



XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica

SENDI 2008 - 06 a 10 de outubro

Olinda - Pernambuco - Brasil

Uma Ferramenta Computacional para a Resolução do Problema de Fluxo de Carga em Sistemas de Distribuição Baseada no Método da Função Penalidade

Fernando S. Pereira	Vanusa A. de Sousa	Geraldo R. M. da Costa
Universidade de São Paulo - EESC	Universidade de São Paulo - EESC	Universidade de São Paulo - EESC
fpereira@sel.eesc.usp.br	vsousa@sel.eesc.usp.br	geraldo@sel.eesc.usp.br

Palavras-chave fluxo de carga, método de Newton, operação em sistemas de distribuição

Resumo

Este trabalho apresenta uma ferramenta computacional para a resolução do problema de fluxo de carga (FC) em sistemas elétricos radiais ou fracamente malhados para as empresas de distribuição de energia. Baseia-se na associação dos métodos da função penalidade e Newton. O problema do mal condicionamento numérico da matriz Jacobiana do método de Newton é resolvido pela associação com o método da função penalidade. A fim de verificar a eficiência da abordagem proposta foram utilizados os sistemas elétricos de distribuição de 10, 33, 34 e 70 barras, um sistema real de 136 barras e um teste comparativo com métodos clássicos para resolver o problema de FC radial. Em todos os testes, a ferramenta computacional apresentou um desempenho superior em relação aos métodos clássicos.

1. Introdução

O setor elétrico brasileiro vem passando por importantes reformas na sua estrutura, e a principal delas é a mudança do modelo de monopólio para o modelo competitivo, impondo assim novas filosofias de operação e planejamento dos sistemas elétricos, envolvendo a geração, a transmissão e a distribuição de energia elétrica. Esta mudança tem por objetivo beneficiar os consumidores com um aumento na qualidade da energia entregue e na confiabilidade do sistema. Neste contexto, o estudo de FC tem recebido muita atenção das concessionárias de energia elétrica, por ser uma ferramenta básica utilizada pelos centros de controle para determinar os estados e condições operacionais dos sistemas de potência. Conhecendo-se o estado da rede, calculam-se as outras grandezas de interesse, como: os fluxos ativos e reativos nas linhas de distribuição e nos transformadores; as gerações de potências reativas nas barras de controle de reativos; a geração da potência ativa da barra de referência ou *slack*; perdas de potência ativa no sistema; entre outras. Basicamente, as metodologias empregadas para o cálculo do FC são baseadas nos métodos clássicos de Newton ou Gauss (Denis e Padilha, 2000). Mas em sistemas de distribuição de energia, devido a particularidades inerentes a estes, como a alta relação R/X e a operação radial, estes métodos apresentam problemas de convergência e se tornam ineficientes na maioria das vezes. Alguns autores contornaram estes problemas sugerindo versões modificadas dos métodos clássicos. Em Rajicic e Bose (1988), é proposta uma modificação no método

desacoplado rápido utilizando técnicas de compensação para resolver problemas com alta relação R/X. Estes mesmos problemas foram resolvidos por Zang e Cheng (1997) através da mudança na representação da matriz Jacobiana do método de Newton convencional para evitar o mal condicionamento da mesma. Em 2002, Teng (2002), apresenta um algoritmo modificado de Gauss-Seidel para análise trifásica de sistemas de distribuição. O método, baseado na ordenação ótima da matriz Y-bus, pode ser aplicado tanto às redes radiais como a redes malhadas e fracamente malhadas. Outros autores desenvolveram formulações específicas para aplicação em sistemas de distribuição radiais. Dentre estes, o método o *Backward/Forward Sweep* proposto por Shirmohammad et al. (1988) é um dos mais conhecidos. Aplicado aos sistemas radiais é dividido em duas fases. Na primeira fase, calculam-se as correntes dos ramos, partindo das barras extremas em direção à subestação (backward). Na segunda, fazendo-se o caminho inverso (forward), são calculadas as tensões nas barras. Cheng e Shirmohammad (1995) e Chang et al. (2007) fazem uma extensão deste método para sistemas trifásicos desequilibrados. Baran e Wu (1989b) propuseram uma solução iterativa das equações de potência ativa, reativa e magnitude de tensão para resolver o fluxo de carga radial. Em 1990, Renato (1990) apresenta uma modelagem simples de fluxo de carga que elimina a necessidade de se trabalhar com tensões complexas e permite incluir na formulação cargas dependentes da tensão. Mais recentemente, Bijwe e Raju (2006) apresentam um método baseado em *lógica fuzzy* que pode ser aplicado a sistemas fracamente malhados e desequilibrados.

O progresso na área de FC para sistemas radiais é vital para uma operação eficiente e contínuo desenvolvimento destes como um todo. Desenvolver novas técnicas e métodos para análise da rede elétrica, utilizando dispositivos baseados em microprocessadores, tem sido interesse de pesquisadores e engenheiros da área de potência nos últimos anos. O aperfeiçoamento das técnicas existentes e as novas metodologias visam melhorar, cada vez mais, a precisão dos resultados e a eficiência dos métodos.

