

# Previsão de Vida à Fadiga e Confiabilidade das Pás de Uma Hidroturbina Kaplan

Edgar Mamiya, UnB, A. A. B. Soares, UnB, D. M. Viana, UnB, José Alexander Araújo, UnB,  
J. L. A. Ferreira, UnB, L. Salomon, UnB, Carmo Gonçalves, Eletronorte e Cid Antunes Horta, Eletronorte

**Resumo** - Este artigo apresenta um estudo sobre a integridade estrutural das pás de uma hidroturbina Kaplan. Este componente é de importância essencial para a integridade estrutural do hidro-gerador e foi escolhido por ser suscetível à iniciação de trincas. Neste sentido, o principal modo de falha é fadiga e as funções que caracterizam a resistência do material, capacidade, e a história de carregamentos aplicada sobre a pá, demanda, foram determinados. Duas funções demanda foram construídas, uma baseada no diagrama de Goodman e a outra baseada no diagrama de Gerber. Os parâmetros que caracterizam a capacidade foram obtidos através de testes de fadiga. Para a caracterização da história de tensões sobre a pá foi realizada uma análise transiente através do método dos elementos finitos. Baseados nesses resultados o fator de segurança, o índice de confiabilidade e a confiabilidade da pá foram considerados. O índice de confiabilidade e a confiabilidade da pá foram obtidos segundo a técnica FOSM. Como resultado, verificou-se que existe a possibilidade de falha por fadiga quando a pá trabalha sob condições transientes de carregamento.

**Palavras-chave**— Falha por Fadiga, Confiabilidade, Turbina Kaplan

## I. INTRODUÇÃO

Nas hidroturbinas Kaplan o fluxo de água é regulado pelas pás do distribuidor e pela inclinação das pás da turbina. Isso torna difícil de construir um modelo adequado para se avaliar as grandes perturbações que envolvem as variáveis características do problema. A geometria complexa e as características transientes do escoamento também tornam difícil realizar uma simulação que seja capaz de capturar os efeitos dessas singularidades. Esses efeitos são extremamente complexos para serem simulados numericamente e sem solução analítica. Esses componentes trabalhando sob carregamentos cíclicos necessitam de uma avaliação de sua confiabilidade estrutural, que é a capacidade de certo componente estrutural de suportar ciclos de carregamento por um período de tempo determinado para o qual foram projetados. O dano por fadiga é um processo contínuo e cumulativo que pode ser definido como a perda de funcionalidade de um componente estru-

tural trabalhando sob carregamentos cíclicos. O dano por fadiga é considerado nulo em materiais virgens e evolui para um valor crítico  $D_c$ , o qual caracteriza o crescimento de trincas microscópicas no material. Este pode ser medido através da história de carregamento e da utilização de modelos constitutivos que prevêm o número de ciclos necessários para início de trincas. O efeito de concentradores de tensão causa uma propagação mais rápida das trincas, causando um aumento das tensões locais até que a falha ocorra. Assim a falha por fadiga é súbita e total, e sua previsão de grande importância quando se projetam máquinas ou componentes que trabalham sob carregamentos cíclicos, e ainda mais quando existem carregamentos combinados, flexão e torsão, aplicados alternativamente e repetidamente.

A análise da confiabilidade estrutural da pá da turbina foi baseada numa abordagem estatística, usando a falha estática por escoamento, e a falha por fadiga através dos critérios uniaxiais de Goodman e Gerber. O método FOSM, First Order and Second Moment Method, foi utilizado para se calcular a função densidade de probabilidade, a qual corresponde à confiabilidade da estrutura. Para os parâmetros de capacidade foram utilizadas as propriedades mecânicas do material da pá. Os parâmetros de demanda foram os resultados obtidos através da utilização do campo de pressão estático sobre a pá obtido através de duas metodologias distintas para um mesmo regime de funcionamento da pá. A primeira foi uma simulação CFD, usando o software CFX, realizado pelo LEA, UnB, e a segunda é uma metodologia analítico-empírica baseada nos procedimentos clássicos de dimensionamento de rotores axiais. Para o critério de falha por fadiga, uma análise transiente foi realizada utilizando-se o software ANSYS. Os campos de pressão estáticos obtidos foram aplicados sobre a pá na forma de uma função degrau, simulando a condição crítica de um golpe de aríete. A história de tensões resultante da análise transiente foi usada para se identificar as regiões críticas da pá e as amplitudes de tensões foram usadas como parâmetros de demanda nos modelos uniaxiais de falha por fadiga.

## II. MODELOS UNIAXIAIS DE FADIGA

No contexto unidimensional existem, basicamente, duas abordagens para descrever o fenômeno da fadiga. O primeiro enfoque relaciona a amplitude de tensão ao número de ciclos necessários para se observar a falha por fadiga e é mais conhecido como curva  $S-N$ . Como esta é uma abordagem baseada em tensões, sua utilização está restrita a casos com um alto número de ciclos. O objetivo dessa

Agradecimentos a apoio financeiro devem ser feitos aqui. Exemplo: Este trabalho foi apoiado parcialmente pela Fundação de Inovação Tecnológica.

Os títulos dos trabalhos devem ser escritos com letras maiúsculas para as iniciais e minúsculas, não utilizar todas as letras maiúsculas.

