

Ponderações sobre o conceito de potência aparente

H. Arango, J. E. Almeida, J. P. G. Abreu

Abstract - In this paper, which deals with power as defined by FBD Method, is analyzed the possibility of a customer come to be charged by its apparent power consumption instead of its active one. In being so, the investment return for the utility would be much greater than before. It's also shown the feasibility, via an ideal transformer, of the replacement of an original load by an optimized one. Losses and voltage initial conditions have been kept, of course.

Index Terms - Power quality, apparent power, FBD method, power compensator, new power definitions.

I. INTRODUÇÃO

A. O Cenário Básico

Considere-se uma carga trifásica submetida a uma tensão senoidal mas não necessariamente equilibrada, expressa pelo vetor fasorial $\underline{\check{V}}$. A corrente elétrica absorvida nessas circunstâncias será indicada por $\underline{\check{I}}$.

Essa carga vai ser alimentada através de uma rede de transporte, cuja bitola B é escolhida pelo raciocínio econômico a seguir.

B. Dimensionamento Ótimo da Rede

Em relação ao elo, existe a parcela de custo C_B associada ao investimento na rede e a parcela C_W correspondente às perdas. Nestas condições, C_B aumenta com B , enquanto C_W diminui. O custo total $C = C_B + C_W$ será mínimo para uma certa bitola \check{B} . Quando a carga é alimentada com esta rede de bitola \check{B} , a perda existente é \check{W} , cujo valor monetário chega ao montante \check{C}_W .

Por outro lado, a potência P transferida à carga vale:

$$P = \text{Re}(\underline{\check{V}}^t \underline{\check{I}}^*) \quad (1)$$

onde Re significa “parte real”.

C. Dimensionamento Ótimo das Cargas

Esta transferência, quando efetuada com \check{B} , conduz a um custo total mínimo. Entretanto, subsiste a seguinte questão:

Existem cargas que, quando aplicada $\underline{\check{V}}$, produzem a mesma perda \check{W} e absorvem uma potência maior? Mais especificamente, procura-se, dentre todas essas cargas, aquela que consome a potência máxima S .

Para essa carga ótima, o processo de transmissão ocorre com maior eficiência fisicamente possível, a rede tem a dimensão certa e a carga desfruta das melhores condições para absorver potência em relação à perda.

Demonstra-se que uma tal carga existe e é única. A potência S máxima que absorve é chamada “potência aparente da carga original”.

D. O Paradigma Tarifário da ANEEL

Como é sabido, o modelo brasileiro aplicado a concessionárias fornecedoras de energia elétrica implica em uma regulação das tarifas cujo objetivo precípua é de maximizar o valor social que se cria em virtude do uso da rede.

Para que essa maximização tenha lugar efetivamente, cada um dos agentes deve contribuir no que lhe couber. O distribuidor há de dimensionar a rede adequadamente às cargas; os clientes precisam ter cargas otimizadas (absorvendo assim toda a potência aparente) e o regulador deve fixar a tarifa de modo que o investimento da rede seja remunerado à taxa de risco prevaiente no negócio, conduzindo assim a um EVA (*Economic Value Added*) nulo.

Neste cenário, a potência aparente desempenha um papel fundamental, pois serve como base de referência para a tarifa aplicável a uma carga.

A princípio, quanto menor é P em relação a S , maior o investimento necessário por unidade de potência consumida. Assim, não seria justo aplicar a mesma tarifa a dois clientes que consomem igual P mas cujas potências aparentes são distintas. De fato, se o paradigma regulatório anterior fosse seguido à risca, cada cliente deveria pagar em função de S e não de P .

O argumento para proceder desta forma baseia-se no fato de que a empresa aproveitaria melhor seu investimento se pudesse substituir o cliente por outro cuja carga fosse ótima. Mas, para que o argumento seja convincente, deveria mostrar-se que esta substituição é possível conservando todas as características de fornecimento que prevaleciam antes. Em outras palavras, reproduzir o cenário original e mudando apenas o valor da potência P para S . Se esta reprodução não for viável, dificilmente o consumidor admitirá que esse pagamento é justo.