Assim, o objetivo deste trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para resolução do problema de FC para sistemas elétricos de distribuição. A nova abordagem consiste da associação dos métodos função penalidade e Newton com o objetivo de melhorar o condicionamento numérico da matriz dos coeficientes. Testes para verificar a eficiência da abordagem proposta foram realizados em quatro sistemas de distribuição (10, 33, 34 e 70) conhecidos da literatura, um sistema real localizado em Três Lagoas (MG) de 136 barras e foi realizado um teste comparativo com os métodos clássicos para resolver o problema de FC radial.

2. Método da Função Penalidade Aplicado ao Problema de Fluxo de Carga

Em geral, um sistema de distribuição é alimentado por uma barra de tensão controlada a qual adota-se como a barra *slack* e todos os outros nós são assumidos serem barras de carga PQ. O problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar } f(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \\
 &\text{sujeito a } \Delta \mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0 \\
 &\quad \Delta \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0 \\
 &\quad \mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max}
 \end{aligned} \tag{1}$$

sendo:

$\mathbf{V} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n$, $\Delta \mathbf{P} \in \mathbb{R}^m$ e $\Delta \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^m$ $m=1,2,\dots,nbc$ (número de barras de carga); $\Delta \mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ e $\Delta \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$

são os resíduos de potência ativa e reativa, respectivamente.

em que:

- \mathbf{V} e $\boldsymbol{\theta}$ são os vetores da magnitude e fase da tensão respectivamente;
- $f_{km}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ é a função de perdas de potência ativa na linha km, dada por:

$$f_{km}(V, \theta) = \sum_{(k,m) \in NL} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km})$$

as equações de balanço do sistema elétrico são dadas por:

1. Potência ativa para as barras de carga:

$$\Delta P_k(V, \theta) = P_k^G - P_k^C - \sum_{m \in \Omega} P_{km}(V, \theta);$$

$$P_{km}(V, \theta) = (V_k)^2 g_{km} - (V_k) V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km})$$

2. Potência reativa para as barras de carga:

$$\Delta Q_k(V, \theta) = Q_k^G - Q_k^C - \sum_{m \in \Omega} Q_{km}(V, \theta);$$

$$Q_{km}(V, \theta) = -(V_k)^2 b_{km} + (V_k) V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km})$$

- g_{km} e b_{km} são a condutância e a susceptância da linha, respectivamente;
- P_k^G e P_k^C são as potências ativas, geradas e consumidas, respectivamente;
- Q_k^G e Q_k^C são as potências reativas, geradas e consumidas, respectivamente;
- V_{kmin} e V_{kmax} são os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões;
- Ω é o conjunto de todas as barras vizinhas à barra k , incluindo ela mesma;
- NL é o número total de linhas de transmissão;
- NBC é o número de barras de carga;

No problema (1) o número de variáveis é igual o número de equações ($n=2*m$), portanto possui uma única solução. Assim, o problema (1) não pode ser um problema de otimização.

Aplicando o MFP em (1):

$$\text{Minimizar } F(V, \theta) = f(V, \theta) + \sum_i \gamma_i$$

$$\text{sujeito a } \Delta P(V, \theta) = 0 \tag{2}$$

$$\Delta Q(V, \theta) = 0$$

sendo γ o conjunto de restrições de magnitudes de tensão violadas associadas com os fatores de penalidades, isto é:

$$\gamma = \frac{C}{2} (V_{min} - V)^2 \text{ ou } \gamma = \frac{C}{2} (V - V_{max})^2$$

A função Lagrangiana associada ao problema, Eq. (2), é dada por:

$$L(x, \lambda) = F(x) + \sum_{k=1}^m \lambda_{pk} \Delta P(x) + \sum_{k=1}^m \lambda_{qk} \Delta Q(x) \tag{3}$$

sendo $x = (V, \theta)$, λ_p e λ_q os multiplicadores de Lagrange.

As condições necessárias de primeira-ordem são aplicadas sobre função Lagrangiana (3), gerando um sistema de equações não-lineares, como segue:

$$\begin{cases} \nabla_x F(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_p(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda}_p + \mathbf{J}_q(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda}_q = 0 \\ \Delta \mathbf{P}(\mathbf{x}) = 0 \\ \Delta \mathbf{Q}(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

em que: $\mathbf{J}_p(\mathbf{x})^T = (\nabla_x \Delta \mathbf{P}_1(\mathbf{x}), \dots, \nabla_x \Delta \mathbf{P}_m(\mathbf{x}))$, e $\mathbf{J}_q(\mathbf{x})^T = (\nabla_x \Delta \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}), \dots, \nabla_x \Delta \mathbf{Q}_m(\mathbf{x}))$.