E. B. Silva trabalha no Instituto de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (e-mail: ebsilva@intee.org.br).

J.E.P.S. Barbosa trabalha no Instituto de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (e-mail: barbosa@intee.org.br).

abordagem é determinar as tensões para uma vida infinita ou, então, para uma vida pré-definida. Uma outra abordagem relaciona amplitude das deformações com o número de ciclos necessários para se observar a falha por fadiga e é conhecida como curva  $\varepsilon$ - $N$ . Nessa abordagem, o processo de fadiga é controlado pelas deformações. Na maior parte dos casos, os componentes estruturais estão submetidos a carregamentos que causam tensões médias diferentes de zero. A razão de carregamento,  $R$ , pode ser definida como o quociente entre as tensões máxima e mínima em um ciclo de carregamento.

Tipicamente o efeito da tensão média é analisado utilizando-se o diagrama  $S_a$ - $S_m$ . Nesse diagrama são levantadas as combinações de tensão alternadas e médias que causam falhas para uma vida especificada. Os modelos que melhor representam o efeito da tensão média são os modelos de Goodman, Gerber e Morrow. Goodman obtve diagrama a partir da curva experimental  $S$ - $N$  representando a amplitude da tensão limite de fadiga em função da respectiva tensão média do ciclo de tensões. Os diagramas de Goodman são representados na Fig. 1

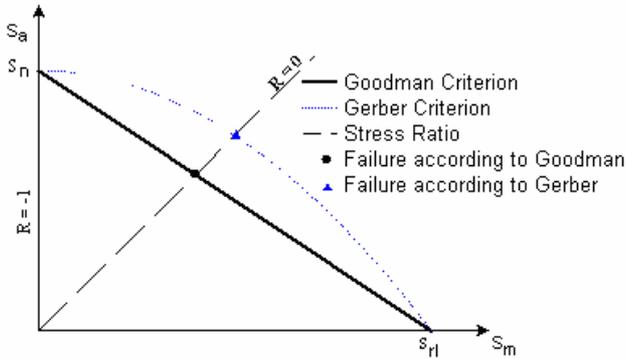


Figura 1. Representação do diagrama  $S_a$ - $S_m$ .

As curvas apresentadas na Fig. 1 são descritas pelas seguintes equações:

$$\frac{S_a}{S_N} + \left( \frac{S_m}{S_u} \right)^K = 1; \quad (1)$$

onde  $S_N$  é o limite de resistência para uma vida  $N$ ,  $S_{rl}$  é o limite de resistência do material. Quando o expoente  $K$  assume o valor 1, (1) representa o modelo de Goodman e quando o expoente  $K$  assume o valor 2, (1) representa o modelo de Gerber.

### III. MODELOS DE CONFIABILIDADE NO CONTEXTO UNIAXIAL

Confiabilidade é a capacidade de uma determinada máquina ou peça atender as especificações durante determinado intervalo de tempo para que fossem projetadas e construídas, suportando os carregamentos máximos de teste e trabalho ao longo de sua vida útil. Segundo Harr (1987), confiabilidade ou segurança pode ser definida como a probabilidade de sucesso de um sistema em suportar condições de operação, por um período de tempo específico. Para se definir o nível aceitável de confiabilidade

que uma estrutura deve ter, leva-se em conta o custo-benefício da mesma e os riscos a ela associados. Tradicionalmente, em engenharia, as avaliações dos riscos de falha são tomadas através de fatores de segurança  $F.S.$ , cuja estimativa é realizada considerando-se (2).

$$FS = \frac{\bar{C}}{\bar{D}}; \quad (2)$$

onde  $\bar{C}$  é a média da capacidade e  $\bar{D}$  a média da demanda (Shen e Soboyejo, 2001). Para se concluir se um fator de segurança é alto o suficiente para que a estrutura suporte as demandas, deve-se compará-lo com valores obtidos experimentalmente com o mesmo modelo. Assumindo que  $C$  e  $D$  têm distribuição normal, a função de estado limite  $z$  ( $z = C - D$ ) também terá distribuição normal. Definindo as  $X_i$ 's variáveis associadas às funções capacidade e demanda, a estimativa probabilidade de falha é construída com base na equação de estado limite,  $g(X)$ .

$$z = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n). \quad (3)$$

$z$  é chamada função margem de segurança e é definida por:

$$z = C - D. \quad (4)$$

Variando-se os valores de  $X_i$ , a função de estado limite  $g(X)$  pode assumir as seguintes condições:  $g(X) > 0$ , não ocorre falha;  $g(X) = 0$ , estado limite, eminência de falha;  $g(X) < 0$ , ocorre falha. Geralmente o estado limite pode ser uma função com capacidade e demanda variável. A seguinte integral define a probabilidade de falha:

$$P_f = \text{Pr ob}[g(X) \leq 0] = \int_{g(X) \leq 0} f(X) dX. \quad (5)$$

A função  $f(X)$  é a função densidade de probabilidade das variáveis e  $X_i$ 's de  $g(X)$ . Outra medida de adequação de um projeto é o índice de confiabilidade:

$$\beta = \frac{\bar{z}}{\sigma_z} = \frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}}. \quad (6)$$

A avaliação da confiabilidade pode ser feita inteiramente pela comparação do índice de confiabilidade  $\beta$ , com aqueles considerados adequados, baseados em experimentos com a estrutura estudada. Se  $z$  pode ser assumido como uma variável aleatória de distribuição normal, a probabilidade de falha  $P_f$  é:

$$P_f = \Phi(\beta); \quad (7)$$

onde  $\Phi$  é a função densidade de probabilidade:

$$\Phi(\beta) = \int_{\beta}^{+\infty} f(X) dX. \quad (8)$$

Será utilizado um método probabilístico aproximado para se resolver essa integral. Os métodos aproximados simplificam as relações funcionais entre as variáveis de estado e o problema. Nesse sentido, a probabilidade de falha é uma aproximação relacionada à como foi construído o modelo matemático. O FOSM foi usado devido à sua simplicidade e sua eficiência. Para desenvolver esse método somente os dois primeiros momentos são necessários, ou seja, a média e o desvio padrão.