This work was supported in part by CAPES (Ministry of Education of Brazil). J. E. Almeida, J. P. G. Abreu and H. Arango are with Itajubá Federal University, Itajubá, Minas Gerais, Brazil (email: j.eugenio@unifei.edu.br, polica@unifei.edu.br and harango@uol.com.br).

E. Tarifas e Eficiência Alocativa

Ao pagar segundo sua S , o cliente assume exatamente os custos da empresa que são dedicados a ele. Há então, com se diz, eficiência alocativa.

Pareceria que, como $S \geq P$, isto geraria um aumento geral dos preços. Na verdade, a tarifa média é fixada a partir de uma receita anual permitida (RAP) exatamente igual aos custos econômicos do serviço. Isto é, a tarifa seria:

$$T = \frac{RAP = \text{custo total econômico}(CTE)}{S} \quad (2)$$

Lembrando que a componente de perdas C_w é um valor minimizado.

II. CONSIDERAÇÕES SOBRE A POTÊNCIA APARENTE

Este trabalho tem um cunho eminentemente didático, visando ilustrar o conceito de potência aparente em sistemas trifásicos desequilibrados e esclarecer certas questões associadas. De fato, a potência aparente costuma ser definida partindo de um sistema fonte - elo de transmissão - carga original. Constrói-se então o seguinte raciocínio:

Sejam $\underline{\dot{V}}$ e $\underline{\dot{I}}$ os vetores complexos da tensão (fase-neutro) e correntes (de fase) na carga. Seja ainda \underline{R} a matriz de perdas do elo.

Nestas condições, a potência ativa P na carga e a perda ΔP no elo serão:

$$P = RE(\underline{\dot{V}}' \underline{\dot{I}}^*) \quad \Delta P = \underline{\dot{I}}' \underline{R} \underline{\dot{I}}^* \quad (3)$$

É com referência a este cenário que a potência aparente S pode ser definida sem ambigüidades: S vem a ser a máxima potência que pode fluir desde o elo enquanto mantidos ΔP e $\underline{\dot{V}}$ nos mesmos valores originais.

Nessa condição otimizada, circulará uma corrente $\underline{\dot{J}}$. Ora, $\underline{\dot{J}}$ corresponde a uma certa carga com matriz de impedância $\underline{\dot{Z}}$, que representa a carga ótima nas condições enunciadas.

III. O CÁLCULO ANALÍTICO DA POTÊNCIA APARENTE

O valor da corrente $\underline{\dot{J}}$ pode ser obtido resolvendo-se o problema de otimização pelo método de Lagrange [3]. No caso, a função Lagrangiana L será:

$$L = RE(\underline{\dot{V}}' \underline{\dot{I}}^*) - \lambda (\underline{\dot{I}}' \underline{R} \underline{\dot{I}}^*)$$

Escrevendo:

$$\underline{\dot{V}} = \underline{U} + j\underline{W} \quad e \quad \underline{\dot{I}} = \underline{H} + j\underline{K}$$

obtem-se:

$$L = \underline{U}' \underline{H} + \underline{W}' \underline{K} - \lambda (\underline{H}' \underline{R} \underline{H} + \underline{K}' \underline{R} \underline{K})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{H}} = \underline{U} - 2\lambda \underline{R} \underline{H} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \underline{K}} = \underline{W} - 2\lambda \underline{R} \underline{K} = 0$$

Logo:

$$\underline{U} = 2\lambda \underline{R} \underline{H} \quad \underline{W} = 2\lambda \underline{R} \underline{K}$$

O que permite reconstituir os fasores:

$$\underline{U} + j\underline{W} = \underline{\dot{V}} = 2\lambda \underline{R} (\underline{H} + j\underline{K}) = 2\lambda \underline{R} \underline{\dot{J}}$$

Explicitando $\underline{\dot{J}}$ vem:

$$\underline{\dot{J}} = \frac{1}{2\lambda} \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}} \quad (4)$$

E introduzindo este valor na equação da perda, resulta:

$$\frac{1}{4\lambda^2} \underline{\dot{V}}' \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}}^* = \Delta P$$

Explicitando λ e substituindo em (4) chega-se finalmente a:

$$\underline{\dot{J}} = \left(\frac{\Delta P}{\underline{\dot{V}}' \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}}^*} \right)^{1/2} \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}} \quad (5)$$