O sistema de equações não-lineares (4) é resolvido utilizando-se o método de Newton. A aplicação do método de Newton gera as direções de busca $(\Delta \mathbf{V}, \Delta \boldsymbol{\theta}, \Delta \boldsymbol{\lambda}_p, \Delta \boldsymbol{\lambda}_q)$, as quais serão utilizadas para a atualização das variáveis do problema, e resulta num sistema matricial, que, pode ser representado de forma simplificada como:

$$\mathbf{W} \Delta \mathbf{d} = -\nabla L \quad (5)$$

em que:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \nabla_{xx} L & \mathbf{J}_p(\mathbf{x})^T & \mathbf{J}_q(\mathbf{x})^T \\ \mathbf{J}_p(\mathbf{x}) & 0 & 0 \\ \mathbf{J}_q(\mathbf{x}) & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

é a matriz Hessiana da Lagrangiana com:

$$\Delta \mathbf{d}^T = (\Delta \mathbf{x}, \Delta \boldsymbol{\lambda}_p, \Delta \boldsymbol{\lambda}_q) \text{ e}$$

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \nabla_{xx} F(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_p(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda}_p + \mathbf{J}_q(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda}_q \\ \Delta \mathbf{P}(\mathbf{x}) \\ \Delta \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

é o vetor gradiente.

Os vetores das variáveis \mathbf{x} , $\boldsymbol{\lambda}_p$, e $\boldsymbol{\lambda}_q$ são atualizados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x}^k \\ \boldsymbol{\lambda}_p^{k+1} &= \boldsymbol{\lambda}_p^k + \Delta \boldsymbol{\lambda}_p^k \\ \boldsymbol{\lambda}_q^{k+1} &= \boldsymbol{\lambda}_q^k + \Delta \boldsymbol{\lambda}_q^k \end{aligned} \quad (6)$$

O fator de penalidade c é atualizado por:

$$c^{k+1} = \rho c^k$$

em que $\rho > 1$ é o fator de correção da penalidade.

2.1 Algoritmo

O problema de fluxo de carga mostrado em (1), pode ser resolvido iterativamente através do algoritmo apresentado a seguir:

1. Faça $k=0$, dê uma estimativa inicial para $\mathbf{d}^k = (\mathbf{x}^k, \boldsymbol{\lambda}_p^k, \boldsymbol{\lambda}_q^k)$ e $c^k > 1$;
2. Verifique quais restrições de tensões estão violadas e construa $\boldsymbol{\gamma}$;
3. Determine o gradiente e a matriz Hessiana da Lagrangiana, e resolva o sistema (5);
4. Atualize as variáveis do problema com Eq. (6). Faça $k=k+1$;
5. Atualize o fator de penalidade c ;

6. Se o critério de parada está satisfeito então pare. Caso contrário vá para o passo 2.

No critério de parada verifica-se as equações do fluxo de potência são menores que uma precisão ε e todas as magnitudes de tensão estão dentro dos seus limites.

3. Resultados dos Testes

Testes foram realizados para verificar a eficiência da abordagem proposta. Os programas foram desenvolvidos em linguagem de programação FORTRAN, usando dupla precisão aritmética em um microcomputador Pentium (R) 4 – 3,4 GHz, com 2 GB de memória RAM. As características principais dos sistemas elétricos de distribuição estudados são resumidas na Tabela 1.

Tabela 1 - Características elétricas dos sistemas.

Sistemas	10	33	34	70	Real
Barra de subestação	1	1	1	1	1
Barras	9	32	33	69	135
Carga					
Linhas	9	32	33	69	156
Laterais	0	4	4	7	17

Em todos os testes, os valores dos multiplicadores de Lagrange iniciais foram $\lambda_p = \lambda_q = 0$, o fator de penalidade e o fator de correção da penalidade foram definidos como $c=100$ e $\rho=5$, respectivamente. Os valores iniciais do vetor das magnitudes da tensão foram $V = 1$ e do vetor dos ângulos de fase da tensão $\theta = 0^\circ$.

3.1 Sistema 10 barras

Neste teste são apresentados os resultados obtidos para o sistema utilizado em (Grainger et al. 1982). A figura 1 mostra o diagrama unifilar do sistema de 10 barras.

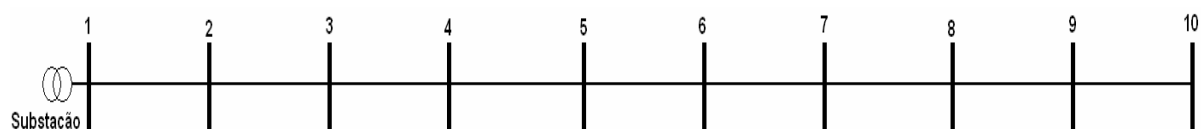


Figura 1 – Sistema de 10 barras.

O método convergiu em 3 iterações e o valor das perdas de potência ativa e reativa nas linhas foram de 783,77 kW e 1036,47 kVAr, respectivamente. O processo de convergência está resumido na Tabela 2, a qual apresenta por iteração, a perda de potência ativa (P), a perda de potência reativa (Q), o maior erro de potência ativa (ΔP) e de potência reativa (ΔQ), respectivamente.

Tabela 2 - Processo de convergência do sistema 10 barras pelo método FP.

It.	P (kW)	Q (kVAr)	ΔP (MW)	ΔQ (MVar)
0	0	0	1,84000	1,84000
1	592,26	810,28	0,65103	1,09528
2	778,39	1030,75	0,00952	0,00439
3	783,77	1036,47	0,00002	0,00007

Na Figura 2 tem-se os resultados das magnitudes das tensões.