#### A. FOSM

O “Método de Primeira Ordem, Segundo Momento” FOSM é usado na análise de confiabilidade de estruturas. A média e variância aproximadas de  $z$  são estimadas usando-se as médias de  $\bar{X}_i$  e as variâncias  $\sigma_z^2$  ou coeficientes de variação ( $CV$ ) das variáveis aleatórias básicas  $X_i$ 's. Expandindo  $g(X)$  em série de Taylor, usando os valores das médias de  $X_i$ 's e truncando os termos lineares das séries, a média aproximada da primeira ordem e a variância de  $z$  pode ser mostrada abaixo:

$$\bar{z} \cong g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m); \quad (9)$$

$$\sigma_z^2 \cong \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \cdot \left( \frac{\partial g}{\partial X_j} \right) \text{Cov}(X_i, X_j) \right]. \quad (10)$$

As derivadas parciais de  $g(X)$  são calculadas usando os valores médios de todos os parâmetros. Na equação (10)  $\text{Cov}(X_i, X_j)$  é a covariância entre  $X_i$  e  $X_j$ . Esta formulação tem algumas imperfeições e gera resultados confiáveis quando as variáveis  $X_i$ 's têm distribuição normal e quando a função é linear  $g(X)$ . (Souza e Carvalho, 2001).

### IV. METODOLOGIAS DE OBTENÇÃO DO CARREGAMENTO ESTÁTICO

Foram estudadas duas metodologias para se obter o carregamento estático sobre a pá de hidroturbina Kaplan da UHE Coaracy Nunes, gerador 3. Ambas foram utilizadas para que, através da comparação dos resultados, se pudesse escolher uma metodologia prática e econômica de se estimar o campo de pressões estático sobre a pá da turbina. A Tabela 1 mostra o regime de operação do hidrogenerador estudado. Os dados foram obtidos do Manual Voith-Hydro-UHE Coaracy Nunes, 1998.

#### A. Análise Numérica com o software CFX

A simulação foi realizada pelo LEA, Laboratório de Energia e Ambiente, com o software comercial CFX 5.5.1. A simulação é baseada no método dos volumes finitos, com uma malha de elementos hexaédricos gerado pelo ICFM CFD 4.2.2 (Moura, 2003). A geometria do rotor e das pás pode ser vista na Fig. 2.

TABELA 1  
REGIME DE OPERAÇÃO DA TURBINA ESTUDADO

Regime de Operação		Características da Turbina	
Potência Nominal	29.5 MW	Altura do estator	2.78 m
Queda Nominal	21.9 m	Altura do Distribuidor	1.703 m
Vazão Nominal	143 m <sup>3</sup> /s	Inclinação da Pá	13°
		Abertura do Distribuidor	67.5°

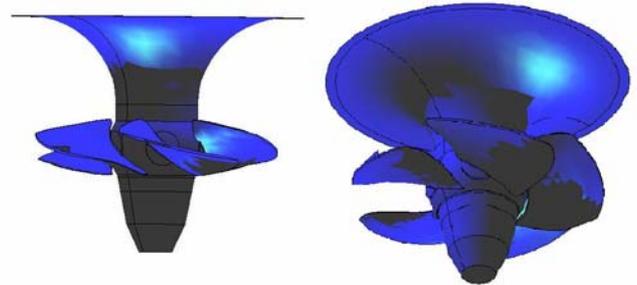


Figura 2. Geometria do rotor e das pás.

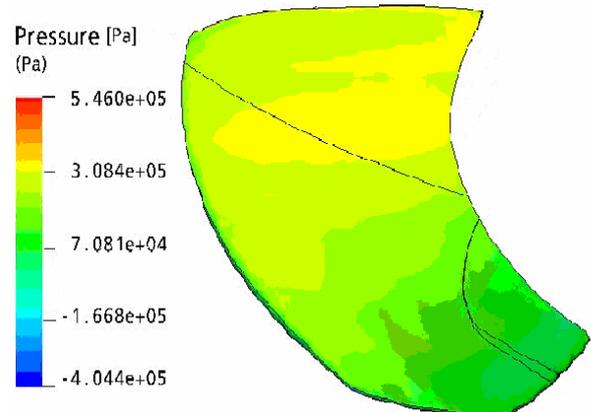


Figura 3. Campo de pressão obtido pela simulação CFD.

#### B. Metodologia Analítica

Para a metodologia analítica os dados foram obtidos a partir de um roteiro clássico para o dimensionamento de rotores axiais (Bran e Souza, 1991). A distribuição de pressão foi obtida para as turbinas parciais resultantes de cortes na geometria original da pá. O software Xfoil<sup>1</sup> foi usado para se simular os perfis aerodinâmicos correspondentes às turbinas parciais e estas pressões foram extrapoladas para toda superfície da pá (Mamiya and Souza, 2004). O campo de pressões sobre a pá ara a condição estudada pode ser visto na Fig. 4.

