t) = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{NC(t-1)} \cdot \sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t) \quad (5)$$

onde $\sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t)$ é total da energia consumida durante o ano t , pelos consumidores ligados até 31/12 do ano anterior ($t-1$).

- 2º) consumidores ligados à rede durante o ano t

Neste caso, os consumidores foram ligados à rede ao longo do ano (t), ano em que se calcula o consumo médio mensal.

O número de consumidores ligados durante o ano t é igual:

$$\Delta NC(t) = NC(t) - NC(t-1) \quad (6)$$

Neste caso, cada consumidor esteve ligado à rede $ND_i(t)$ dias inferior ao nº de dias do ano. Considerando que esses consumidores foram ligados ao longo do ano t e as ligações são homogeneamente distribuídas ao longo do ano² conclui-se que estes consumidores estiveram em média conectados a rede a metade do número de dias do ano, ou seja:

$$ND_i(t) = \frac{N^\circ \cdot de \cdot dias \cdot do \cdot ano}{2} \quad (7)$$

Substituindo (7) em (2) temos

$$CPC_i(t) = \frac{2}{N^\circ \cdot de \cdot meses \cdot do \cdot ano} \cdot E_i(t) \quad (8)$$

e o consumo médio destes consumidores é determinado como segue:

$$\left. \begin{aligned} CPC(t) &= \frac{2}{N^\circ \cdot de \cdot meses \cdot do \cdot ano} \cdot \frac{1}{\Delta NC(t)} \cdot \sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t) \\ \text{ou} \\ CPC(t) &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\Delta NC(t)} \cdot \sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

onde $\sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t)$ é a energia consumida durante o ano t pelos consumidores ligados no mesmo ano.

Por definição o consumo médio ($CPC(t)$) são iguais nos dois casos. Dessa maneira, igualam-se as equações (5) e (9) obtendo-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{NC(t-1)} \cdot \sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\Delta NC(t)} \cdot \sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t) \quad (10)$$

ou

$$\sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t) = 2 \cdot \frac{NC(t-1)}{\Delta NC(t)} \cdot \sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t) \quad (11)$$

Conhecendo-se o consumo total de energia elétrica no ano t , obtém-se a segunda equação:

² A ligação de novos consumidores implica em uma atividade que muitas vezes se inicia com o projeto da rede, a sua construção, a ligação entre a rede e o domicílio, a instalação do medidor e por fim o seu cadastro como cliente da concessionária. Para os novos consumidores este conjunto de atividades tem uma duração medida em meses e/ou anos e, portanto o comissionamento e o cadastro dos novos consumidores se realizam ao longo do ano, distribuídos homogeneamente, na medida em que as equipes de trabalho completam as instalações.

$$\sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t) + \sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t) = \sum_{i=1}^{NC(t)} E_i(t) \quad (12)$$

onde $E(t) = \sum_{i=1}^{NC(t)} E_i(t)$ é o consumo total de energia elétrica no ano t

Com as equações (11) e (12) forma-se um sistema de duas equações e determinam-se as variáveis

$\sum_{i=1}^{\Delta NC(t)} E_i(t)$ e $\sum_{i=1}^{NC(t-1)} E_i(t)$, que podem ser chamadas de $E_{1^a}(t)$ (energia consumida pelos clientes ligados durante o ano t) e $E_{2^a}(t)$ (energia consumida pelos clientes ligados até 31/12 do ano $t-1$).

A resolução deste sistema fornece as equações abaixo:

$$E_{1^a}(t) = E(t) \cdot \frac{NC(t) - NC(t-1)}{NC(t) + NC(t-1)} \quad (13)$$

$$E_{2^a}(t) = E(t) \cdot \frac{2 \cdot NC(t-1)}{NC(t) + NC(t-1)} \quad (14)$$

As duas variáveis calculadas medem a energia consumida por estes dois conjuntos de consumidores. Para determinar o consumo médio mensal substituem-se as equações (13) e (14) em (6) ou em (10) e obtém-se o resultado abaixo:

$$CPC(t) = \frac{1}{12} \cdot \frac{E(t)}{(NC(t) + NC(t-1)) / 2} \quad (15)$$

ou seja, o consumo médio mensal por cliente, designado por $CPC(t)$, no ano t é igual a um doze avos do consumo de energia elétrica neste mesmo ano ($E(t)$) dividida pela média do número de consumidores no fim de dezembro de cada ano (31/12) nos anos $t-1$ e t ($NC(t-1)$ e $NC(t)$)