E ainda:

$$S = (\underline{\dot{V}}' \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}}^*)^{1/2} \Delta P^{1/2} = (\underline{\dot{V}}' \underline{R}^{-1} \underline{\dot{V}}^*)^{1/2} (\underline{\dot{J}}' \underline{R} \underline{\dot{J}}^*)^{1/2} \quad (6)$$

Observe-se que o primeiro parêntese corresponde a perda ΔP_{cc} no elo quando em curto-circuito e tensão $\underline{\dot{V}}$. Assim:

$$S = (\Delta P_{cc} \Delta P)^{1/2}$$

Ou seja, a média geométrica das duas perdas.

Com referência à carga ótima, constata-se que:

$$\underline{\dot{Z}} = \left(\frac{\Delta P_{cc}}{\Delta P} \right)^{1/2} \underline{R}$$

Isto é, $\underline{\dot{Z}}$ corresponde a uma carga resistiva com a mesma estrutura que a \underline{R} do elo, porém afetada de um fator de escala adimensional que depende da relação entre a perda em curto-circuito e a perda original.

IV. O PROBLEMA DA FONTE

Ao substituir a carga original pela carga ótima, a corrente original $\underline{\dot{I}}$ muda para $\underline{\dot{J}}$ e conseqüentemente a queda no elo se altera. Isto requer alguma modificação na fonte, que dependerá das suas características [4]. Na prática, o que aqui é chamado de fonte representa a rede de distribuição à montante do sistema, assim como da rede básica que supre a distribuidora.

Fica difícil imaginar quais recursos de controle deveriam ser usados conseguir manter $\underline{\dot{V}}$ sem afetar as outras cargas conectadas às redes mencionadas.

De fato, ao associar S apenas ao elo e a carga pretendia-se uma otimização restrita a esse minúsculo sistema. Caso contrário, S deveria depender, em tese, das redes e cargas que se encontram além da fronteira demarcada.

No intuito de evitar semelhante complicação, assumir-se-á que a fonte seja ideal, isto é, que a tensão $\underline{\dot{V}}$ à esquerda do elo seja inerentemente constante. Isto permite isolar elo e carga e restringir S a eles, mas não resolve o problema enunciado no início, isto é, a modificação na queda.

V. COMPENSAÇÃO E COMPENSADORES

Às circunstâncias relatadas na seção anterior (necessidade de harmonizar as tensões prevaletentes no cenário otimizado) une-se uma outra questão que se refere à carga original. É óbvio que esta carga, ainda que diste de ser ótima, desempenha algum tipo de função útil para o seu proprietário. Portanto, a solução não radica em colocar uma nova carga, mas em adaptá-la no intuito dela comportar-se como ótima. Isto pode ser feito mediante um compensador de corrente. Ora, a idéia de compensar a carga sugere um procedimento semelhante no intuito de resolver o problema das tensões.

Em seguida serão apresentados os fundamentos da compensação de tensão e corrente por meio de circuitos ativos, visando sua aplicação nos problemas mencionados.

No estágio atual de desenvolvimento da eletrônica de potência, estão disponíveis tecnologias capazes de implementar estratégias de compensação com alto grau de flexibilidade.

A compensação pode ser aplicada tanto à corrente quanto à tensão. O princípio aplicado em cada caso é mostrado na figura 1.

A corrente de compensação é controlada pelas duas fontes de tensão aplicadas à indutância L segundo a situação das chaves K (K , Variável Booleana; \bar{K} = complemento de K).

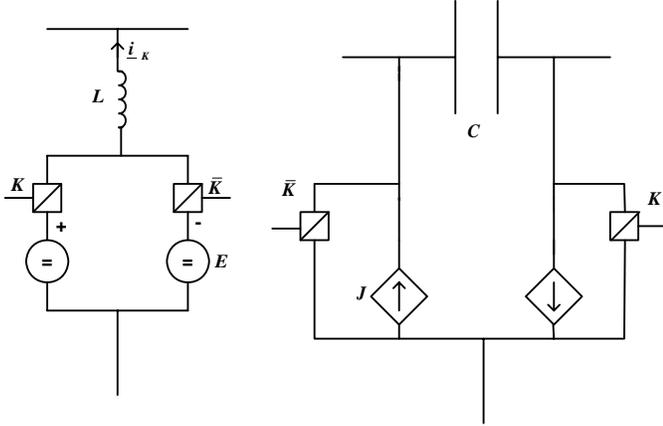


Fig. 1. Esquema de compensação de corrente e de tensão

A tensão aplicada sobre o terminal inferior da indutância será:

$$\underline{e} = KE - \bar{K}E$$

E a corrente de compensação:

$$\underline{i}_k = L^{-1} \int \underline{e} dt$$

No caso dual da tensão, a corrente injetada no capacitor C será:

$$\underline{j} = KJ - \bar{K}J$$

E a tensão de compensação:

$$\underline{v}_k = C^{-1} \int \underline{j} dt$$

O controle é implementado através da condução de uma ou outra das chaves, efetuada mediante um comparador entre a variável de compensação real e o valor desejado. O resultado é mostrado na figura 2.

Combinando ambas as compensações pode-se simular um transformador ideal, conforme figura 3, cujas equações são:

$$\underline{v} = \underline{\dot{T}} \underline{e} \quad \underline{i} = \underline{\dot{T}} \underline{j}$$

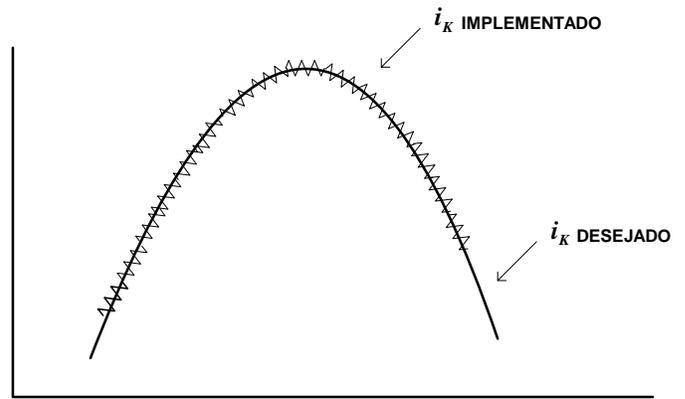


Fig. 2. Forma de onda resultante da compensação

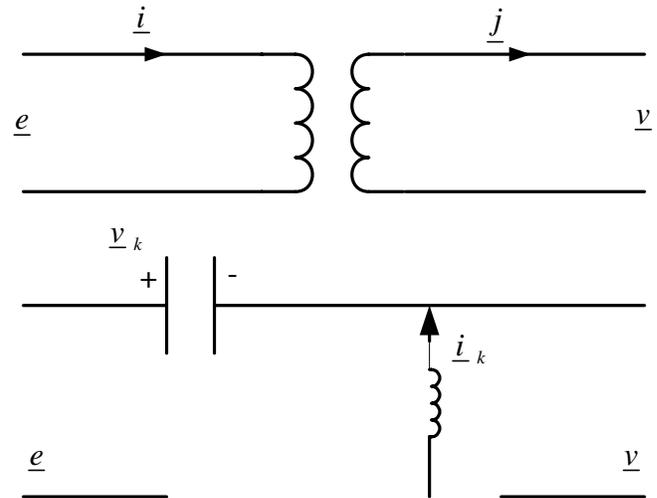


Fig. 3. Transformador ideal

Sendo:

$$\underline{i}_k = (dg \underline{1} - \underline{\dot{T}}) \underline{j} \quad \underline{v}_k = (\underline{\dot{T}} - dg \underline{1}) \underline{e}$$

Onde:

$$\underline{1} \text{ é o vetor coluna } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } dg \underline{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ é a matriz}$$

unitária e $\underline{\dot{T}}$ é a matriz transformação do transformador ideal.

A figura 3 mostra a implementação. Os produtos matriciais são simulados através de convenientes amplificadores operacionais a partir da medição de \underline{e} e \underline{j} ao longo do tempo.

VI. UM EXEMPLO ILUSTRATIVO

A. A Situação Original

Uma fonte de tensão senoidal transfere potência para uma carga através de um elo, conforme figura 4. O elo é composto de três condutores de fase e um condutor neutro, todos com a mesma resistência $r = 1$.