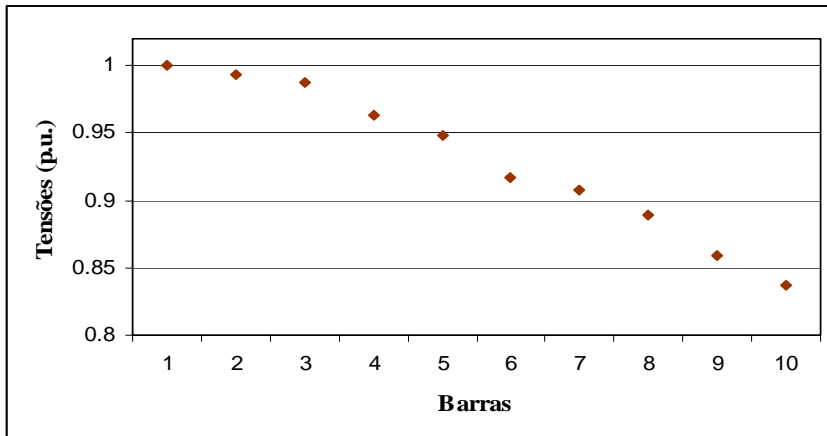


Figura 2 – Magnitude das tensões nas 10 barras do sistema.

3.2 Sistema 33 barras

Neste teste são apresentados os resultados obtidos para o sistema com malhas apresentado em (Baran e Wu, 1989a). A figura 3 mostra o diagrama unifilar do sistema de 33 barras.

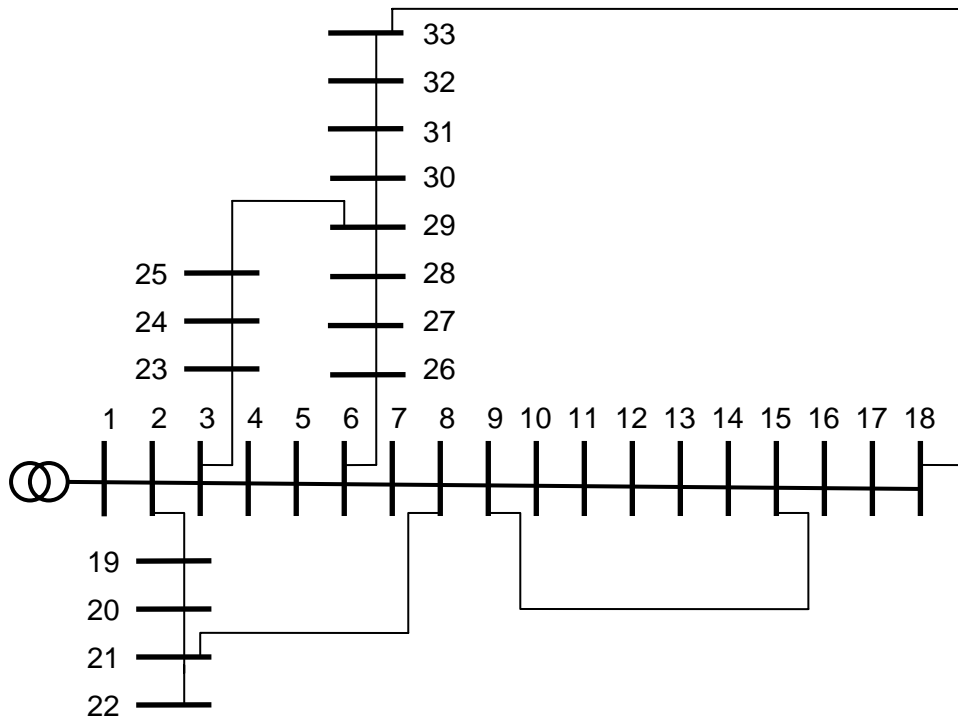


Figura 3 – Sistema de 33 barras.

O método convergiu em 2 iterações e o valor das perdas de potência ativa e reativa nas linhas foram de 123,28 kW e 87,91 kVAr, respectivamente. O processo de convergência está resumido na Tabela 3.

Tabela 3 - Processo de convergência do sistema 33 barras pelo método FP.

It.	P (kW)	Q (kVAr)	ΔP (MW)	ΔQ (MVar)
0	0	0	0,42000	0,60000
1	117,08	82,81	0,49474	0,21350
2	123,28	87,91	0,00006	0,00011

Na Figura 4 tem-se os resultados das magnitudes das tensões.

