

# Sistema Especialista para Análise da Contingência em Sistemas de Subtransmissão 34,5 kV

F. Gruppelli Jr., J. Omori – COPEL

L. Magatão, S.L. Stebel, F. Neves Jr., L.V.R. Arruda, R. Lüders, C.A. Luguesi, R.A. Tomita, R.L. Urzedo, J.P.D. Massignan, - CEFET

**Resumo-** Este trabalho propõe um modelo matemático de auxílio à tomada de decisão para reconfiguração de sistemas de subtransmissão de 34,5 kV. Atualmente a determinação de uma reconfiguração do sistema de subtransmissão, quando ocorre uma contingência, é baseada na experiência de profissionais. Na prática o que ocorre é a análise de poucas alternativas, não sendo possível considerar todos os aspectos envolvidos. Para preencher esta lacuna, este trabalho propõe um modelo de programação inteira mista (não linear) que contemple vários objetivos como: o número de consumidores desligados, manobras de chaves de acordo com preferências operacionais e minimizar o número de manobras efetuadas. Um estudo da reconfiguração de parte de um sistema de subtransmissão da região metropolitana de Curitiba-PR foi realizado, demonstrando o potencial do modelo desenvolvido para auxiliar no processo de tomada de decisões operacionais.

**Palavras-chave**— programação matemática, reconfiguração, sistema de subtransmissão.

## I. INTRODUÇÃO

A continuidade do fornecimento de energia elétrica aos consumidores é um dos objetivos primários das concessionárias. Contudo, quando a energia é interrompida, há necessidade de se restabelecer o sistema de fornecimento de forma a contemplar uma série de fatores, tais como:

- minorar o número de manobras envolvidas no restabelecimento da rede;
- evitar sobrecargas em equipamentos e linhas;
- manter as condições físicas de radialidade do sistema elétrico;
- recompor a maior quantidade possível de cargas.

A análise de alternativas de reconfiguração, quando da ocorrência de um defeito num ponto qualquer da rede, é um

problema de decisão complexo (Nagata et al., 1995). Do ponto de vista da análise da contingência, os sistemas de subtransmissão e transmissão apresentam as mesmas características dos sistemas de distribuição, mudando apenas os níveis de tensão e corrente envolvidos. Ainda segundo Nagata et al. (1995) este problema de decisão pode ser tratado em dois passos sequenciais:

- determinar uma configuração ótima do sistema;
- obter uma seqüência de operações (abertura/fechamento de chaves) a ser efetuada.

Este trabalho tem como foco o primeiro passo, ou seja, a determinação de uma reconfiguração do sistema quando ocorrer uma contingência num sistema de subtransmissão de 34,5kV. Os métodos encontrados para resolver este tipo de problema são classificados em quatro tipos (Nagata et al., 2000):

- heurísticos;
- baseados no conhecimento;
- inteligência computacional (redes neurais, algoritmos genéticos, sistemas *fuzzy*);
- programação matemática.

Em Programação Matemática o problema de determinar uma reconfiguração de um sistema de subtransmissão de energia elétrica pode ser formulado através de um modelo de Programação Inteira Mista (PIM). As variáveis binárias são utilizadas para representar as cargas atendidas e também pelo circuito que interliga a fonte até a carga. As variáveis contínuas são utilizadas para representar níveis de tensão, potências, etc. O tempo computacional para a determinação da reconfiguração tem crescimento exponencial (Nagata et al., 2000), e uma formulação adequada é fundamental para a obtenção de modelos que apresentem tempos computacionais aceitáveis (alguns minutos).

Bretas et al. (2001) destacam os principais objetivos em um plano de restabelecimento de energia elétrica:

- número reduzido de operações de chaveamento;
- pequeno número de consumidores sem energia;
- ausência de elementos sobrecarregados.

Este trabalho propõe um modelo em PIM, tendo como objetivo base a redução do número de consumidores a serem desligados, respeitando-se restrições de carregamento de condutores e níveis de tensão.

## II. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

### A. Modelo Matemático

A obtenção de um grafo mínimo, também chamado de rede local, é uma importante consideração na modelagem do problema. O grafo mínimo é uma parte da rede completa de subtransmissão que inclui um número reduzido de elementos (fontes e cargas) capazes de reconfigurar o sistema (Ciric e Popovic, 2000). O tamanho do grafo mínimo, ou melhor, o número de elementos depende muito do local da contingência, sendo comumente limitado por um raio de alguns quilômetros em torno da contingência. A utilização deste grafo mínimo reduz drasticamente o tamanho do problema e conseqüentemente a carga computacional. É importante destacar que a utilização do grafo mínimo não compromete a qualidade da resposta, apenas reduz a distância entre um modelo teórico e a realidade prática.

