



**GRUPO I – GRUPO DE ESTUDO DE GERAÇÃO HIDRÁULICA – GGH**

**ANÁLISE MODAL DE HIDROGERADORES USANDO TÉCNICAS DE REDUÇÃO DE MODELOS**

**Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz<sup>1</sup> e Fernando Herzog**

**Universidade de Brasília - UnB**

**RESUMO**

Nesse trabalho são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do método de Guyan-Irons na redução de modelos de elementos finitos de estruturas de grande porte. Mostra-se que o uso de modelos reduzidos não implicou em perda de qualidade na descrição do comportamento dinâmico do hidrogerador da UHE de Coaracy Nunes da ELETRONORTE. O trabalho apresenta ainda uma breve descrição do equacionamento usado e leva a conclusão que modelos simples são suficientes para a descrição dinâmica de grandes estruturas, com menor custo de modelagem e qualidade equivalente à obtida com modelos mais complexos e caros computacionalmente.

**Palavras-chave:** Modelagem elementos finitos, técnicas de condensação, síntese modal, dinâmica de estruturas.

**1.0 - INTRODUÇÃO**

A modernização das usinas hidrelétricas brasileiras implica muitas vezes na atualização do projeto mecânico dos hidrogeradores usando técnicas modernas não disponíveis na época do projeto original. O comportamento do conjunto rotor-gerador de turbinas hidráulicas é um fator fundamental para o funcionamento eficiente e adequado de unidades geradoras. Dentro deste contexto, torna-se importante o estudo da dinâmica de hidrogeradores por meio de metodologias avançadas com técnicas de solução computacionais.

A tendência atual é utilizar a modelagem por elementos finitos como uma forma de modernizar o projeto dos conjuntos gerador-turbina, usados nas usinas hidrelétricas. Contudo o nível de complexidade dessas estruturas leva a modelos de grande tamanho, o que demanda tempo de trabalho de modelagem e de cálculo desnecessários. Na maioria das análises dinâmicas estamos interessados no comportamento global da estrutura. Nesse caso modelos muitas vezes simples e, conseqüentemente, de tamanho reduzido apresentam excelentes resultados, sem o ônus de um árduo trabalho de modelagem nem de um custo de computação elevado. Um modelo elemento finitos muito detalhado, não implica na maioria dos estudos dinâmicos de estruturas de grande porte, ganho na qualidade dos resultados obtidos. Resultados de alta qualidade e adequação à realidade podem ser obtidos com modelos simples, com menos graus de liberdade e equações a serem resolvidas.

Nesse trabalho, usando o método de Condensação de Guyan-Irons, mostra-se que a redução do modelo de elementos finitos do hidrogerador da UHE de Coaracy Nunes da ELETRONORTE no Estado do Amapá, conduz aos mesmos resultados que o uso do modelo completo. Desta forma mostra-se que modelos simples são suficientes para a modelagem desse tipo de estrutura, diminuindo o custo computacional e de modelagem.

**2.0 – TÉCNICAS DE REDUÇÃO DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS**

Os modelos de elementos finitos são construídos subdividindo a estrutura contínua e de geometria complexa em elementos menores de geometria simples. Isso permite trabalhar com elementos cujas equações do comportamento mecânico são mais simples, e assim estudar estruturas complexas. Considerando a grande capacidade dos computadores atuais, podemos trabalhar com modelos muito grandes, com vários elementos. Por um lado isso permite uma melhor modelagem, com um melhor nível de detalhamento da estrutura, mas por outro

<sup>1</sup> – Campus Universitário Darcy Ribeiro, Gleba A, Faculdade de Tecnologia, Brasília-DF, 70853-080, Tel: (61) 3307-1643 – E-mail: adiniz@unb.br.

leva a modelos com um grande numero de graus de liberdade, e consequentemente de equações, aumentando o tempo de cálculo e de modelagem. Para reduzir o tamanho dos modelos de elementos finitos são usadas técnicas de redução de modelos ou de condensação. Diferentes técnicas de redução de modelo foram desenvolvidas e somente algumas foram incorporadas aos pacotes de elementos finitos comerciais usados na indústria. A seguir apresentamos o método de Condensação de Guyan-Irons.