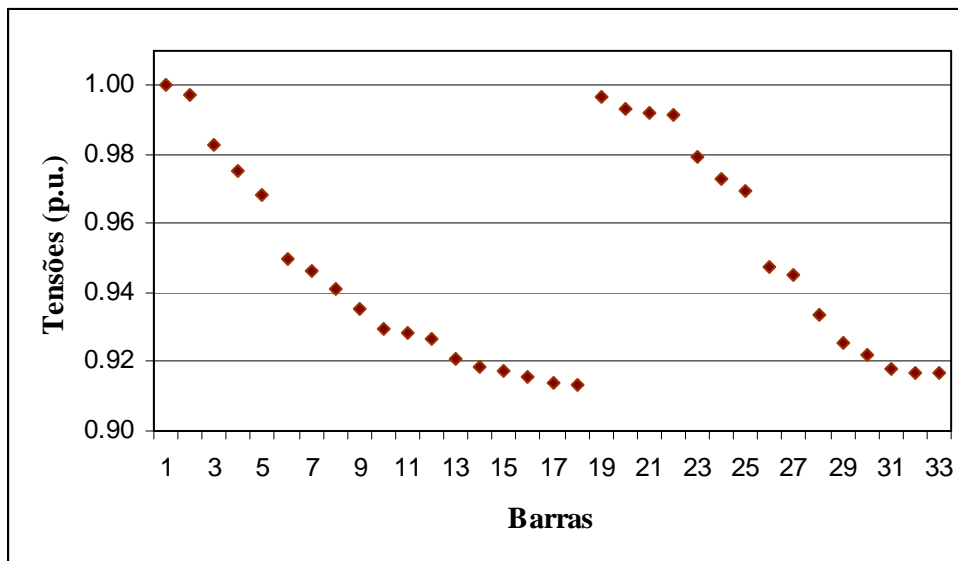


Figura 4 – Magnitude das tensões nas 33 barras do sistema.

3.3 Sistema 34 barras

Neste teste são apresentados os resultados obtidos para o sistema utilizado em (Chis et al., 1997). A figura 5 mostra o diagrama unifilar do sistema de 34 barras.

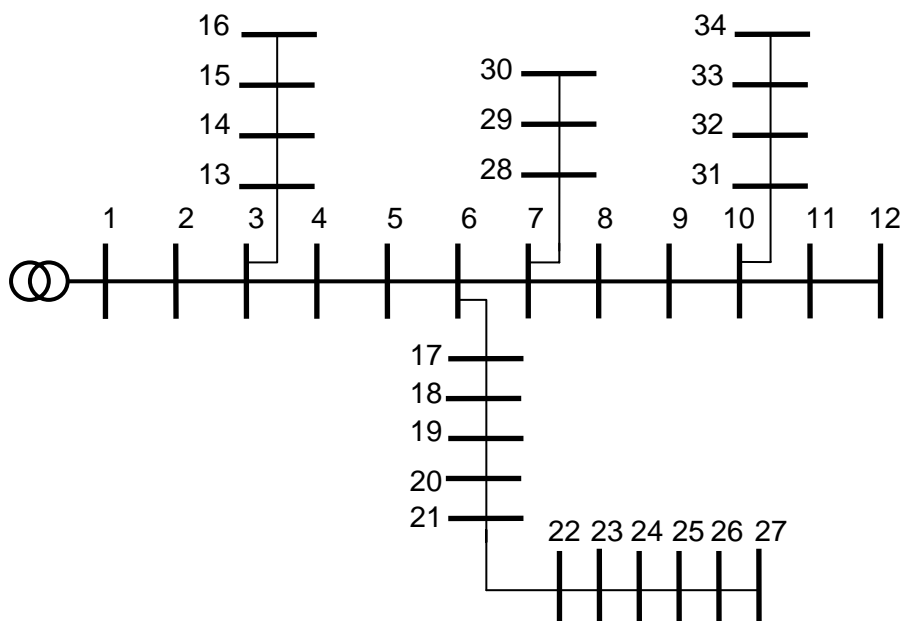


Figura 5 – Sistema de 34 barras

O método convergiu em 3 iterações e o valor das perdas de potência ativa e reativa nas linhas foram de 222,29 kW e 65,20 kVAr, respectivamente. O processo de convergência está resumido na Tabela 4.

Tabela 4 - Processo de convergência do sistema 34 barras pelo método FP.

It.	P (kW)	Q (kVAr)	ΔP (MW)	ΔQ (MVar)
0	0	0	0,23000	0,14250
1	209,20	62,36	0,64368	0,17655
2	222,24	65,18	0,00030	0,0001
3	222,29	65,20	0,00009	0,00003

Na Figura 6 tem-se os resultados das magnitudes das tensões.

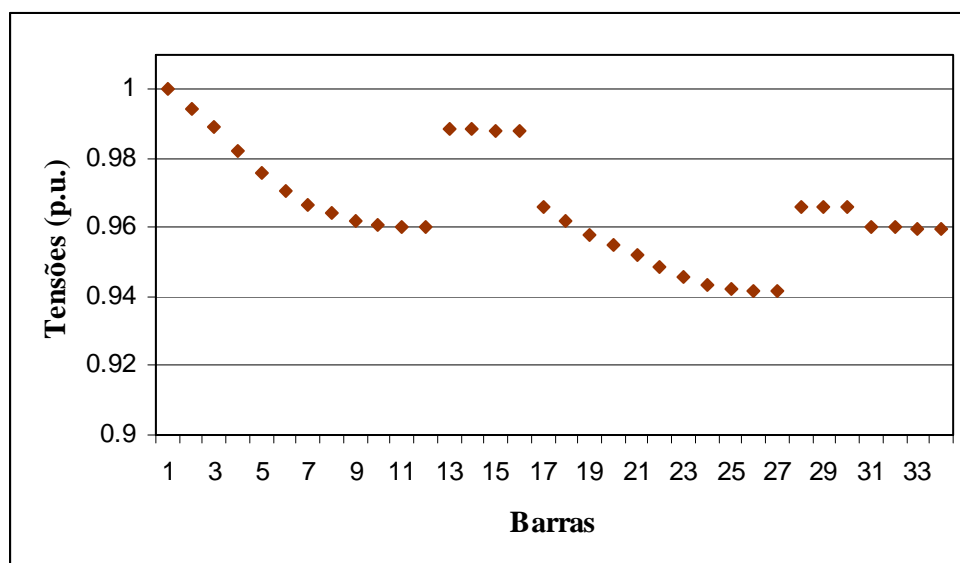


Figura 6 – Magnitude das tensões nas 34 barras do sistema.