<sup>1</sup> O Xfoil é um código de análise de perfis aerodinâmicos sob regime subsônicos desenvolvido por Mark Drela. É um código de licença livre da GNU e pode ser baixado em: <http://raphael.mit.edu/xfoil>.

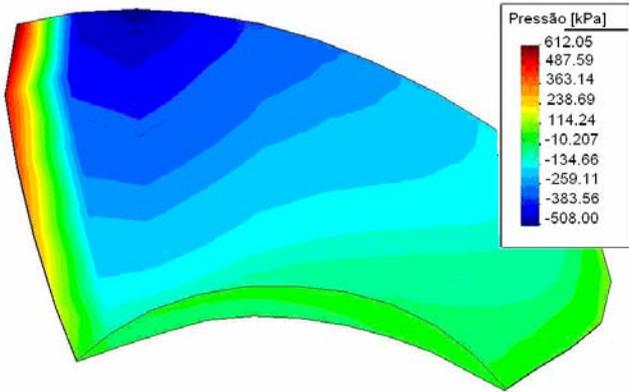


Figura 4. Campo de pressões (kPa) para a condição estudada.

### C. Comparação dos campos de pressão obtidos

Quinze pontos sobre a superfície da pá foram escolhidos, como mostrado na Fig. 5. O gradiente de pressão entre o infradorso e o extradorso da pá foi comparado para cada um dos pontos. A figura 10 mostra um gráfico com os gradientes de pressão para os pontos estudados e também a diferença percentual entre os gradientes obtidos para as duas metodologias de acordo com (12).

$$diff. = \frac{\Delta P_{anal.} - \Delta P_{CFX}}{\Delta P_{anal.}} \cdot 100 \quad (12)$$

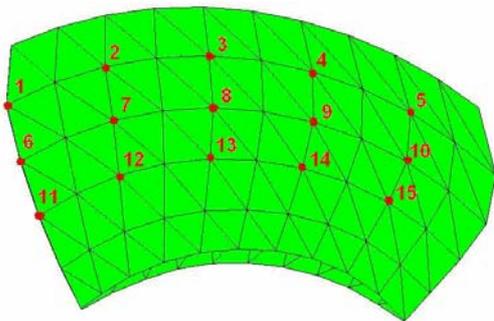


Figura 5. Pontos escolhidos para comparação local entre os gradientes de pressão.

As maiores diferenças de resultados ocorreram para os pontos 2, 7 e 12. Isso pode ser explicado pela dificuldade de se obter os valores exatos de pressão para a região de estagnação para os resultados da simulação no CFX. A pressão utilizada corresponde à pressão interpolada para a face do elemento finito mais próximo ao ponto selecionado. A região de estagnação também é a região com os maiores gradientes de pressão na superfície da pá. Observando-se as Figs. 3 e 4, a máxima pressão é de 546 kPa para a simulação CFX e de 513 kPa para a metodologia analítica, ambas na região de estagnação no bordo de ataque.

### D. Malha de Elementos Finitos Gerada no GiD

A malha de elementos tetraédricos, isoparamétricos de quatro nós foi gerada no software GiD. GiD é um pré e pós-processador para ser usado com códigos de elementos finitos. O refinamento das malhas utilizadas foi enfatizado nas bordas da pá e na região próxima ao munhão. Níveis diferentes de refinamento foram testados, uma vez que a qualidade da malha interfere na precisão da interpolação

para os carregamentos. As malhas obtidas podem ser vistas na Fig. 7 e suas características na Tabela 2.

TABELA 2  
CARACTERÍSTICAS DAS MALHAS

	Simulação CFX	Metodologia Analítica
Número de Elementos	9649	10364
Número de Nós	2904	3102

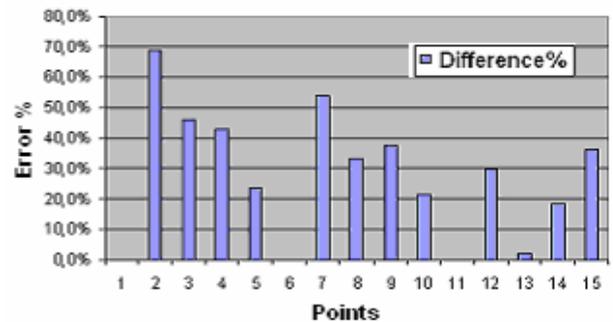
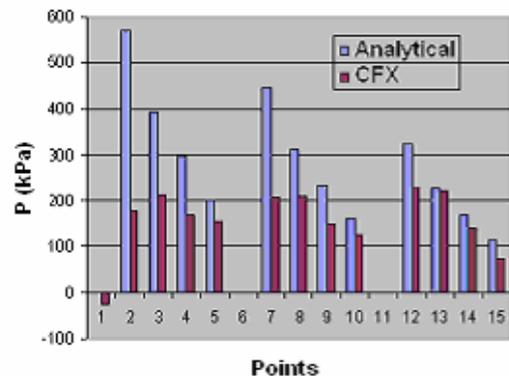


Figura 6. Gradiente de pressão e diferença percentual em cada ponto, de acordo com (12).

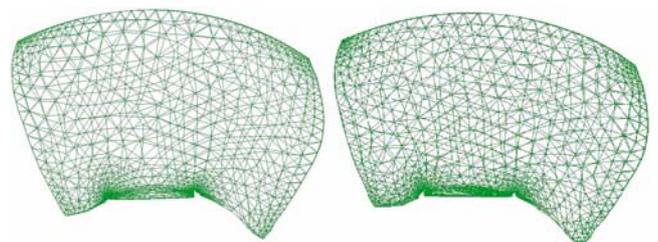


Figura 7. Malha com 2904 nós à esquerda e malha com 3102 nós à direita.

### V. ANÁLISE TRANSIENTE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As malhas de elementos finitos apresentadas foram utilizadas na análise através do método dos elementos finitos com o software ANSYS. Foi usado o elemento Solid 72 do ANSYS, que é tetraédrico de quatro nós, isoparamétrico, com seis graus de liberdade por nó. Para a análise transiente, uma condição extrema de carregamento foi simulada, aplicando-se os campos de pressão estáticos obtidos de modo subido no instante  $t=0$ . O carregamento aplicado

na forma de uma função degrau simula um golpe de ariete. Este é um modo conservativo de se estimar a resistência da pá, considerando que esta condição dificilmente ocorre na prática. O carregamento é aplicado sobre a pá no instante  $t=0$  e mantido sobre a pá até  $t=1$ , como mostrado na Fig. 8. O passo de integração usado dói de 0,01 s, totalizando 100 iterações. Para a análise um amortecimento do meio de  $\zeta=0.05$  foi considerado.

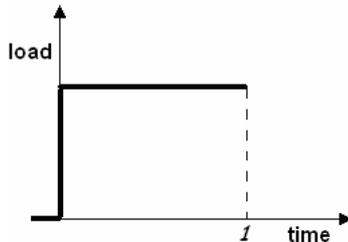


Figura 8. Função degrau correspondente ao carregamento aplicado na análise transiente.

#### A. Análise Transiente com o Carregamento Obtido Através da Simulação CFD

Para esta análise as maiores tensões foram observadas no tempo 0,18 s e para o nó 754, elemento 1645. A Figura 9 mostra a história de tensões para os nós do elemento 1645. A Figura 10 mostra o campo de tensões na pá para o instante 0,18 s, e a Fig. 11 mostra o entalhe onde ocorre a concentração de tensão. As tensões equivalentes de Von Mises para o nó 754 foram consideradas parâmetros de demanda para as análises de confiabilidade através dos modos de falha estático por escoamento e fadiga.

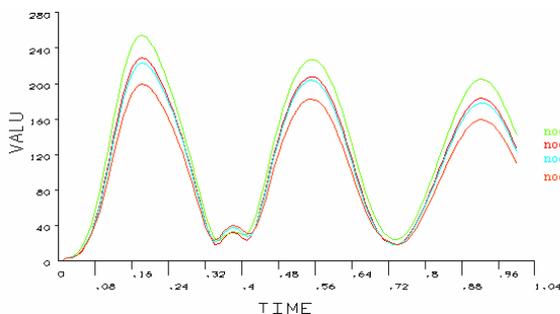


Figura 9. Histórias de tensões equivalentes de Mises para os nós do elemento 1645.

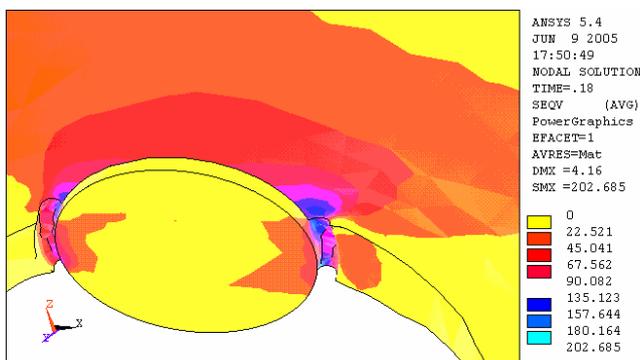


Figura 10. Campo de tensões de Mises sobre a pá para tempo 0,18 s (MPa).

#### B. Análise Transiente com o Carregamento Obtido Através da Metodologia Analítica

Para esta análise as maiores tensões foram observadas no tempo 0,18 s e para o nó 728, elemento 2192. A Figura 12 mostra a história de tensões para os nós do elemento 2192. A Figura 13 mostra o campo de tensões na pá para o instante 0,18 s, e a Fig. 14 mostra o entalhe onde ocorre a concentração de tensão. As tensões equivalentes de Von Mises para o nó 728 foram consideradas parâmetros de demanda para as análises de confiabilidade através dos modos de falha estático por escoamento e fadiga.

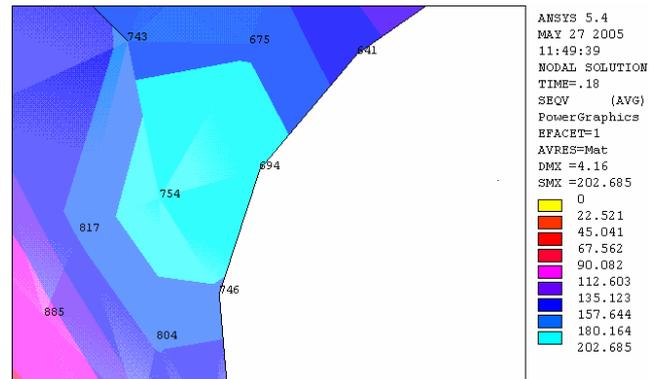


Figura 11. Detalhe da concentração de tensões no entalhe, tensões Mises em MPa.