### 2.1 Método de Condensação de Guyan-Irons

Desenvolvido simultaneamente e independentemente por Guyan (1965) e Irons (1965) a Condensação Estática é possivelmente o método de redução mais simples e popular. O método de Condensação de Guyan-Irons consiste em se escrever as equações de alguns graus de liberdade em função de outros, diminuindo o número total das incógnitas do problema e simplificando a solução do mesmo.

Os vetores de força  $f$  e de deslocamento  $u$  e as matrizes de massa  $M$  e de rigidez  $K$  são separadas em sub-vetores e sub-matrizes relacionadas com os graus de liberdade mestres  $r$ , que são retidos e os graus de liberdade escravos, que são condensados (truncados)  $c$ . Considerando que nenhuma força é aplicada nos graus de liberdade retidos a equação do movimento da estrutura fica:

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & M_{cr} \\ M_{rc} & M_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_c \\ \ddot{u}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{cc} & K_{cr} \\ K_{rc} & K_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_c \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Ignorando os termos de inércia para o segundo conjunto de equações (condensação estática), nós temos:

$$K_{rc} u_c + K_{rr} u_r = 0 \quad (2)$$

A equação 2 pode ser usada para eliminar os graus de liberdade condensados  $c$ , escrevendo-os em função dos graus de liberdade retidos  $r$ :

$$\begin{Bmatrix} u_c \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \\ -K_{rr}^{-1} & K_{rc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_c \\ u_r \end{Bmatrix} = T_s \cdot u_c \quad (3)$$

Onde  $T_s$  é a matriz de transformação estática entre os vetor de deslocamento do problema completo e as coordenadas retidas. Assim a matriz de massa e de rigidez condensadas são dada por:

$$M_R = T_s^T M T_s \quad K_R = T_s^T K T_s \quad (4)$$

Onde  $M_R$  e  $K_R$  são as matrizes de massa e de Rigidez reduzidas. As funções de resposta da estrutura obtidas usando essas matrizes reduzidas são exatas apenas para frequência zero, (condensação estática). Com o aumento da frequência os termos de inércia que foram desconsiderados tornam-se mais importantes (Guyan, 1965).

### 2.2 Métodos de comparação dos modos de vibração

Allemang e Brown (1982) definiram o índice MAC (*Modal Assurance Criterion*), ou Critério de Concordância Modal, para testar a similaridade entre dois modos de vibração obtidos por métodos diferentes.

Quando dois modos iguais são correlacionados através do MAC, o índice de correlação entre eles deverá ser um número próximo a 1. Já os modos diferentes, apresentam índices próximos a 0. Isto permite a correta seleção dos modos de vibração. O MAC é definido pela seguinte expressão:

$$MAC(x_k, y_k) = \frac{(|x_k \cdot y_k|)^2}{(x_k^T x_k \cdot y_k^T y_k)} \quad (5)$$

Onde:  $x$  é o conjunto de modos de vibrações usando o método "A" (experimental, por exemplo, ou no nosso caso o método de condensação) e  $y$  é o conjunto de modos de vibrações usando um outro método "B" (no nosso caso o método de referência).

Lieven e Ewins (1988) definem o índice COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion). O COMAC, ou Critério de Concordância da Coordenada Modal segue o mesmo principio básico do MAC, sendo que se diferencia deste no fato de ser uma medida pontual. Este índice já foi concebido para localização de danos em estruturas.

O índice COMAC mede a alteração entre vários modos de vibração num mesmo ponto. O seu valor fica entre os limites 0 e 1, representando 0 a completa discordância entre os modos medidos no mesmo ponto, e 1 o caso de vigas idênticas. O COMAC é definido pela seguinte expressão:

$$MAC(i) = \frac{\sum_{k=1}^{N \text{ mod es}} (x_{ki} \cdot y_{ki})^2}{\sum_{k=1}^{N \text{ mod es}} x_{ki}^2 \sum_{k=1}^{N \text{ mod es}} y_{ki}^2} \quad (6)$$

Onde: x é o conjunto de modos de vibrações usando o método "A" e y é o conjunto de modos de vibrações usando um outro método "B".