3.4 Sistema 70 barras

Neste teste são apresentados os resultados obtidos para o sistema utilizado em (Baran e Wu, 1989b). A figura 7 mostra o diagrama unifilar do sistema de 70 barras.

O método convergiu em 3 iterações e o valor das perdas de potência ativa e reativa nas linhas foram de 225,02 kW e 102,18 kVAr, respectivamente. O processo de convergência está resumido na Tabela 5.

Tabela 5 - Processo de convergência do sistema 70 barras pelo método FP.

It.	P (kW)	Q (kVAr)	ΔP (MW)	ΔQ (MVar)
0	0	0	1,24400	0,88800
1	190,65	87,51	0,09317	0,42638
2	224,70	102,05	0,01473	0,01451
3	225,02	102,18	0,01417	0,01472

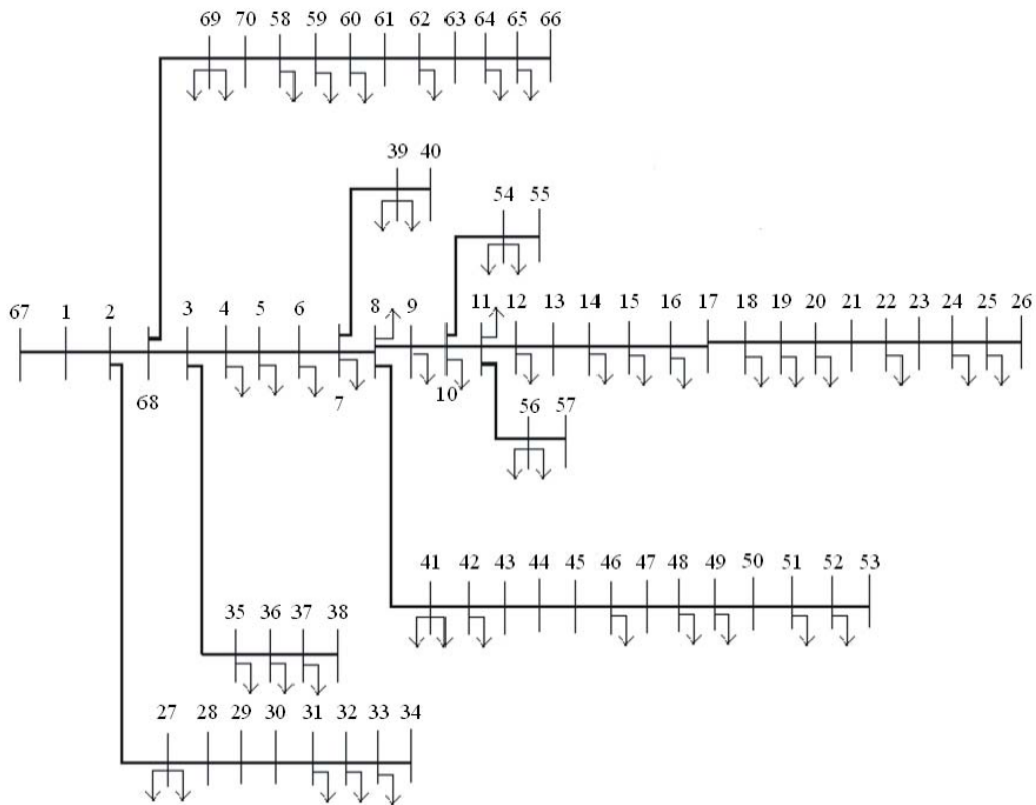


Figura 7 – Sistema de 70 barras

Na Figura 8 tem-se os resultados das magnitudes das tensões.