O problema de reconfiguração do sistema de energia elétrica foi representado como um grafo, onde os nós representam: fontes, cargas ou nós de passagem. As arestas representam a conexão física entre os elementos (fontes, cargas ou nós de passagem). Através desta conexão é construída uma matriz binária de adjacência ( $Adj$ ), que é utilizada no modelo matemático para obtenção de circuitos factíveis. Os nós de passagem podem representar fisicamente as seguintes situações: carga não atendida, fonte não fornecendo potência, pontos de derivações ou pontos de mudança na bitola do cabo.

Um exemplo ilustrativo de um circuito com duas fontes e sete cargas está genericamente representado por um grafo apresentado na figura 2. Este grafo contém 9 nós e 12 arestas. Neste exemplo a primeira fonte (nó 1) alimenta as cargas (nós) 2, 5 e 7, através das arestas  $A_{1,2}$ ,  $A_{2,5}$ ,  $A_{1,4}$  e  $A_{4,7}$  respectivamente, sendo que o nó 4 é nó de passagem para o nó 7. A segunda fonte (nó 6) alimenta as cargas (nós) 3 e 8, através das arestas  $A_{6,3}$ ,  $A_{6,9}$  e  $A_{9,8}$  respectivamente, sendo que o nó 9 é nó de passagem para o nó 8. Cabe destacar que as arestas possuem uma orientação no sentido do nó de origem ( $o$ ) para o nó de destino ( $d$ ), ou seja, a aresta ( $A_{o,d} \rightarrow A_{1,4}$ ) sai do nó 1 para o nó 4,  $A_{o,d} \neq A_{d,o}$ .

Além da matriz de adjacência, é também utilizada uma matriz binária ( $AI$ ) representando o estado inicial de cada chave: aberta ( $AI = 0$ ) ou fechada ( $AI = 1$ ). Na figura 2 as linhas contínuas representam chaves fechadas e as linhas tracejadas chaves abertas. A matriz ( $AI$ ) não identifica o sentido de fluxo, ou seja,  $AI_{o,d} = AI_{d,o}$ .

As matrizes  $Adj$  e  $AI$  da figura 1 são a seguir apresentadas. Cabe ressaltar que se trata de matrizes esparsas, com  $Adj_{o,d} \neq d$  e  $AI_{o,d} \neq d$ .

$$Adj = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AI = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

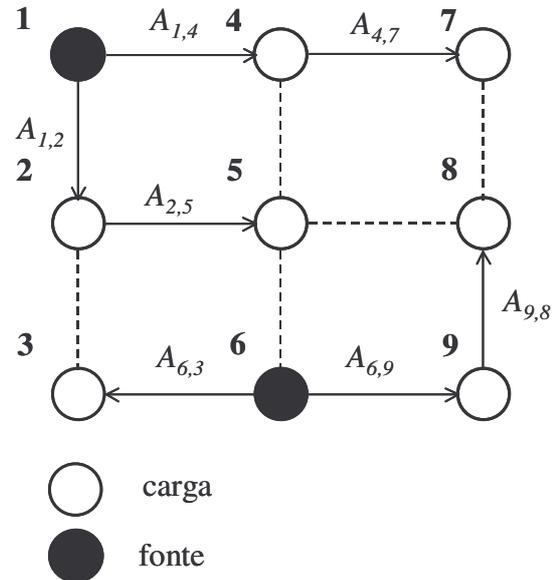


Figura 1 – Grafo do exemplo ilustrativo.

O modelo matemático desenvolvido faz uso de técnicas de PIM.