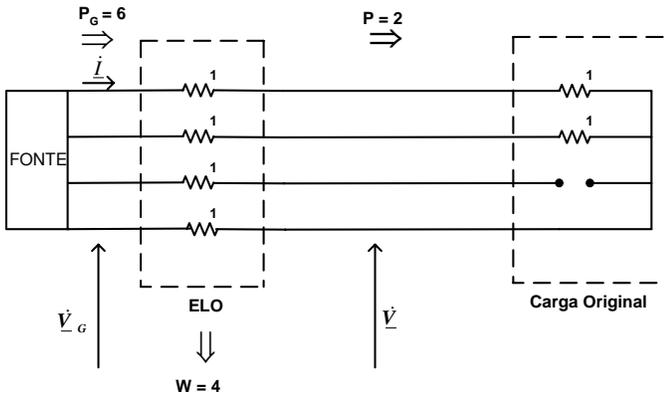


Fig. 4. Situação original

As setas \Rightarrow indicam fluxo de potência.

Parte-se da condição elétrica de equilíbrio em que os vetores fasoriais têm os valores a seguir:

$$\underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, a potência que flui do elo até a carga será:

$$P = \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 1+1=2$$

Sendo a queda de tensão no elo:

$$\Delta \underline{\dot{V}} = \underline{R} \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-j \\ 1-2j \\ 1-j \end{bmatrix}$$

E a perda no elo será:

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}^* = 2-j+(1-2j)(j) = 4$$

Enquanto a potência fornecida pela fonte será dada por:

$$P_G = \underline{\dot{V}}_G^t \underline{\dot{I}}^* = 6$$

A carga equivalente à original, tipo “garfo”, utilizada no método FBD (Fryze, Buchholz, Depenbrock) [1-3], é mostrada na figura 5. O valor de r_ψ é determinado de modo que a potência absorvida seja a mesma ($P = 2$).

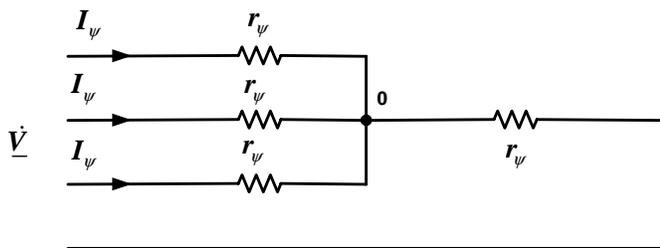


Fig. 5. Carga equivalente

Isto é, deve-se verificar que a mesma potência P seja consumida pela carga equivalente, sendo a tensão do ponto estrela virtual “0” (*virtual star point* – VSP) [1,2] e as tensões referidas ao mesmo:

$$\underline{\dot{V}}_o = \frac{1}{4} \quad \underline{\dot{V}}_0 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

A tensão na carga $\underline{\dot{V}}$ e a corrente $\underline{\dot{I}}_\psi$ serão:

$$\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}}_\psi = \frac{1}{4r_\psi} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_\psi^* = \frac{11}{4r_\psi} = 2$$

Logo:

$$r_\psi = \frac{11}{8} \quad e \quad \underline{\dot{I}}_\psi = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_\psi^* = \frac{1}{11} [1 \cdot 6 - j(-2+8j) + j(-2-8j)] = 2$$

A carga equivalente pode ser obtida compensando a corrente da carga original, conforme mostrado na figura 6.

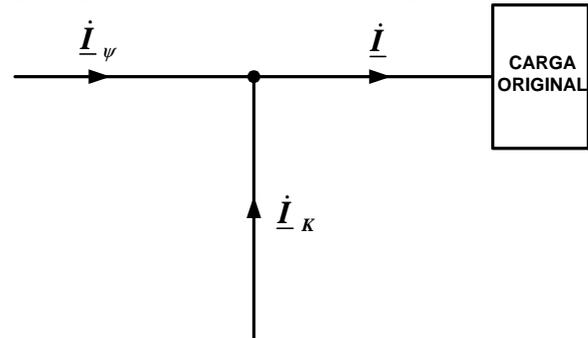


Fig. 6. compensação da carga original

A corrente de compensação será:

$$\underline{\dot{I}}_k = \underline{\dot{I}} - \underline{\dot{I}}_\psi = \frac{1}{11} \left(\begin{bmatrix} 11 \\ -11j \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 5 \\ 2-3j \\ 2-8j \end{bmatrix}$$