### 3.0 – RESULTADOS

Com o objetivo de determinar a influência do número de graus de liberdade retidos sobre os resultados da análise modal do hidrogerador, foram feitas várias simulações com diferentes níveis de condensação. Como exemplo de aplicação foi adotado o hidrogerador da máquina número três da UHE de Coaracy Nunes da ELETRONORTE. O Conjunto gerador-turbina foi modelado usando o código comercial ANSYS. Os resultados obtidos, usando o método de condensação de Guyan-Irons foram comparados com os resultados da análise modal usando o método de sub-espacos (tomado como referência) que considera todos os graus de liberdade do problema.

O Hidrogerador foi modelado (figura 1) usando elementos finitos sólidos com quatro nós e seis graus de liberdade por nó, originando um modelo com 24.444 graus de liberdade.

Foram calculadas as freqüências e as formas dos modos de vibração do hidrogerador pelo método de sub-espacos e usando diferentes quantidades de graus de liberdade retidos no método de Guyan-Irons.

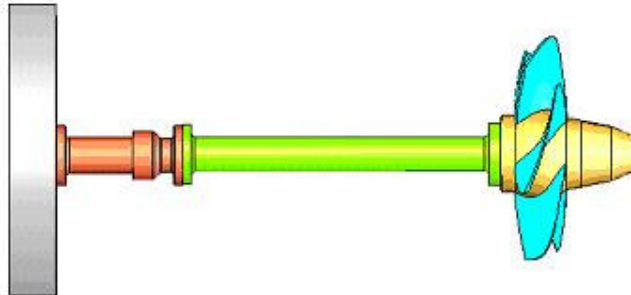


Figura 1: Modelo do Hidrogerador

Os resultados de referência, usados para avaliar a exatidão das soluções usando o método de condensação, são mostrados na figura 2. Nessa figura podem ser vistos quatro modos de vibração (frequência e forma) do modelo simplificado do hidrogerador da UHE de Coaracy Nunes.

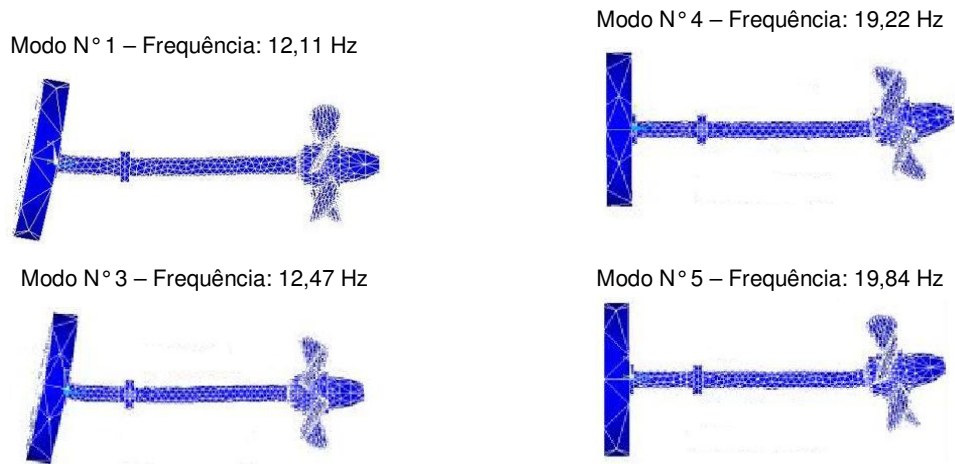


Figura 2: Resultados de Referência para quatro modos de vibração usando o método de sub-espacos.

Com o objetivo de levantar curvas que demonstrasse a sensibilidade do método de Guyan-Irons ao número de graus de liberdade retidos, foram obtidas soluções com as seguintes quantidade de graus de liberdade retidos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 100, 130, 150, 170, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500, 2000.