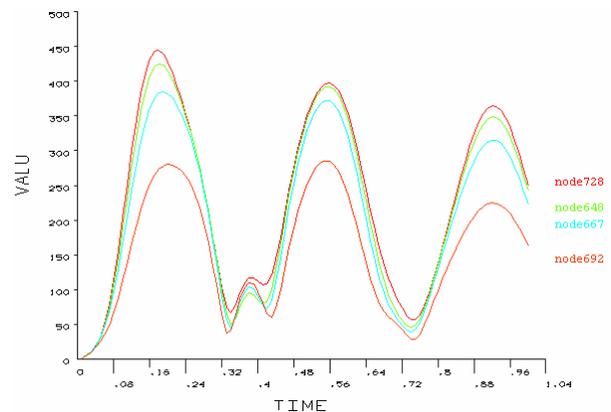


Figura 12. Histórias de tensões equivalentes de Mises para os nós do elemento 2192.

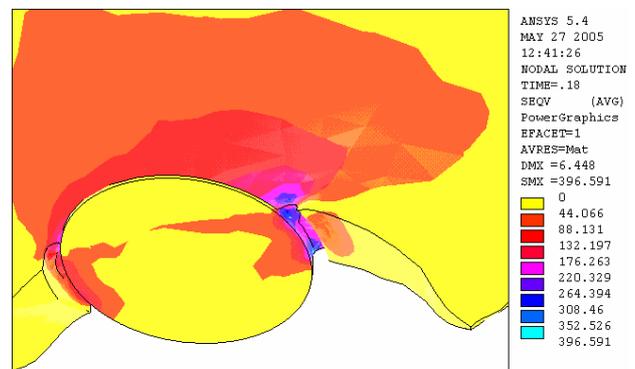


Figura 13. Campo de tensões de Mises sobre a pá para tempo 0,18 s (MPa).

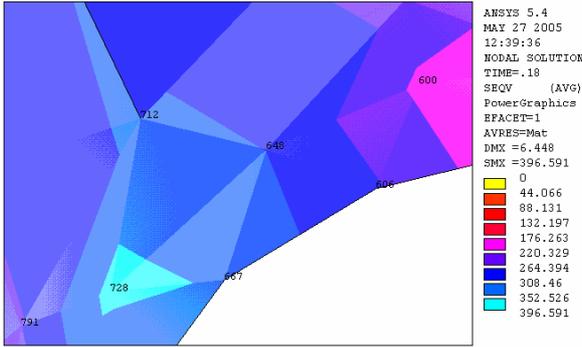


Figura 14. Concentração de tensões no entalhe, tensões Mises em MPa.

## VI. ANÁLISE DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL

### A. Determinação das Propriedades do Material da Pá

As pás da turbina são feitas de aço DIN EN 10283 fornecida pela Voith Siemens do Brasil. As propriedades mecânicas desse material foram obtidas através de testes de laboratório no Laboratório de Testes Mecânicos do Departamento de engenharia Mecânica da UnB, segundo as normas ASTM / E 468-90 (ASTM, 1990) e ASTM E - 739/91 (ASTM,1991). As propriedades mecânicas foram caracterizadas por um valor médio e um coeficiente de variação. Os valores obtidos foram:  $S_{rt}=(890; 0,15)$ [MPa];  $S_y=(637; 0,15)$  [MPa];  $S'_n=(814, 0,84)$  [MPa]. Considerando-se os fatores de Marin relacionados às condições específicas da pá e seu entalhe, o limite de resistência a fadiga do aço DIN EN 10283 sob condições reais de carregamento para a pá da turbina pode ser escrito como:  $(\bar{S}_n, \sigma_{s_n})=(1; CV_{S_n})\bar{S}_n=(1; 0,13) 308,85$  [MPa].

### B. Modo de Falha Estático

Para o modo de falha estático a função de estado limite  $G(X)$ , pode ser escrita como (13).

$$MS = G(X) = \bar{C} - \bar{D}. \quad (13)$$

Considerando o limite de escoamento como a capacidade e as tensões máximas de Von Mises obtida nas análises transientes para cada metodologia como a demanda, a margem de segurança pode ser escrita por:

$$MS = G(X) = \bar{S}_y - \bar{\sigma}_{eq} \quad (14)$$

A média em segunda ordem a variância em primeira ordem serão usadas. Todos os parâmetros foram considerados variáveis aleatórias com distribuição normal. Usando se (14) em (9), têm-se:

$$\bar{z} = G(\bar{S}_y, \bar{\sigma}_{eq}) = \bar{S}_y - \bar{\sigma}_{eq} \quad (15)$$

Substituindo (14) em (10) e considerando todas variáveis não correlatas, (16) pode ser escrita por:

$$\sigma_z^2 = \left( \frac{\partial G}{\partial S_y} \right) \cdot \text{var}(S_y) + \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma_{eq}} \right) \cdot \text{var}(\sigma_{eq}). \quad (16)$$

Relembrando que a variância é uma variável aleatória e pode ser escrita por:

$$\text{var}(X) = \sigma_X^2 = (CV_X \cdot \bar{X})^2; \quad (17)$$

E que as derivadas parciais das variáveis em relação a  $G(X)$  são 1 e -1 tem-se:

$$\sigma_z^2 = (CV_{S_y} \cdot \bar{S}_y)^2 + (CV_{\sigma_{eq}} \cdot \bar{\sigma}_{eq})^2. \quad (18)$$

As tensões máximas de Mises e os nós onde ocorrem para as análises transientes realizadas são mostrados na Tabela 3. Considerando as propriedades do material, a confiabilidade da pá foi calculada segundo o critério de falha estático por escoamento. A Tabela 4 apresenta os parâmetros da função z calculada, a confiabilidade e o fator de segurança tradicional para a pá.

TABELA 3  
TENSÕES MÁXIMAS DE MISES OBTIDAS PARA AS ANÁLISES TRANSIENTES

Método	$\bar{\sigma}_{eq}$ (MPa)	Tempo (s)	Nó	Elem.
CFX	254,628	0,18	754	1645
Análítico	444,920	0,18	728	2192

TABELA 4  
PARÂMETROS USADOS NA ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE DA PÁ

Estatísticas	Método	
	CFX	Análítico
$\bar{Z}$	382,372	192,08
$\sigma_z$	95,55	95,55
$CV_z$	0,249	0,497
$\beta_z$	4,00	2,01
Confiabilidade (%)	99,9968	97,7784
F.S.	2,50	1,43

### C. Modo de Falha por Fadiga

A história de tensões na área do entalhe é caracterizada por um carregamento cíclico com média não nula. A existência do componente estático na história de tensões reduz a amplitude do componente alternado. Os modelos de Goodman e Gerber foram usados segundo (19) e (20):

$$\frac{S_a}{S_n} + \frac{S_m}{S_{rt}} = 1; \quad (19)$$

$$\frac{S_a}{S_n} + \left( \frac{S_m}{S_{rt}} \right)^2 = 1. \quad (20)$$

$S_a$  e  $S_m$  são os pares de tensão alternada e média no elemento estrutural para certa vida,  $S_n$  e  $S_{rt}$  são respectivamente os limites de resistência à fadiga e o limite de resistência. As condições de carregamento que geram os pares  $(\sigma_a, \sigma_m)$  são definidas como a função demanda e (19) e (20) definem a função capacidade, e assim, a função de estado limite  $G(X)$  pode ser escrita:

$$MS = G(X) = \bar{C} - \bar{D}. \quad (21)$$

$MS$  é a margem de segurança, a diferença entre  $\bar{C}$  e  $\bar{D}$ , a distância dos pares ordenados  $(S_a, S_m)$   $(\sigma_a, \sigma_m)$  da origem do sistema de coordenadas, como mostrado na Fig. 15. A relação funcional dos componentes dos pares  $(S_m, S_a)$  e  $(\sigma_m, \sigma_a)$  é expressa por (22).

$$S_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \cdot S_m. \quad (22)$$

Em termos de  $S_n, S_{rt}$ , e de (11), os componentes  $S_a$  e  $S_m$  serão escritos considerando-se o modelo de Goodman, (23a) e (23b), e o modelo de Gerber, (24a) e (24b).

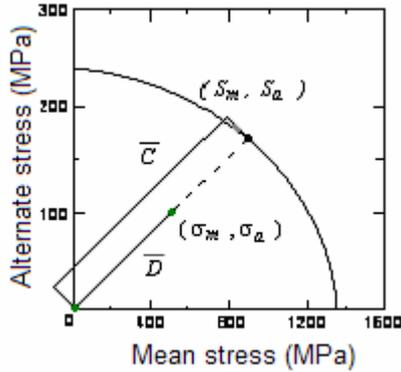


Figura 15. Caracterização geométrica das funções capacidade e demanda.

$$S_m|_{Gdm} = \frac{\sigma_m}{\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_{rt}}}; \quad (23a)$$

$$S_a|_{Gdm} = \frac{\sigma_a}{\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_{rt}}}; \quad (23b)$$

$$S_m|_{Grb} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_n} \right)^2 + 4 \cdot S_{rt}^2} - \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_n} \right]; \quad (24a)$$

$$S_a|_{Grb} = \frac{\sigma_a}{2 \cdot \sigma_m} \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_n} \right)^2 + 4 \cdot S_{rt}^2} - \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_n} \right]. \quad (24b)$$

As funções de estado limite são, respectivamente:

$$G(X)_{Gdm} = \sqrt{S_m|_{Gdm}^2 + S_a|_{Gdm}^2} - \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_a^2}; \quad (25a)$$

$$G(X)_{Grb} = \sqrt{S_m|_{Grb}^2 + S_a|_{Grb}^2} - \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_a^2}. \quad (25b)$$

A técnica FOSM foi utilizada por substituição direta das equações desenvolvidas nessa seção em (10) e (11). Os resultados obtidos para a análise transiente foram usados para caracterizar a função demanda. A função capacidade é determinada pelas propriedades do material e pelas tensões médias e alternadas que atuam sobre a pá. Todos os parâmetros foram considerados variáveis aleatórias com distribuição normal. A Tabela 5 mostra os parâmetros das funções capacidade e demanda utilizada.

A confiabilidade da pá foi calculada para os critérios de Goodman e gerber pela técnica FOSM. O fator de segurança foi calculado de acordo com (21) para as equações deduzidas para ambos os critérios. A Tabela 6 mostra os parâmetros da função  $z$  calculada, a confiabilidade e o fator de segurança tradicional da pá para os critérios estudados.