Nota-se que o compensador de corrente não fornece potência ativa:

$$P_k = \underline{\dot{V}}^t \underline{\dot{I}}_k^* = \frac{1}{11} [5-j(2+3j) + j(2+8j)] = 0$$

Ora, a nova queda no elo será $\underline{R} \underline{\dot{I}}_\psi$:

$$\Delta \underline{\dot{V}}_\psi = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 8 \\ -8j \\ 8j \end{bmatrix}$$

O que determina a tensão de fonte:

$$\underline{\dot{V}}_G = \underline{\dot{V}} + \Delta \underline{\dot{V}}_\psi = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 11 \\ -11j \\ 11j \end{bmatrix} + \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 8 \\ -8j \\ 8j \end{bmatrix} = \frac{19}{11} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

Valor este que conflita com o valor original da tensão da fonte, levando à necessidade de um compensador de tensão entre o elo e a fonte.

A potência $P_G = \underline{\dot{V}}_G^t \underline{\dot{I}}^*$:

$$P_G = \frac{19}{121} [1 \cdot 6 + (-j)(-2+8j) + (j)(-2-8j)] = \frac{38}{11}$$

Como a nova perda no elo vale:

$$W_\psi = \Delta \underline{\dot{V}}_\psi^t \underline{\dot{I}}_\psi^*$$

$$W_{\psi} = \frac{1}{121} [8 \cdot 6 + (-8j)(-2+8j) + 8j(-2-8j)] = \frac{16}{11}$$

Tem-se:

$$P_{\psi} + W_{\psi} = 2 + \frac{16}{11} = \frac{38}{11} = P_g$$

A figura 7 ilustra a situação do circuito com a compensação de corrente na carga e a compensação de tensão entre elo e fonte:

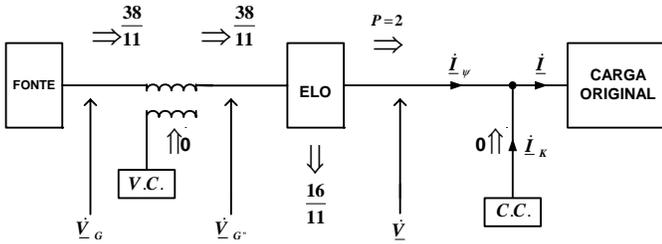


Fig. 7. Circuito inicial compensado

A nova perda $W_{\psi} = \frac{16}{11}$ bem menor que a inicial $W = \frac{44}{11}$ abre a possibilidade de se agregar uma carga adicional tal que $W_{\psi'} = W$. Isto significa uma nova corrente $\underline{i}_{\psi'} = k \underline{i}_{\psi}$ para a qual $W_{\psi'} = k^2 W_{\psi}$.

$$\frac{44}{11} = k^2 \frac{16}{11}$$

Determinando um $k = \sqrt{\frac{11}{4}}$ que, por sua vez, conduz à resistência:

$$r_{\psi'} = \sqrt{\frac{4}{11} \cdot \frac{11}{8}} = \frac{\sqrt{11}}{4}$$

Deste modo, a carga adicional deve corresponder a um circuito garfo com resistência $r_{\psi A}$ tal que:

$$g_{\psi A} = g_{\psi'} - g_{\psi} = \frac{4}{\sqrt{11}} - \frac{8}{11} = \frac{4\sqrt{11} - 8}{11} = \frac{1}{r_{\psi A}}$$

A inclusão desta carga leva a situação mostrada na figura 8, onde C.C. significa "current compensator" e V.C. significa "voltage compensator".