A evolução das dez primeiras frequências naturais do hidrogerador para diferentes quantidades de graus de liberdade verificou-se que as mesmas tendem para o valor de referência, calculado pelo método de sub-espacos. O método de Elementos Finitos, por ser um método derivado do método de Rayleigh-Ritz, tende para a solução exata pelo limite superior da mesma, o que explica a característica decrescente das curvas obtidas. Nas Figuras 3 e 4, a seguir, são apresentadas, em detalhe, apenas a evolução das frequências do primeiro e do décimo modo de vibração, junto com a diferença percentual dos resultados obtidos usando o método de Guyan-Irons e o método de sub-espacos (referência). Podemos ver nessas figuras que com um número de graus de liberdade retidos superior a 100 a solução de Guyan-Irons é idêntica a solução obtida usando o método de sub-espacos a menos de uma diferença de 0,1%. Esse comportamento também foi observado para os outros modos de vibração não mostrados.

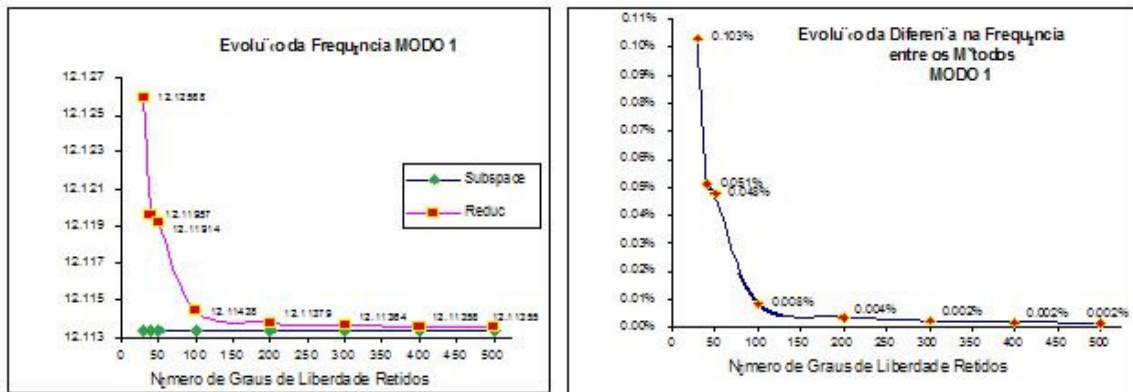


Figura 3: Evolução da frequência natural e da diferença entre os métodos para o primeiro modo de vibração.

Nos gráficos das figuras 3 e 4 se nota uma rápida convergência entre os valores das frequências no dois métodos. Esse mesmo comportamento se repete para todos os modos estudados.

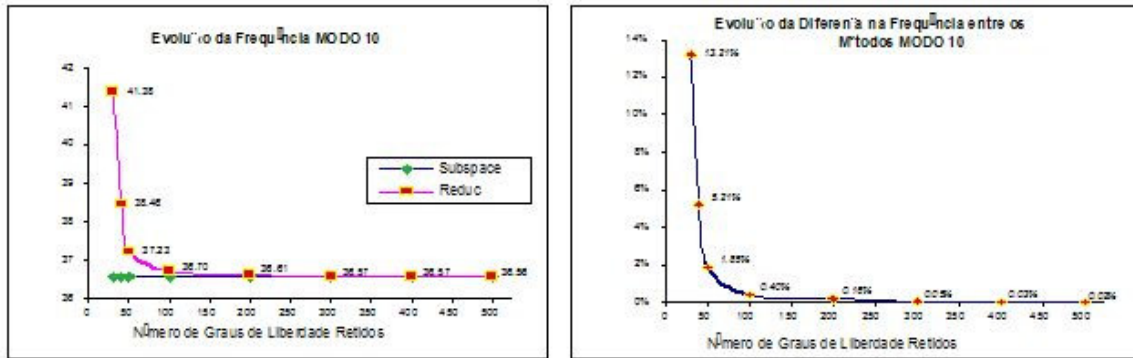


Figura 4: Evolução da frequência natural e da diferença entre os métodos para o décimo modo de vibração.

A qualidade das formas modais obtidas usando um número limitado de equações (método de Guyan-Irons) foi comparada com a das formas modais obtidas pelo método de sub-espacos, que usa todas as equações do problema, calculando a matriz de MAC. Essa comparação é mostrada nas figuras 5 a 8, que apresentam a matriz de MAC entre a solução de Guyan-Irons e a solução usando sub-espacos, para os modos de número 1, 4, 6 e 10.