#### 1) Função Objetivo:

A equação (1) representa uma função objetivo para o modelo matemático desenvolvido. Esta função tem como critério base a maximização do número de cargas atendidas. Desta forma, o modelo de otimização deve satisfazer a uma série de restrições operacionais, atendendo a um número

máximo de consumidores.

$$\max = F^{carga} \cdot \sum_{\substack{d \in NO \\ L_d > 0}} N_d \quad (1)$$

Alternativamente à formulação apresentada pela equação (1), a equação (2) traz uma função objetivo que agrega dois outros fatores a serem ponderados pelo modelo de otimização.

$$\begin{aligned} \max = & F^{carga} \cdot \sum_{\substack{d \in NO \\ L_d > 0}} N_d - \\ & F^{chaves} \cdot \sum_{o \in NO} \sum_{d \in NO} A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} \cdot Custo_{o,d} - \\ & F^{manobras} \cdot \sum_{o \in NO} \sum_{d \in NO} (A_{o,d}^{m1} + A_{o,d}^{m2}) \cdot Adj_{o,d} \end{aligned} \quad (2)$$

O primeiro destes fatores, ponderado pelo fator  $F^{chaves}$ , envolve a manobra de chaves de acordo com preferências operacionais. Tais preferências operacionais são codificadas pela adoção de custos diferenciados ( $Custo_{o,d}$ ) para a realização de uma conexão entre um nó  $o$  e um nó  $d$ . Desta forma, o modelo de otimização deve procurar soluções de reconfiguração da rede onde as chaves com menor custo de operação sejam prioritariamente utilizadas.

O segundo termo agregado à função objetivo, ponderado pelo fator  $F^{manobras}$ , codifica a necessidade de se minimizar o número de manobras efetuadas na rede para atender à situação de contingência. O *status* da rede de subtransmissão logo após a ocorrência da contingência é indicado através do parâmetro  $AI_{o,d}$ . O modelo de otimização deve buscar soluções que minorem a diferença entre o *status* inicial da rede e o *status* final sugerido pelo modelo, e indicado na variável  $A_{o,d}$ . Para a elaboração desta condição a idéia é fazer com que  $|AI_{o,d} - A_{o,d}|$  assumam um valor mínimo. A equação (3), juntamente com a função objetivo (2), estabelecem a minimização do módulo da diferença entre a condição inicial da rede ( $AI_{o,d}$ ) e a condição final ( $A_{o,d}$ ) em uma abordagem de Programação Linear Inteira Mista.

$$A_{o,d} - AI_{o,d} = A_{o,d}^{m1} - A_{o,d}^{m2} \quad \forall (o,d) \in AR \quad (3)$$

### Restrições:

O modelo matemático desenvolvido está sujeito a uma série de restrições operacionais, indicadas nas expressões (4) a (23).

A inequação (4) indica que a potência fornecida por todas as fontes presentes na rede deve ser menor que a potência consumida pelas cargas.

$$\sum_{\substack{o \in NO \\ L_o < 0}} L_o + \sum_{\substack{d \in NO \\ L_d > 0}} L_d \cdot N_d \leq 0 \quad (4)$$

A inequação (5) indica que cada fonte possui um limite máximo de potência que pode entregar à rede.

$$\sum_{d \in NO} I_{o,d} \cdot TN \cdot Adj_{o,d} \leq -L_o \quad \forall o \in NO \mid L_o < 0 \quad (5)$$

A inequação (6) indica que existe um limite máximo de corrente suportado por cada trecho da rede que conecta nós adjacentes.

$$I_{o,d} - I_{o,d}^{\max} \cdot Adj_{o,d} \leq 0 \quad \forall (o,d) \in AR \quad (6)$$

Por definição, a rede de subtransmissão é conectada de forma radial. Desta forma, se um nó for atendido então somente uma conexão de aresta deve prover a alimentação para este nó. As inequações (7), (8) e (9) estabelecem a condição de radialidade. Em especial, a inequação (9) indica que cada nó é alimentado por, no máximo, um único trecho de rede.

$$\sum_{o \in NO} A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} - 1 \leq M \cdot (1 - N_d) \quad \forall d \in NO \mid L_d \geq 0 \quad (7)$$

$$\sum_{o \in NO} A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} - 1 \geq -M \cdot (1 - N_d) \quad \forall d \in NO \mid L_d \geq 0 \quad (8)$$

$$\sum_{o \in NO} A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} \leq 1 \quad \forall d \in NO \quad (9)$$

A inequação (10) impede a geração de “ciclos” de alimentação entre nós adjacentes.

$$A_{o,d} + A_{d,o} \leq 1 \quad \forall (o,d) \in AR \quad (10)$$

A inequação (11) estabelece que só pode haver conexão entre nós que sejam adjacentes.

$$A_{o,d} \leq Adj_{o,d} \quad \forall (o,d) \in AR \quad (11)$$

A equação (12) impede que um nó  $o$  tente prover alimentação a uma fonte ativa, representada por um nó  $d$ .

$$\sum_{o \in NO} A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} = 0 \quad \forall d \in NO \mid L_d < 0 \quad (12)$$