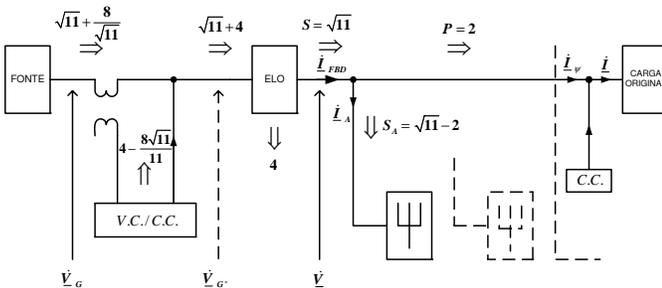


Fig. 8. Circuito compensado com carga adicional

$$\underline{\dot{V}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{V}}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\dot{I}}_{\psi} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6 \\ -2-8j \\ -2+8j \end{bmatrix}$$

Cálculo de $\underline{\dot{I}}_{FBD}$:

$$\underline{\dot{I}}_{FBD} = \left(\frac{W}{\underline{\dot{V}}' \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}'^*} \right)^{1/2} \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}' \quad (6)$$

$$\underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}' = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\underline{\dot{V}}' \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\dot{V}}'^* = \frac{1}{4} [1 \cdot 3 + (-j)(-1+4j) + j(-1-4j)] = \frac{11}{4}$$

$$\underline{\dot{I}}_{FBD} = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

Assim, a corrente que circula para a carga adicional será:

$$\underline{\dot{I}}_A = \underline{\dot{I}}_{FBD} - \underline{\dot{I}}_{\psi} = \frac{\sqrt{11}-2}{11} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

A potência aparente obtida pelo método FBD [1-3] será:

$$S_{FBD} = \underline{\dot{V}}' \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1-4j \end{bmatrix} = \sqrt{11}$$

A potência absorvida pela carga adicional será:

$$S_A = \underline{\dot{V}}' \underline{\dot{I}}_A^* = \sqrt{11} - 2$$

A queda de tensão no elo:

$$\Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \underline{\underline{R}} \underline{\dot{I}}_{FBD}$$

$$\Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix} = \frac{4}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

A perda no elo:

$$W = \Delta \underline{\dot{V}}_{FBD}' \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = 4$$

A tensão antes do elo agora passará a ser:

$$\underline{\dot{V}}_G' = \underline{\dot{V}} + \Delta \underline{\dot{V}}_{FBD} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

E a potência:

$$\underline{\dot{V}}_G' \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \sqrt{11} + 4 = 7,32$$

Entretanto, como a tensão da fonte deve ser considerada constante, a potência fornecida pela fonte seria:

$$\underline{\dot{V}}_G' \underline{\dot{I}}_{FBD}^* = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1+4j \\ -1-4j \end{bmatrix} = \sqrt{11} + \frac{8}{\sqrt{11}} = 5,73$$

A fonte não consegue fornecer toda a potência ($\sqrt{11} + 4$) logo haveria a necessidade do compensador fornecer uma certa potência ativa auxiliar de:

$$P_k = \sqrt{11} - 4 - \frac{19\sqrt{11}}{11} = 4 - \frac{8\sqrt{11}}{11} = 1,59$$

No intuito de ajustar as condições de tensão sem o fornecimento de potência ativa pelos compensadores,

imaginou-se a utilização de um transformador ideal, como mostrado na figura 9 a seguir.

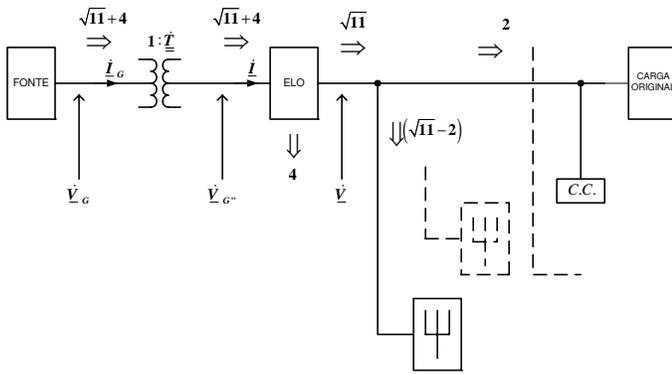


Fig. 9. Sistema compensado com transformador ideal

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix} \quad \dot{V}_G = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dot{V}_{G'} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_{FBD} = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}_{G'} = \underline{T} \dot{V}_G$$

$$\dot{I}_G = \underline{T}^{t*} \dot{I}_{FBD}$$

A matriz \underline{T} representa o transformador ideal.

$$\underline{T} = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} \frac{1}{3-j} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-3j} & 0 \\ 0 & 0 & j \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{11}+4}{10\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3+j & 0 & 0 \\ 0 & 3-j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix}$$

A corrente fornecida pelo gerador passa a ser:

$$\dot{I}_G = \frac{\sqrt{11}+4}{10\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3-j & 0 & 0 \\ 0 & 3+j & 0 \\ 0 & 0 & -10j \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{11}+4}{110} \begin{bmatrix} 9-3j \\ 1-13j \\ 40+10j \end{bmatrix}$$

Calculando a potência fornecida pela fonte:

$$\dot{V}_G^t \dot{I}_G^* = \begin{bmatrix} 3-j \\ 1-3j \\ 1 \end{bmatrix}^t \frac{\sqrt{11}+4}{110} \begin{bmatrix} 9-3j \\ 1+13j \\ 40-10j \end{bmatrix} = \sqrt{11}+4 = S+W$$

Do mesmo modo, pode-se confirmar que a potência após o transformador ideal tem o mesmo valor.

$$\dot{V}_{G'}^t \dot{I}_{FBD}^* = \left(1 + \frac{4}{\sqrt{11}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ j \end{bmatrix}^t \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1-4j \\ -1+4j \end{bmatrix} = \sqrt{11}+4 = S+W$$

E a matriz do transformador ideal é:

$$\underline{T} = \frac{11+4\sqrt{11}}{110} \begin{bmatrix} (3+j) & 0 & 0 \\ 0 & (3-j) & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix}$$

VII. CONCLUSÃO

Este trabalho procurou, utilizando a definição da potência aparente como a máxima potência ativa que pode circular por um dado circuito, apresentar um sistema de compensação das cargas, sem injeção de potência ativa, que mostre ser viável a substituição da carga de um cliente por uma carga ótima. Sendo esta substituição viável, um cliente que consome a potência ativa P porém, exige da rede a potência aparente S com $S \geq P$ tem a comprovação de que deveria ser onerado pela potência aparente S e não pela potência ativa P . Utilizou-se um transformador ideal para realizar a substituição que maximize a utilização do sistema, conservando as características anteriores do fornecimento. Para ilustrar tal situação, foi apresentado um exemplo numérico relativo a um sistema com carga e fonte desequilibradas.

VIII. REFERÊNCIAS

- [1] M. Depenbrock. "The FBD-Method, A Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, n° 2, pp.381-387, May 1993.
- [2] M. Depenbrock. "Quantities of a Multi-terminal Circuit Determined on the Basis of Kirchhoff's Laws", *Eur. Trans. Electrical Power (ETEP)*, vol. 8, pp. 249-257, 1998.
- [3] J. L. Willems, J.A. Ghijselen and A. E. Emanuel. "The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, n° 2, 2005.
- [4] A. E. Emanuel. "Reflections on the Effective Voltage Concept", In Proc. 2003 *Sixth international Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions*, IEEE Instrumentation and Measurement Society North Italy Chapter, Milano, Italy, pp.1-7.

IX. BIOGRAFIAS

Hector Arango: Recebeu o título de Mestre pela UNIFEI e o título de Doutor pela Escola Politécnica da USP em 1996. É professor titular da UNIFEI e suas atuais áreas de interesse são Mercado de Energia e da Qualidade da Energia Elétrica.

José Eugenio Lopes de Almeida: Recebeu o título de Mestre pela UNIFEI em 2004 e está hoje cursando o Doutorado pela UNIFEI. Suas atuais áreas de interesse, dentro da Qualidade da Energia Elétrica, são Novas Definições de Potências e Harmônicos.

José Policarpo Gonçalves de Abreu: Recebeu o título de Mestre pela EFEI em 1980 e o título de Doutorado pela Unicamp em 1991. Desenvolveu o Pós-doutorado no WPI (Worcester Polytechnic Institute, EUA) em 2000. É professor titular da UNIFEI e suas atuais áreas de interesse, dentro da Qualidade da Energia Elétrica, são Novas Definições de Potências, Harmônicos, Desequilíbrio e Afundamentos de Tensão.