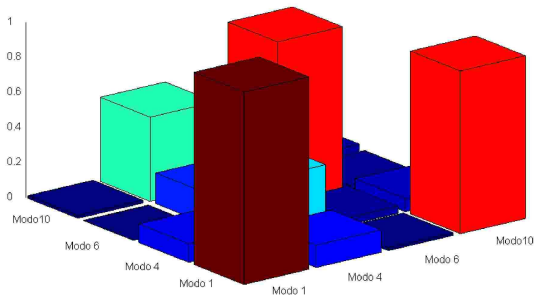


Figura 5: Matriz de MAC para 10 graus de liberdade retidos.

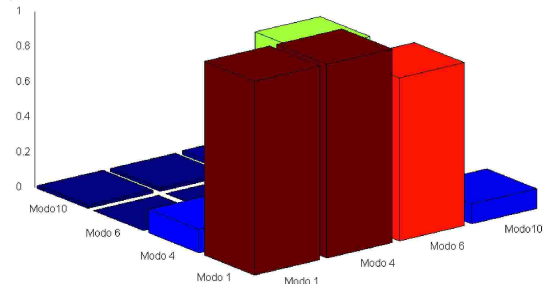


Figura 6: Matriz de MAC para 20 graus de liberdade retidos

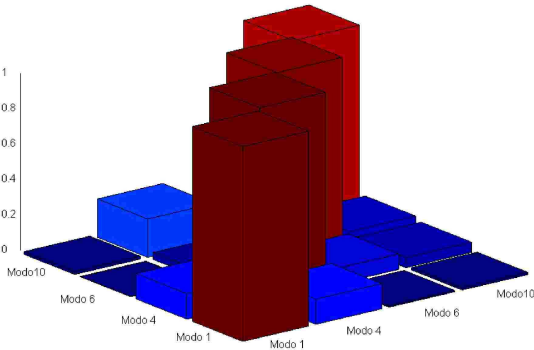


Figura 7: Matriz de MAC para 30 graus de liberdade retidos.

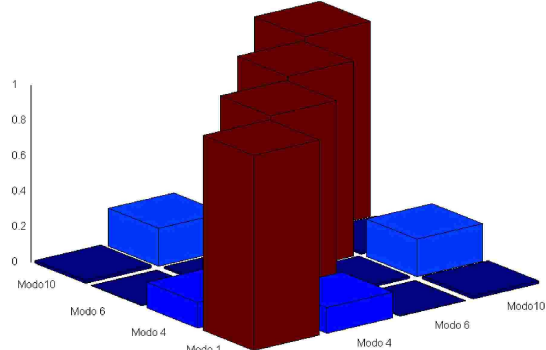


Figura 8: Matriz de MAC para 130 graus de liberdade retidos

A figura 8 mostra que para 130 graus de liberdade retidos o resultado de ambos os métodos é idêntico no que diz respeito a forma dos modos de vibração. Podemos ver também que o método de condensação de Guyan-Irons usando 10 e 20 graus de liberdade retidos (figuras 5 e 6) não permite uma boa representação dos modos de vibração do hidrogenador. A solução usando trinta graus de liberdade retidos (figura 7) conduz a uma boa representação dos modos de número 1, 4 e 6, mas não é suficiente para representar a forma modal do décimo modo. O cálculo da matriz de MAC para diferentes quantidades de graus de liberdade retidos mostrou que para 100 ou mais equações no modelo condensado já se obtêm os modos de vibração do hidrogenador com o mesmo nível de qualidade que a solução usando o métodos de sub-espacos, que usa o modelo completo.

Com o objetivo de verificar a qualidade da representação dos modos locais usando a método de condensação de Guyan-Irons, foi calculado o coeficiente de COMAC entre as duas metodologias para diferentes números de graus de liberdade retidos. O COMAC permite identificar onde o modelo condensado não consegue representar a forma

de vibração do hidrogerador. Como no caso das matrizes de MAC, observou-se que com 100 graus de liberdade retidos já se obtém uma qualidade de representação praticamente idêntica à da solução por sub-espacos, com exceção de alguns graus de liberdade de rotação do gerador.

Na figura 9 vemos a evolução do tempo de CPU (tempo de cálculo) gasto para as diferentes soluções usando o método de condensação de Guyan-Irons. Nessa figura podemos ver que o método de sub-espaco gasta duas vezes mais tempo que o método de Guyan-Irons.

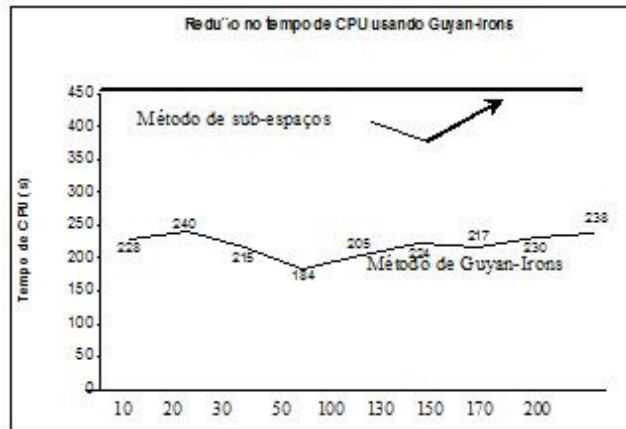


Figura 9: Tempo de cálculo para os dois métodos usados.

#### 4.0 – CONCLUSÕES

Os resultados obtidos, usando o método de condensação de Guyan-Irons no estudo do hidrogerador de Coaracy Nunes, mostraram que 130 graus de liberdade retidos já são suficientes para obter uma boa representação dos 10 primeiros modos de vibração do hidrogerador, apresentando a mesma qualidade da solução realizada através do método do sub-espaco e com um tempo de calculo reduzido pela metade. Para a representação das freqüências da vibração do hidrogerador, somente 100 graus de liberdade são suficientes usando a redução de Guyan. O estudo realizado mostra que para análise dinâmica de sistemas como o hidrogerador não se deve utilizar modelos muito detalhados pois esses não melhoram a qualidade da análise dinâmica, gastam muito tempo de cálculo e dificultam a modelagem. Modelos mais simples e com menos graus de liberdade podem conduzir a resultados de qualidade com menor custo computacional e de modelagem sem perda de qualidade nem de confiabilidade.

#### 5.0 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allemang, R.J. and Brown, D. L. 1982." A Correlation Coefficient for modal Vector Analysis." 1<sup>st</sup> international Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, November 1982, pp. 110-116.

Guyan, R.J. "Reduction of Stiffness and Mass Matrices." AIAA Journal, 3(2) 380. February 1965

Irons, B. M., Structural Eigenvalue Problem Elimination of Unwanted Variables, AIAA Journal, Vol. 3, May 1965

Lieven N.A.J. and Ewins D. J.,1988, Spatial Correlation Of Mode Shapes, The Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). In Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, vol. 1, pp 690-695.

#### 6.0 – DADOS BIOGRÁFICOS

*Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz* nasceu em Aparecida - SP, em 17 de março de 1966, graduou-se em Engenharia Mecânica em 1990 na Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Concluiu seu mestrado em 1994, em Engenharia Mecânica, na Universidade de Brasília (UnB) e seu doutorado na *Ecole Centrale de Lyon*, em 2000, em Dinâmica de Estruturas. Atualmente é Professor no Departamento de Engenharia Mecânica da UnB, atuando nas áreas de modelagem por elementos finitos, análise modal, dinâmica de rotores e monitoração de máquinas.

*Fernando Herzog*, nasceu em Brasília – DF, em 24 de abril de 1998, graduou-se em Engenharia Mecânica pela Universidade de Brasília em 2005. Ele desenvolveu seu trabalho de graduação sobre o tema da condensação de modelos de elementos finitos enquanto estagiava na ELETRONORTE, onde também desenvolveu trabalhos sobre a monitoração de máquinas. Atualmente trabalha com projetos na EQUIPALCOOL, em Sertãozinho – SP.