3 CONSUMO MÉDIO MENSAL CALCULADO COM BASE NAS SÉRIES MENSAIS DE CONSUMO E DE NÚMERO DE CONSUMIDORES

O consumo mensal por cliente como a energia consumida no mês dividida pela média do nº de clientes no mês, conforme foi mostrado no item anterior. O tempo médio em que os novos consumidores permanecem conectados à rede durante o mês é igual à metade do nº de dias do mês. Considera-se assim que a distribuição do número de ligações ao longo do mês é homogênea.

Tabela 2 Consumo e nº de consumidores de energia elétrica

ano	mês		Número de Consumidores	Consumo de Energia Elétrica
$t-1$	<i>dez</i>	$(t-1)_{12}$	$NC((t-1)_{12})$	$E((t-1)_{12})$
	$t-1$		$NC(t-1) = NC((t-1)_{12})$	$E(t-1) = \sum_{m=1}^{12} E((t-1)_m)$
t	<i>jan</i>	t_1	$NC(t_1)$	$E(t_1)$
t	<i>fev</i>	t_2	$NC(t_2)$	$E(t_2)$
...
t	<i>m</i>	t_m	$NC(t_m)$	$E(t_m)$
...
t	<i>dez</i>	t_{12}	$NC(t_{12})$	$E(t_{12})$
	t		$NC(t) = NC(t_{12})$	$E(t) = \sum_{m=1}^{12} E(t_m)$

A tabela 2 contém séries de consumo e de número de consumidores. A nomenclatura utilizada é compatível com a tabela 1 e se estabelece as relações entre as variáveis anuais e mensais.

Com o intervalo mensal, a equação (3) que descreve o consumo mensal do consumidor i toma a seguinte forma:

$$CPC_i(t_m) = \frac{N^\circ \text{ de dias do mês}}{ND_i(t_m)} \cdot E_i(t_m) \quad (17)$$

Lembrando que para o primeiro e segundo casos o $ND_i(t_m)$ é igual ao n° de dias do mês e a metade do n° de dias do mês respectivamente em que o consumidor i permaneceu ligado à rede elétrica. Seguindo os mesmos procedimentos do item 2 deste trabalho obtém-se o consumo mensal por cliente ($CPC(t_m)$).

Este consumo mensal por cliente é igual ao consumo mensal dividido pela média do n° de consumidores do fim do mês anterior e do mês de cálculo³, ou seja:

$$CPC(t_m) = \frac{E(t_m)}{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))/2} \quad (18)$$

sendo neste caso, o tempo t_m é expresso em meses do ano t ,

$E(t_m)$ e $E(t_m - 1)$ é o consumo energia elétrica respectivamente nos meses m e $m-1$

$NC(t_m)$ e $NC(t_m - 1)$ é o número de consumidores respectivamente no fim dos meses m e $m-1$

A tabela 2 mostra também a relação entre os dados anuais e mensais para o ano t , conforme abaixo apresentado:

$$E(t) = \sum_{m=1}^{12} E(t_m)$$

$$NC(t) = NC(t_m), \quad \text{para } m=12 \text{ ou } NC(t) = NC(t_{12})$$

O consumo médio mensal para o ano t [$CPC(t)$] é calculado pela média dos consumos mensais por cliente de cada mês m , ponderado pelo n° médio de consumidores de cada mês.

$$CPC(t) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{12} \frac{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2}} \sum_{m=1}^{12} \frac{CPC(t_m) \cdot (NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2} \quad (19)$$

e considerando que o produto do consumo médio do mês pelo n° de médio de consumidores do mês é igual ao consumo mensal e a soma dos consumos mensais totalizam o consumo anual $E(t)$:

$$\sum_{m=1}^{12} \frac{CPC(t_m) \cdot (NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2} = E(t) \quad (20)$$

e portanto, substituindo (20) em (19) o consumo médio mensal por cliente para o ano t é finalmente escrito da seguinte forma:

$$CPC(t) = \frac{E(t)}{\sum_{m=1}^{12} \frac{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2}} \quad (21)$$

O cálculo do consumo médio por cliente para ao ano, permite respeitar a dinâmica dos acontecimentos, podendo o número de ligações não ser mais idêntica em todos os meses do ano. No

³ Conforme foi demonstrado para o caso do consumo médio mensal por cliente para o ano e para o consumo mensal por cliente a demonstração é a mesma, com a mesma hipótese de homogeneidade no período considerado.

entanto, a hipótese de homogeneidade se mantém para cada mês, pois não há dados disponíveis para se calcular o consumo médio para períodos inferiores a um mês.

No próximo item demonstra-se que quando se assume a hipótese de homogeneidade anual o consumo médio mensal para o ano é igual a soma ponderada dos consumos mensais por consumidor.

4 O QUANTO A HETEROGENEIDADE ALTERA OS RESULTADOS

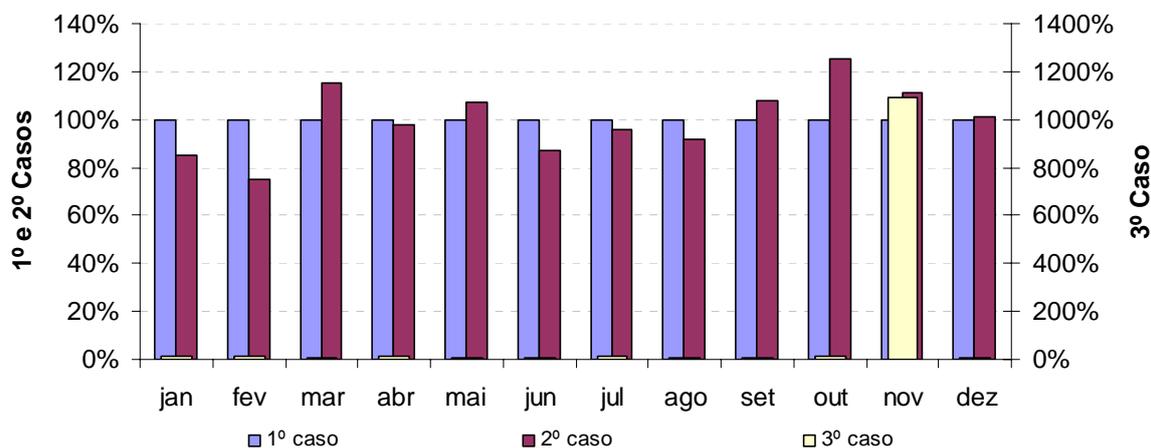
O cálculo do consumo médio mensal por cliente calculado com base em séries mensais difere do cálculo que tem por base nas séries anuais. Como é demonstrada no anexo 1, esta diferença surge da não homogeneidade do número de ligações de consumidores ao longo do ano.

Tabela 3 Distribuição de ligações homogêneo (1º caso) e heterogêneo (2º e 3º casos)

	1º caso	2º caso	3º caso	1º caso	2º caso	3º caso	1º, 2º e 3º casos
	$NC(t)$	$NC(t)$	$NC(t)$	$E(t)$	$E(t)$	$E(t)$	$CPC(t)$
ano t-1							
dez	4.000	4.000	4.000	400,0	400,0	400,0	100,0
ano t							
jan	4.010,0	4.008,5	4.001,2	406,6	406,6	406,2	101,5
fev	4.020,0	4.016,0	4.002,5	413,9	413,6	412,5	103,1
mar	4.030,0	4.027,5	4.003,3	421,3	420,9	419,0	104,7
abr	4.040,0	4.037,3	4.004,8	428,8	428,5	425,5	106,3
mai	4.050,0	4.048,0	4.005,3	436,4	436,2	432,1	107,9
jun	4.060,0	4.056,7	4.006,2	444,2	443,9	438,8	109,5
jul	4.070,0	4.066,3	4.007,5	452,1	451,7	445,6	111,2
ago	4.080,0	4.075,5	4.008,1	460,2	459,7	452,6	112,9
set	4.090,0	4.086,3	4.008,9	468,4	467,9	459,6	114,7
out	4.100,0	4.098,8	4.010,0	476,7	476,4	466,7	116,4
nov	4.110,0	4.109,9	4.119,0	485,2	485,1	480,4	118,2
dez	4.120,0	4.120,0	4.120,0	493,8	493,8	494,3	120,0
total	4.120,0	4.120,0	4.120,0	5.387,5	5.384,3	5.333,4	

Para fins de analisar o impacto desta heterogeneidade, apresentam-se três casos que têm o mesmo consumo mensal por cliente e o mesmo número de consumidores no início e no final do ano. No primeiro caso o incremento mensal de consumidores é igual e constante e no segundo caso e terceiro são variáveis como mostra a tabela 3.

Gráfico 1 Variação do número de clientes em relação à média mensal do número de ligações



Os casos considerados mostram um incremento do número de consumidores de 3% de crescimento no ano e uma variação significativa da variação do consumo médio por cliente.

O gráfico 1 permite visualizar a diferença marcante da heterogeneidade considerada quando a variação em relação à média mensal atinge -25% em fevereiro e +25% no mês de outubro no segundo caso e no terceiro caso quando se concentra o número de ligações do ano no mês de novembro.

Com base nas três fórmulas resultado deste trabalho (15), (18) e (21) abaixo repetidas, aplica-se na série de dados constantes na tabela 4, para inferir as diferenças dos resultados entre os dois casos.

$$CPC(t) = \frac{1}{12} \cdot \frac{E(t)}{(NC(t) + NC(t-1))/2} \quad (15)$$

Para o incremento do número de consumidores constante ao longo do ano;

$$CPC(t) = \frac{E(t)}{\sum_{m=1}^{12} (NC(t_m) + NC(t_m - 1))/2} \quad (21)$$

para qualquer que seja o incremento do número de consumidores mensais;

$$CPC(t_m) = \frac{E(t_m)}{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))/2} \quad (18)$$

para o cálculo do consumo médio do mês e número de consumidores constante ao longo do mês.

Como o objetivo do presente item é comparar o efeito da heterogeneidade do número de ligações ao longo do ano, a análise efetuada é comparativa e considera o primeiro caso (nº de ligações homogêneo) como referência.

Assim, os outros dois casos possuem os mesmos consumos mensais por cliente (última coluna), e o consumo de energia e o consumo médio mensal são ligeiramente diferentes, pois o incremento do número de consumidores varia ao longo dos meses, apesar de serem idênticos no início e no fim do ano. Os resultados obtidos para o consumo médio mensal do ano são apenas ligeiramente distintos com desvio praticamente desprezível, como mostra a tabela 4.

Tabela 4 Resultados e desvio comparativo

	1º Caso	2º Caso	3º Caso
$CPC(t)$ (kWh/mês)	110,5810	110,5814	110,5663
Desvios em relação ao 1º Caso (%)	-	0,0003	-0,0133

Como conclusão do tratamento da variável nº de clientes, é possível se afirmar que ao usar intervalos mensais ou anuais a diferença nos resultados obtidos é irrelevante no cálculo do consumo médio mensal, mesmo considerando o extremo da heterogeneidade em que mais de 90% dos consumidores foram comissionados no mês de novembro.

5 CONCEITO DE MODELOS DE PROJEÇÃO DE CURTO PRAZO

A identidade $E(t) = \frac{E(t)}{NC(t)} \cdot NC(t)$ mostra que a energia consumida em determinado período de tempo é igual ao consumo médio multiplicado pelo número de consumidores conforme descrito em Leon et al (2005) e Leon et al. (2007). Assim, para modelar o consumo é necessário estimar o consumo médio mensal e multiplicá-lo pelo número de consumidores.

Com base no cálculo do consumo médio mensal por cliente visto anteriormente, a identidade acima é escrita da seguinte forma:

$$E(t) = \frac{E(t)}{(NC(t) + NC(t-1))/2} \cdot (NC(t) + NC(t-1))/2 \quad (22)$$

Assim, esta identidade considera o consumo médio mensal por cliente, implicando que o termo número de consumidores deve ser calculado deve ser o número de consumidores médios, para que a identidade seja respeitada.

Esta consideração retoma os resultados mostrados no segundo item quando se identificam as duas parcelas referentes aos consumidores que já estavam ligados a rede no fim do ano anterior e a parcela dos novos consumidores ligados durante o ano t .

Tabela 5 Dados mensais de consumo (MWh) e de clientes (#)

	N° de clientes	1° exemplo	2° exemplo	3° exemplo	N° de clientes	1° exemplo	2° exemplo	3° exemplo
		Consumo				Consumo		
	$NC(t)$	$E(t)$	$E(t)$	$E(t)$	$NC(t)$	$E(t)$	$E(t)$	$E(t)$
ano t-1								
dez	4.000	400,0	400,0	400,0				
ano t					ano t+1			
jan	4.010	400,5	406,6	480,6	4.120	412,0	494,4	494,4
fev	4.020	401,5	413,9	481,8	4.120	412,0	494,4	494,4
mar	4.030	402,5	421,3	483,0	4.120	412,0	494,4	494,4
abr	4.040	403,5	428,8	484,2	4.120	412,0	494,4	494,4
mai	4.050	404,5	436,4	485,4	4.120	412,0	494,4	494,4
jun	4.060	405,5	444,2	486,6	4.120	412,0	494,4	494,4
jul	4.070	406,5	452,1	487,8	4.120	412,0	494,4	494,4
ago	4.080	407,5	460,2	489,0	4.120	412,0	494,4	494,4
set	4.090	408,5	468,4	490,2	4.120	412,0	494,4	494,4
out	4.100	409,5	476,7	491,4	4.120	412,0	494,4	494,4
nov	4.110	410,5	485,2	492,6	4.120	412,0	494,4	494,4
dez	4.120	411,5	493,8	493,8	4.120	412,0	494,4	494,4
total	4.120	4.872	5.388	5.846	4.120	4.944	5.933	5.933

O consumo médio é tratado sempre pelo tempo em que o cliente esteve ligado a rede e, portanto o número de consumidores deve ser a média do número de consumidores no mesmo período de tempo.

Na tabela 5 são apresentados três exemplos de forma a mostrar a aplicação do modelo.

Nestes três exemplos, as condições iniciais, isto é, no ano $t-1$, o consumo de energia, o número de clientes e o consumo médio mensal são idênticos.

Para os anos t e $t+1$, calcula-se o consumo médio mensal por cliente e o consumo mensal por cliente ($CPC(t)$) com a equação (15), para os anos t e $t+1$ e obtêm-se os resultados apresentados na tabela 6.

No 1° exemplo o consumo médio mensal permanece o mesmo durante todo o período. No primeiro ano, com o aumento do n° de clientes (de 4000 para 4120) o consumo anual aumentou de 4800 para 4872 MWh. No segundo ano ($t+1$), tanto o consumo médio como o número de clientes permaneceu inalterado, mas o consumo anual cresceu de 4872 MWh para 4944 MWh (tabela 5).

Retomando-se as equações (13) e (14) que calculam as duas parcelas do consumo anual, a primeira $E_{1^a}(t)$ referente aos consumidores ligados durante o ano t e a segunda $E_{2^a}(t)$ referente aos consumidores ligados à rede até 31/12 do ano anterior.

$$E_{1^a}(t) = E(t) \cdot \frac{NC(t) - NC(t-1)}{NC(t) + NC(t-1)} \quad \text{e} \quad E_{2^a}(t) = E(t) \cdot \frac{2 \cdot NC(t-1)}{NC(t) + NC(t-1)} \quad \left. \vphantom{E_{1^a}(t)} \right\} \quad (13) \text{ e } (14)$$

Na tabela 6 é mostrado a dinâmica do crescimento da demanda pelas duas parcelas acima descritas. No ano t , nos três exemplos, as duas parcelas tomam valores positivos. No ano $t+1$, como não há crescimento do nº de consumidores a primeira parcela toma o valor zero.

No entanto, o aumento da energia consumida em $t+1$ é devido aos novos consumidores comissionados durante o ano t . No ano em que eles foram comissionados, estes clientes só consumiram em média a metade do que consumiram no ano $t+1$, sempre com o mesmo consumo médio para os dois anos.

Tabela 6 Componentes do crescimento da demanda

		1º Exemplo	2º Exemplo	3º Exemplo
ano t				
ΔNC	$NC(t) - NC(t-1)$	120	120	120
ΔE	$E(t) - E(t-1)$	72	588	1.046
$E_{1\phi}(t)$	Energia dos consumidores i comissionados em t	72	80	86
$E_{2\phi}(t)$	Energia dos consumidores i existentes em $t-1$	4.800	5.308	5.760
$E(t)$	Total da energia consumida	4.872	5.388	5.846
ano t+1				
ΔNC	$NC(t+1) - NC(t)$	-	-	-
ΔE	$\{E(t+1) - E(t)\}$	72	545	86
$E_{1\phi}(t)$	Energia dos consumidores i comissionados em $t+1$	-	-	-
$E_{2\phi}(t)$	Energia dos consumidores i existentes em t	4.944	5.933	5.933
$E(t)$	Total da energia consumida	4.944	5.933	5.933

No segundo exemplo, o consumo médio mensal cresce 20% ao longo do ano t e em dezembro o consumo médio atingiu 120 kWh. Dessa forma o consumo médio cresceu para 110,58 kWh. No ano seguinte, como o consumo mensal e o número de clientes permaneceram no mesmo patamar de dezembro do ano t , o aumento do consumo registrado de 5.388 MWh para 5.933 MWh se deve ao consumo durante todo ano de $t+1$ dos clientes que foram ligados a rede durante o ano t .

O terceiro exemplo supõe um aumento praticamente instantâneo de 20% logo no primeiro momento do ano t , permanecendo igual até o fim do período. Neste caso, destaca-se apenas que mesmo o consumo médio permanece igual, destacam-se os aumentos de consumo nos anos t e $t+1$ ocasionada pela dinâmica do comportamento das ligações dos novos consumidores.

Tabela 7 Consumo anual e médio mensal (CPC)

	ano t-1	ano t	ano t+1
Número de Clientes	4.000	4.120	4.120
<u>1º exemplo: CPC mensal cte = 100</u>			
Consumo anual (MWh)	4.800	4.872	4.944
CPC (média mensal em kWh)	100,0	100,0	100,0
<u>2º exemplo: CPC mensal aumenta 20% ao longo do ano t</u>			
Consumo anual (MWh)	4.800	5.388	5.933
CPC (média mensal em kWh)	100,0	110,6	120,0
<u>3º exemplo: CPC aumenta 20% no primeiro mês de t+1</u>			
Consumo anual (MWh)	4.800	5.846	5.933
CPC (média mensal em kWh)	100,0	120,0	120,0

Dessa maneira, fica demonstrado que o consumo do ano seguinte é função não só dos fatores que possam ocorrer durante o ano, mas também do saldo de ligações de novos consumidores realizadas no ano anterior.

Portanto, a previsão de consumo para o próximo ano deve considerar os consumidores ligados no ano anterior e o programa de ligações novas para o ano. As conseqüências advindas deste fato são apresentadas nas conclusões.

CONCLUSÕES

- a. foi demonstrado que o consumo médio por cliente residencial em um determinado período de tempo deve ser calculado de forma a respeitar o estoque médio de clientes e não o número de clientes no fim do período considerado;
- b. as fórmulas a serem utilizadas para o cálculo são as equações (15) para séries de anuais ou, (18) e (21) para séries mensais;
- c. os resultados obtidos com base em séries anuais ou mensais possuem desvios desprezíveis, sejam os dados homogêneos ou totalmente heterogêneos. A conclusão mais importante deste resultado é que se usarmos séries anuais ou mensais em projeções, a diferença dos resultados é desprezível;
- d. a projeção do consumo para o próximo ano é uma função do número de ligações realizados neste ano e no próximo ano. Portanto, o mercado futuro projetado desta maneira toma em consideração os investimentos das concessionárias, explicitado pela concretização no fim da cadeia de investimento, que é a instalação do medidor no cliente;
- e. toda a demonstração foi desenvolvida para clientes da classe residencial, mas pode-se utilizar as mesmas técnicas para outras classes ou subclasses de consumo (serviços, comercial, serviços públicos, residencial rural, rural, industrial A4, etc);
- f. os resultados deste trabalho criticam o uso de técnicas econométricas ou redes neurais para projeção de consumo, pois os resultados utilizando estas técnicas são mais uma função do que ocorreu no passado do que efetivamente está ocorrendo hoje em cada área de concessão, conforme foi demonstrado neste trabalho;
- g. por fim, lembra-se, que neste trabalho, o modelo descrito pela equação (22), trata da variável número de ligações e em Leon *et alli* (2007) trata principalmente da evolução do consumo médio por cliente e considerara a evolução do número médio de consumidores em função das premissas demográficas e das metas de universalização da ANEEL (Eletrobrás, 2007b).
- h. O conceito de modelo apresentado neste trabalho tem o enfoque da concessionária. Um enfoque de modelo de curto prazo para uma região geográfica baseia-se na soma das concessionárias da respectiva região.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ELETROBRÁS, Premissas para o Mercado Futuro de Energia Elétrica para o ciclo de 2006, Rio de Janeiro, 2007a.

ELETROBRÁS, Previsão do Mercado Futuro de Energia Elétrica, ciclo de 2006, Rio de Janeiro, 2007b.

LEON, N.; PESSANHA, J.F.M. Dinâmica da Evolução do Consumo de Energia no Setor Residencial. In: XVIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2005, Curitiba. 2005.

LEON, N, PESSANHA, J.F.M.; BOSIGNOLI, D.,O., A Distribuição de Renda na Previsão de mercado de Energia Elétrica das Residências, in: XIX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2007, Rio de Janeiro. 2007.

Anexo 1

Relação do consumo médio mensal por cliente calculado com séries anuais e mensais

O objetivo deste é demonstrar que o consumo médio mensal por cliente em bases anuais (equação 15) é igual à média ponderada pelo nº de clientes dos consumos mensais por cliente se os incrementos do nº de consumidores forem constantes ao longo dos doze meses do ano (equação 21).

Em outras palavras, respeitada a homogeneidade do número de ligações ao longo do ano, o consumo médio mensal por cliente com base nas séries anuais é o mesmo que o calculado com as séries mensais, conforme as equações (15) e (21).

Com objetivo realizar a demonstração iguala-se as equações (15) e (21) e, portanto deve-se provar a identidade abaixo:

$$\frac{1}{2} \sum_{m=1}^{12} (NC(t_m) + NC(t_m - 1)) = \frac{12}{2} \cdot (NC(t) + NC(t - 1)) \quad (22)$$

A demonstração da identidade (22) necessita que seja explicitada a hipótese de homogeneidade de ligações de consumidores ao longo do ano, sendo:

$$\Delta NC(t_m) = NC(t_m) - NC(t_m - 1) \quad (23)$$

sendo $\Delta NC(t_m)$ igual e constante para todos os meses ano, isto é para qualquer m variando de 1 a 12

Considerando que o estoque anual do nº de consumidores é igual ao nº de consumidores em dezembro temos:

$$NC(t_m) = NC(t) \quad \text{e} \quad NC(t-1)_m = NC(t-1) \quad \text{para } m = 12 \text{ (dezembro)} \quad (24)$$

O lado esquerdo da equação (22) é igual à soma de duas progressões aritméticas e pode ser assim escrita:

$$\sum_{m=1}^{12} \frac{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_1^{12} NC(t_m) + \sum_1^{12} NC(t_m - 1) \right) \quad (25)$$

e considerando (23), pode-se calcular a soma das progressões aritméticas:

$$\sum_1^{12} NC(t_m) = \frac{12}{2} (NC(t_1) + NC(t_{12})) = \frac{12}{2} (NC(t-1) + NC(t) + \Delta NC(t_m)) \quad \text{e} \quad (26)$$

$$\sum_1^{12} NC(t_m - 1) = \frac{12}{2} (NC(t) + NC(t_{11})) = \frac{12}{2} (NC(t-1) + NC(t) - \Delta NC(t_m)) \quad (27)$$

portanto temos:

$$\sum_{m=1}^{12} \frac{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{2} (NC(t-1) + NC(t) + \Delta NC(t_m) + NC(t-1) + NC(t) - \Delta NC(t_m)) \quad \text{ou} \quad (28)$$

$$\sum_{m=1}^{12} \frac{(NC(t_m) + NC(t_m - 1))}{2} = 12 \cdot (NC(t-1) + NC(t))/2 \quad (29)$$

conforme queríamos demonstrar a identidade (22).

Portanto, verificada a hipótese da homogeneidade, calcular-se o consumo médio anual por cliente segundo a equação (15) com base nos dados anuais é igual à média ponderada dos consumos médios mensais conforme a equação (21), com o consumo mensal por cliente calculado segundo a equação (18).