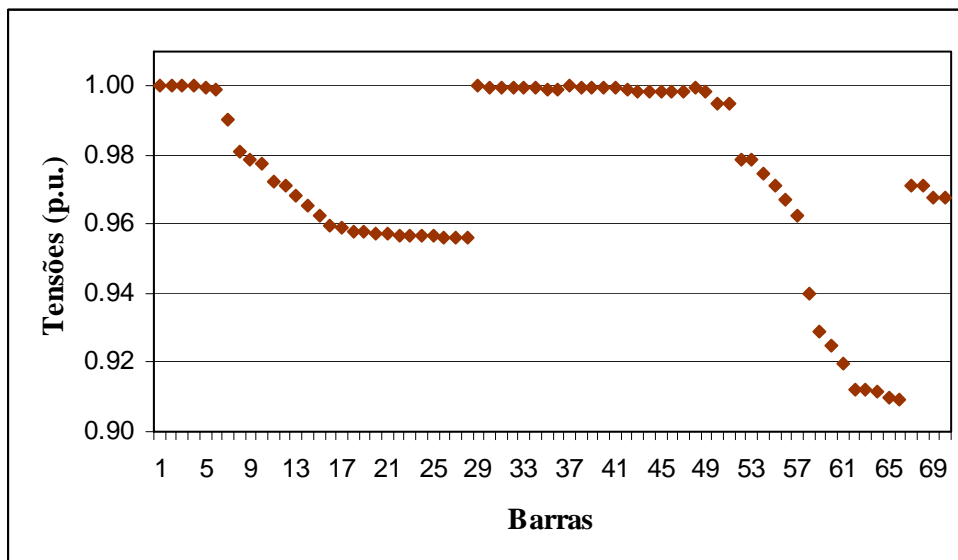


Figura 8 – Magnitude das tensões nas 70 barras do sistema.

3.5 Teste Comparativo

Os resultados obtidos da implementação do método da função Penalidade (FP), adaptado para sistemas de distribuição radiais, serão comparados com os métodos de varredura ou *Backward-Forward Sweep* (BFS) (Shirmohammadi et al. 1988) e Baran-Wu (Baran e Wu 1989a), que são métodos clássicos

utilizados para solução do problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais. Os resultados apresentados são referentes às simulações de três sistemas radiais de distribuição, com 10, 34 e 70 barras.

Destaca-se que, como o sistema de 33 barras possui malhas os métodos clássicos BFS e Baran-Wu não podem ser aplicados ao mesmo. Enquanto que, o método da FP não apresenta dificuldades com sistemas malhados, sendo essa característica uma vantagem da abordagem proposta.

A figura 9 mostra os resultados obtidos no teste comparativo utilizando o sistema de 10, 34 e 70 barras.

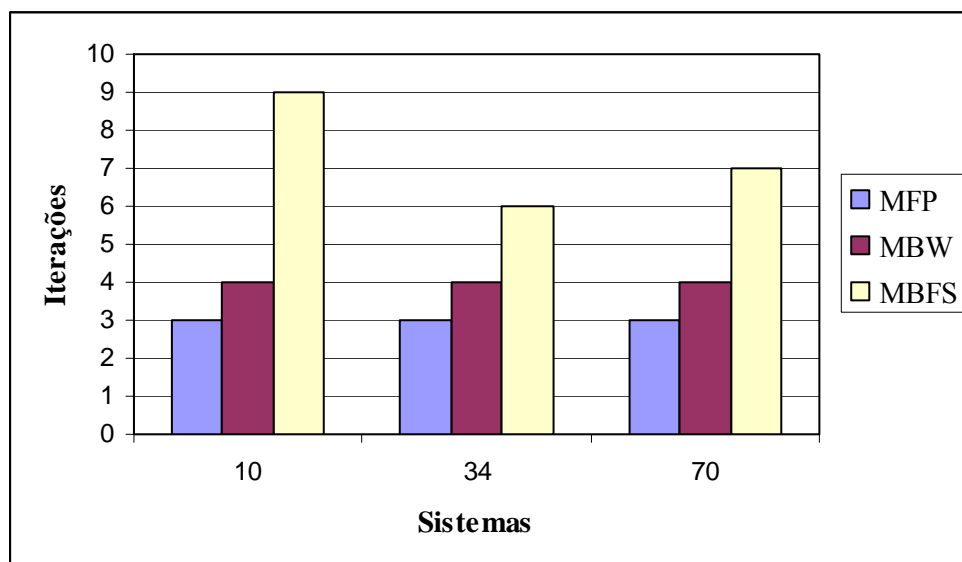


Figura 9 – Teste comparativo.

Observa-se da figura 9 que o método da FP teve um melhor desempenho que os métodos clássicos, pois convergiu com um número menor de iterações em todos os sistemas testados.

3.6 Sistema 136 barras

O sistema de 136 barras e 156 linhas é um sistema de distribuição real localizado na cidade de Três Lagoas (MG) os dados para esse sistema podem ser encontrados em (UNESP-FEIS). O método convergiu em 2 iterações e o valor das perdas de potência ativa e reativa nas linhas foram de 269,70 kW e 583,62 kVAr, respectivamente. O processo de convergência está resumido na Tabela 6.

Tabela 6 - Processo de convergência do sistema real pelo método FP.

It.	P (kW)	Q (kVAr)	ΔP (MW)	ΔQ (MVAr)
0	0	0	1,50652	0,63863
1	255,71	553,68	0,07083	0,33096
2	269,70	583,62	0,00086	0,00200

Os resultados das magnitudes das tensões são apresentados na Figura 10.