TABELA 5  
PARÂMETROS DAS FUNÇÕES CAPACIDADE E DEMANDA

Método	Node	Elem.	$\sigma_{máx}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_m$ (MPa)	$\bar{\sigma}_a$ (MPa)
CFX	754	1645	254,63	22,87	138,75	115,88
Analítico	728	2192	444,92	66,22	255,57	189,35

#### D. Análise dos Resultados

A hidroturbina Kaplan estudada deve ser vista como um sistema composto de 5 pás. A falha de uma única pá traria efeitos catastróficos para todo sistema hidro gerador. Nesse sentido, a confiabilidade do hidro gerador é a confiabilidade de um sistema de 5 pás em série. A Tabela 7 mostra a confiabilidade do rotor de acordo com os critérios de falha estudados. As confiabilidades obtidas a partir do

carregamento da simulação CFD são menos conservativos que os obtidos através da metodologia analítica. Os fatores de segurança tradicionais não refletem, para todos os casos, a confiabilidade baseada em métodos probabilísticos. Para o modo de falha estático por escoamento e simulação CFD um fator de segurança F.S.=2,5 foi observado, e para o critério de Gerber um fator de segurança F.S.=2,317 foi obtido.

TABELA 6  
PARÂMETROS UTILIZADOS NA ESTIMATIVA DE  
CONFIABILIDADE DA PÁ

Estatísticas	Método			
	Goodman		Gerber	
	CFX	Analítico	CFX	Analítico
$\bar{Z}$	159,606	35,248	238,151	119,699
$\sigma_z$	34,668	35,556	44,327	44,164
$CV_z$	0,217	1,009	0,186	0,377
$\beta_z$	4,60	0,99	5,37	2,65
Conf. (%)	0,999998	0,83923	0,999999	0,99597
F.S.	1,883	1,111	2,317	1,376

Comparando-se as confiabilidades para o mesmo caso, o critério de Gerber fornece maiores confiabilidades. Como era de se esperar, a metodologia analítica é mais conservativa e apresenta as menores confiabilidades, especialmente para o critério de Goodman. A metodologia analítica forneceu resultados mais conservativos para todos os critérios de falha. De modo geral, a critério de Gerber forneceu as maiores confiabilidades.

TABELA 7  
CONFIABILIDADES E F.S. PARA O SISTEMA ROTOR

Critério	Método	$\beta_z$	Conf. (1 pá)	Conf. (rotor)	F.S.
Tensão de	CFX	4,00	0,999968328	0,99984165	2,500
Escoamento	Metodologia Analítica	2,01	0,977784405	0,893748923	1,430
Goodman	CFX	4,60	0,999997926	0,99998963	1,883
	Metodologia Analítica	0,99	0,839236817	0,416315557	1,111
Gerber	CFX	5,37	0,999999961	0,999999805	2,317
	Metodologia Analítica	2,65	0,995978979	0,980055932	1,376

## VII. CONCLUSÕES

Uma metodologia completa para se determinar a integridade estrutural de uma pá de hidroturbina Kaplan foi apresentada nesse trabalho, da definição do carregamento até a modelagem dos critérios de falha por técnicas probabilísticas e a caracterização dos parâmetros de capacidade e demanda. As diferenças de confiabilidades para um mesmo critério e para as diferentes metodologias de obtenção do carregamento são atribuídas à natureza dos procedimentos e hipóteses restritivas de cada metodologia. A simulação CFD é mais complexa e precisa, porém, para se obter resultados consistentes é necessário haver não somente conhecimento do problema físico, mas também das ferramentas computacionais disponíveis para se executar a simulação. Se os recursos para a realização de uma simulação CFD não são disponíveis, a metodologia analítica se mostra uma alternativa prática e barata, que provém resultados mais conservativos. Nesse caso particular, faltam dados experimentais e de campo para se determinar com precisão qual das duas metodologias é mais adequada. Uma vez que os mecanismos que geram carregamentos cíclicos nesse tipo de pá de hidroturbina são conhecidos, a mesma metodologia apresentada aqui pode ser usada para se desenvolver modelos mais precisos para prever a confiabilidade da estrutura e sua vida à fadiga baseados em

técnicas probabilísticas.

## VIII. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bran, R., Souza, Z., 1991. *Máquinas de Fluxo*. Ed. Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro.
- [2] Harr, M. E., 1987. *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. Dover Publications, Inc., New York.
- [3] Mamiya E. N., Souza C., 2004. *Relatório Parcial do Projeto UnB/Eletronorte Fadiga de Máquinas Rotativas, Incorporação dos Modelos de Fadiga Multiaxial ao Programa de Elementos Finitos*. Grupo de Mecânica dos Materiais, Dep. de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília.
- [4] Marin, Joseph, 1962. *Mechanical Behavior of Engineering Materials*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., p. 224.
- [5] Moura, M. D. 2003. *Assessment of Turbulence Modeling for CFD Simulation in Hydroturbines: Draft Tube*, 0843, 17<sup>th</sup>COBEM.
- [6] Pereira, R. de M. 2003. *Meshless Interpolation Applied to Fluid Structure Interaction*, 0917, 17<sup>th</sup>COBEM.
- [7] Shen, W., Soboyejo, W. O., 2001. *Probabilistic Modeling of Fatigue Crack Growth in T1 – 6 Al – 4V*, International Journal of Fatigue, vol ?, May.
- [8] Souza, W. R. M. e Carvalho, G. N. D., 2001. Propagação de Fissuras em Vigas Submetidas a Diferentes Estados de Carregamento, Tese de Mestrado, Universidade de Brasília.
- [9] Manual Voith-Hydro-UHE Coaracy Nunes, 1998. Máquina 3 .