As inequações (13) e (14) estabelecem que se uma aresta está inativa ( $AR_{o,d} = 0$ ), então não pode haver corrente circulando por este trecho da rede.

$$I_{o,d} \leq M \cdot A_{o,d} \cdot Adj_{o,d} \quad \forall (o,d) \in AR \quad (13)$$

$$I_{o,d} \geq -M \cdot A_{o,d} \cdot Adj_{j,d} \quad \forall (o,d) \in AR \quad (14)$$

A inequação (15) estabelece que se uma aresta está ativa ( $A_{o,d} = 1$ ), então deve haver corrente circulando por este trecho da rede. Esta restrição também evita que arestas sejam conectadas a cargas inativas.

$$I_{o,d} \geq (-M - \varepsilon) \cdot (1 - A_{o,d} \cdot Adj_{j,d}) + \varepsilon \quad \forall (o,d) \in AR \quad (15)$$

As inequações (16) e (17) indicam que, se o trecho de rede que conecta um nó  $o$  a um no  $d$  estiver ativo ( $A_{o,d} = 1$ ), então a Lei de Ohm no trecho deve ser respeitada. Desta forma, a tensão no nó de destino ( $T_d$ ) deve ser igual à tensão no nó de origem ( $T_o$ ) menos a queda de tensão ocorrida no trecho de rede.

$$T_d - T_o + Z_{o,d} \cdot I_{o,d} \leq M(1 - A_{o,d}) \quad \forall (o,d) \in AR (L_d \geq 0) \wedge (Adj_{j,d} = 1) \quad (16)$$

$$T_d - T_o + Z_{o,d} \cdot I_{o,d} \geq -M(1 - A_{o,d}) \quad \forall (o,d) \in AR (L_d \geq 0) \wedge (Adj_{j,d} = 1) \quad (17)$$

A equação (18) estabelece um balanço de corrente em cada nó consumidor da rede. Desta forma a corrente que entra deve ser igual à corrente consumida no nó, mais o somatório das correntes que saem deste nó. É importante ressaltar que a equação (18) constitui uma restrição não linear, pois o termo  $N_d/T_d$  é composto pela divisão de uma variável binária por uma variável contínua.

$$\sum_{o \in NO} I_{o,d} \cdot Adj_{o,d} = L_d \cdot \frac{N_d}{T_d} + \sum_{o \in NO} I_{d,o} \cdot Adj_{d,o} \quad \forall d \in NO \mid L_d \geq 0 \quad (18)$$

A equação (19) demonstra que nós fonte possuem uma tensão nominal igual ao valor apresentado pelo parâmetro  $TN$ .

$$T_o = TN \quad \forall o \in NO \mid L_o < 0 \quad (19)$$

A inequação (20) estabelece que a tensão nos nós consumidores deve ser inferior à tensão nominal apresentada pelo parâmetro  $TN$ .

$$T_d < TN \quad \forall d \in NO \mid L_d \geq 0 \quad (20)$$

A inequações (21) indica que quando um nó estiver sendo alimentado ( $N_o = 1$ ), então a tensão nominal do nó ( $T_d$ ) deve ser superior a um limite mínimo, determinado pelo parâmetro  $FQ$ . Para um caso hipotético onde  $TN = 34,5kV$  e  $FQ = 0,91$ , tem-se que a tensão em cada nó consumidor deve estar compreendida na faixa entre Figura 1 – Grafo do exemplo ilustrativo.  $(34,5 \times 0,91)kV \leq T_d \leq 34,5kV$ , ou seja,  $31,4kV \leq T_d \leq 34,5kV$ .

$$T_d - TN \cdot FQ \geq -M \cdot (1 - N_d) \quad \forall d \in l \quad (21)$$

As inequações (22) e (23) estabelecem que quando um nó não está sendo alimentado ( $N_o = 0$ ) a sua tensão nominal deve ser igual a zero.

$$T_d \leq M \cdot N_d \quad \forall d \in NO \quad (22)$$

$$T_d \geq -M \cdot N_d \quad \forall d \in NO \quad (23)$$

Desta forma, através das expressões (1) a (23) foi estabelecido um modelo de Programação Inteira Mista para o problema de reconfiguração de uma rede de subtransmissão representada por um grafo, como ilustrado na figura 2.

## B. Estudo de Caso

Esta seção considera a aplicação do modelo matemático previamente apresentado nas expressões (1) a (23) para o estudo de reconfiguração de parte de um sistema de subtransmissão, localizado na região metropolitana de Curitiba – PR. O grafo mínimo (rede local) representativo de tal parte da rede de subtransmissão é apresentado na figura 2.

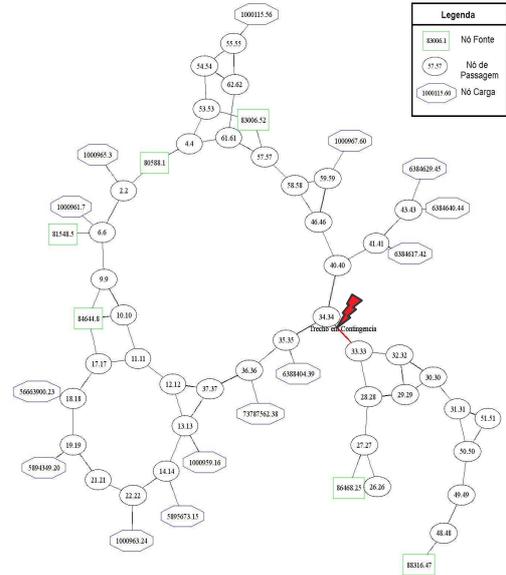


Figura 2 – Grafo mínimo (rede local) do estudo de caso

Nesta figura os nós são designados por dois números inteiros separados por um ponto. Nos nós fonte e de carga, o número inteiro à esquerda do ponto indica a designação que a fonte ou carga recebe nos arquivos da companhia de energia (COPEL); o segundo número inteiro é a designação que o nó recebe quando a rede local é gerada. Os nós de passagem possuem os dois números inteiros idênticos. Na figura 3 é indicada a ocorrência de uma contingência entre os nós 33 e 34.

A figura 3 ilustra o estado inicial da rede local após a ocorrência da contingência entre os nós 33 e 34. A observação da figura 4 permite evidenciar que o nó fonte 1 alimenta

o nó carga 3 através do nó de passagem 2; o nó de passagem 4 também está conectado ao nó fonte 1, mas não alimenta cargas. O nó fonte 5 alimenta o nó carga 7 através do nó de passagem 6; o nó fonte 8 alimenta os nós carga 15, 16, 20, 23 e 24. O nó fonte 25, devido à contingência entre os nós de passagem 33 e 34, deixou de alimentar os nós carga 38, 39, 42, 44 e 45. Além disto, o nó fonte 47 não está alimentando cargas e o nó fonte 52 alimenta os nós carga 56 e 60.

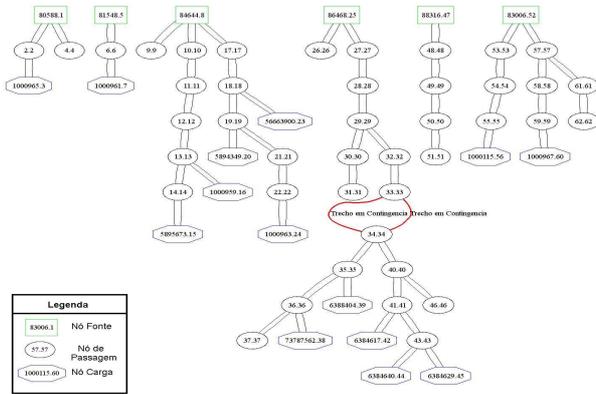


Figura 3 – Rede local quando ocorre a contingência

O cenário da rede local quando ocorre a contingência ( $AI_{o,d}$ ) é utilizado no modelo matemático como parâmetro de entrada, bem como as conexões possíveis que podem ser efetuadas entre nós adjacentes ( $Adj_{o,d}$ ).

A figura 4 ilustra a reconfiguração do sistema de subtransmissão de energia elétrica em caso de contingência sugerida pelo modelo matemático.

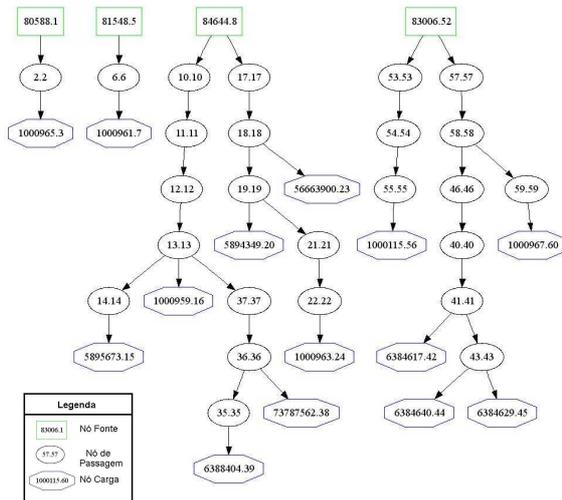


Figura 5 – Reconfiguração do sistema de subtransmissão sugerida pelo modelo matemático.

Esta figura permite evidenciar que as cargas alimentadas pelo nó fonte 25 e que haviam sido interrompidas pela contingência (nós carga 38, 39, 42, 44 e 45 – vide figura 4) foram redistribuídas entre os outros nós fonte da rede, conforme viabilidade física de conexão. Os nós carga 38 e 39

passaram a ser alimentados pelo nó fonte 8; os nós carga 42, 44 e 45 passaram a ser alimentados pelo nó fonte 52. O nó fonte 25, que anteriormente alimentava os nós carga 38, 39, 42, 44 e 45 passa a não mais alimentar cargas. Em particular, a observação da figura 3 permite evidenciar que, com a contingência entre os nós 33 e 34, os nós fonte 25 e 47 não podem alimentar nenhuma carga, pois um trecho de rede que conectava tais nós fonte a qualquer carga foi interrompido ( $Adj_{33,34} = Adj_{34,33} = 0$ ). Como evidenciado na figura 5, o modelo matemático estabeleceu uma reconfiguração do sistema que respeitasse esta interrupção (temporária) da rede de subtransmissão.

No presente estudo de caso, o modelo matemático definido nas expressões (1) a (23) é aplicado sobre o cenário de contingência ilustrado nas figuras 3 e 4. A ferramenta comercial *Extended LINGO/PC Release 8.0* foi empregada para a implementação e a resolução computacional do modelo. Gerou-se, então, um sistema algébrico de programação inteira mista com 3721 variáveis binárias, 11039 variáveis contínuas e 22698 restrições. Tal sistema foi resolvido em 70 segundos em um Pentium IV, 2.4 MHz, 1Gbyte RAM.

### C. Conclusões

O modelo matemático foi concebido a partir da geração de um grafo mínimo que fosse representativo da rede de subtransmissão que sofreu a contingência. A concepção do modelo matemático através da abstração de um grafo representativo da rede de subtransmissão vem se mostrando uma abordagem adequada à representação do problema.

O estado inicial da planta, após a situação de contingência ( $AI_{o,d}$ ) é utilizado no modelo matemático como parâmetro de entrada, bem como as possíveis conexões que podem ser efetuadas entre nós adjacentes ( $Adj_{o,d}$ ). Como resposta o modelo determina quais as conexões que efetivamente devem ser realizadas ( $A_{o,d}$ ), de forma a maximizar uma função objetivo – ver expressões (1) a (3). Diferentes critérios de otimização podem ainda vir a ser incorporados nesta função objetivo. O modelo deve também atender a uma série de restrições operacionais – ver expressões (4) a (23) – onde destaca-se o respeito aos limites de tensão fornecidas às cargas ( $TN \cdot FQ \leq T_d \leq TN$ ). Se for o caso, o modelo matemático deve decidir pelo corte de cargas ( $N_o = 0$ ).

As simulações realizadas em um estudo de caso demonstraram o potencial do modelo desenvolvido para auxiliar o processo de tomada de decisões operacionais, sugerindo alternativas de reconfiguração para um sistema de subtransmissão de energia elétrica em caso de contingência (ver figura 5).

## III. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Periódicos:

- [1] N. G. Bretas, A. C. B. Delbem, e A. de Carvalho. Representação por cadeias de grafo para AG aplicados ao restabelecimento ótimo em sistemas de distribuição radiais. *SBA – Controle & Automação*, Vol.12, n.1, 2001.

- [2] R. M. Ciric, e D. S. Popovic. Multi-objective distribution network restoration using heuristic approach and mix integer programming method. **Electrical Power and Energy Systems, Vol.22, p.497-505, 2000.**
- [3] T. Nagata, H. Sasaki, e R. Yokoyama. Power System Restoration by Joint Usage of Expert System and Mathematical Programming Approach. **IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, n.3, 1995.**
- [4] T. Nagata, S. Hatakeyama, M. Yasuoka, e H. Sasaki. An Efficient Method for Power Distribution System Restoration Based on Mathematical Programming and Operation Strategy. **IEEE Transactions on Power Systems, p.1545-1550, 2000.**