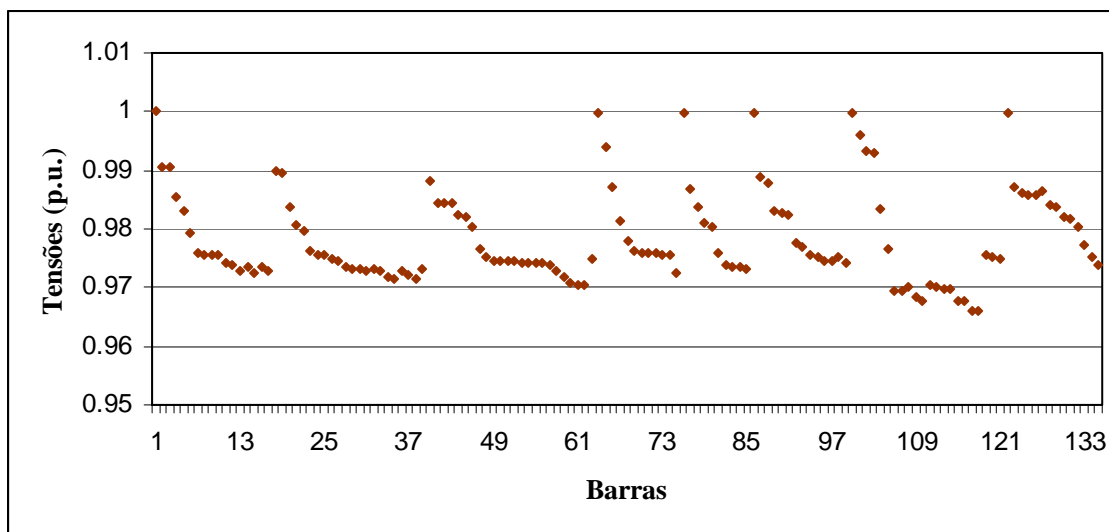


Figura 10 – Magnitude das tensões nas 136 barras do sistema.

4. Conclusões

O objetivo deste trabalho foi propor uma ferramenta computacional alternativa para resolver o problema de fluxo de carga para sistemas de distribuição radiais ou fracamente malhado para as empresas de distribuição de energia elétrica. A nova abordagem consiste da associação dos métodos função penalidade e Newton.

O programa de fluxo de carga desenvolvido apresentou excelentes resultados. Um estudo comparativo entre o MFP e os métodos clássicos, BFS e Baran-Wu, de cálculo do fluxo de carga para redes de distribuição de energia elétrica foi analisado em diferentes sistemas radiais. Em todos os testes o MFP teve um desempenho superior aos métodos clássicos.

Uma importante contribuição da aplicação do MFP ao problema de fluxo de carga radial é a obtenção dos multiplicadores de Lagrange, os quais podem ser usados para estudos de alocação de reativos, geração distribuída, entre outros.

Ainda como trabalhos futuros, pretende-se calcular e analisar o problema de fluxo de carga radial considerando as barras de controle de reativos. O objetivo é proporcionar as empresas de distribuição de energia elétrica uma ferramenta computacional capaz de auxiliar os operadores do sistema de distribuição com eficácia.

5. Referências bibliográficas

- Baran, M.E. & Wu, F.F. Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 4, no. 1, January 1989, pp. 735-742.
- Baran, M.E. & Wu, F.F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. IEEE Trans. PWRD, vol. 4, no. 2, April 1989, pp. 1401-1407.
- Shirmohammadi, D., Hong, H.W., Semlyen A., & Luo, G. X. A Compensation-based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 3, no. 2, May 1988, pp. 753-762.
- Bijwe, P.R. & Raju, V. Fuzzy distribution power flow for weakly meshed systems. IEEE Transactions on Power System, vol. 21, no. 4, Nov. 2006, pp. 1645-1652.

- Cheng, C.S. & Shirmohammad, D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, no. 2, May 1995, pp. 671-679.
- Chang, G.W., Chu, S.Y. & Wang, H.L. An Improved Backward-Forward Sweep Load Flow Algorithm for Radial Distribution Systems. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 2, May 2007, pp. 882-284.
- Chis, M., Salama, M.M.A. & Jayaram, S. Capacitor placement in distribution systems using heuristic search strategies. IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, vol. 144, no. 3, May 1997, pp. 225-230.
- Denis, I.F.E.D. & Padilha, A. Fluxo de potência trifásico para redes de distribuição. Anais do XIII Congresso brasileiro de Automática – CBA, Florianópolis – SC – Brasil, Setembro de 2000, pp. 1598-1603.
- Grainger, J.J. & Lee, S.H. Capacity Release by Shunt Capacitor Placement on Distribution Feeders: A New Voltage-Dependent Model. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 101, no. 5, May 1982, pp. 1236-1244.
- Rajicic, D. & Bose, A. A modification to the fast decoupled power flow for networks with high R/X ratios. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 3, no. 2, May 1988, pp. 743-746.
- Renato, C.G. New method for the analysis of distribution networks. IEEE Transactions on Power Deliver, vol. 5, no. 1, Jan.1990, pp. 391-396.
- Shirmohammadi, D., Hong, H.W., Semlyen A., & Luo, G.X. A Compensation-based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 753-762.
- Teng, J-H. A modified Gauss-Seidel algorithm of three-phase power flow analysis in distribution networks. Electrical Power and Energy Systems, vol. 24, 2002, pp. 97-102.
- UNESP-FEIS Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica, sistemas testes. Acesso em 01/03/2008, disponível em: http://www.dee.feis.unesp.br/lapsee/test_systems.php
- Zhang, F. & Cheng, C.S. A modified Newton Method for radial distribution system power flow analysis. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, Feb. 1997, pp. 89-397.

Agradecimentos

Esse projeto foi financiado pelo CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e pela FAPESP - Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo.