V SBQEE
Seminário Brasileiro sobre Qualidade da Energia Elétrica
17 a 20 de Agosto de 2003
Aracaju – Sergipe – Brasil

Código: AJU 01 163
Tópico: Conceitos e Definições

CONCEITOS DE DISTORÇÃO E NÃO-LINEARIDADES

Marcos André Barros Galhardo*
GEDAE/UFPA

João Tavares Pinho
GEDAE/UFPA

RESUMO

Neste artigo faz-se um estudo de distorções não-lineares, sendo apresentadas definições e exemplos relacionados a grandezas elétricas, quando a corrente e/ou tensão apresentam conteúdo harmônico. Apresenta-se também uma divisão da potência aparente em componentes DC, fundamental, harmônica e cruzada. Para exemplificar, empregam-se essas definições em simulações realizadas, algumas delas baseadas em medições em cargas não-lineares.

PALAVRAS-CHAVE

Harmônicos, Distorção, Não-Linearidades, Componentes da Potência.

1.0 - INTRODUÇÃO

As cargas com características não-lineares são as principais causadoras de harmônicos na rede elétrica. A presença de uma característica não-linear leva à distorção da forma de onda de saída em relação à entrada, conhecida como distorção não-linear. A figura 1 ilustra esse conceito; para uma tensão senoidal aplicada à carga não-linear tem-se como resposta uma corrente distorcida. A tensão e a corrente variam de acordo com a curva mostrada na figura 2.

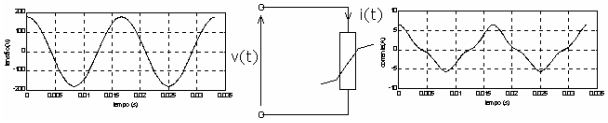

Figura 1 - Carga não-linear.

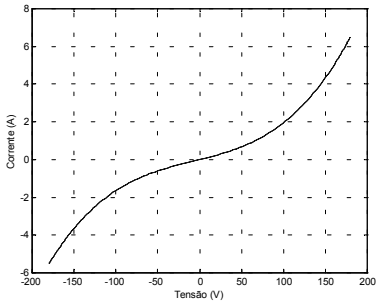

Figura 2 – Corrente x tensão.

Neste exemplo:

$$i(t) = k_1 v(t) + k_2 v^2(t) + k_3 v^3(t);$$

$$v(t) = 127\sqrt{2}\cos(\omega_0 t);$$

$$k_1 = 0{,}0111;\ k_2 = 1{,}55.10^{-5};\ k_3 = 6{,}904.10^{-7}.$$

Os efeitos da característica não linear de um sistema são, basicamente, o aparecimento, na forma de onda de saída, de harmônicos, produtos de intermodulação, no caso de mais de um sinal de entrada, e modulação cruzada no caso de sinais de entrada modulados [1].

O fato de uma forma de onda não ser senoidal não quer dizer que ela esteja distorcida, como por exemplo um resistor alimentado por uma tensão com forma de onda quadrada produzirá também

* Av. Perimetral, s/n, Campus Universitário (Guamá), Caixa Postal: 8605 - CEP 66075-900 - Belém - PA - BRASIL
Tel.: +55 (091) 211-1299 - FAX: +55 (091) 211-1299 - E-mail: galhardo@ufpa.br

uma forma de onda quadrada de corrente, não caracterizando uma distorção. Portanto, não se deve confundir não senoidal com distorcida.

Em um sistema não-linear não se aplica o princípio da superposição, a corrente resultante de duas cargas não-lineares em paralelo alimentadas por uma forma de onda de tensão, por exemplo, é diferente da soma das correntes das cargas alimentadas individualmente pela mesma forma de onda da tensão.

A distorção é um efeito que ocorre na forma de onda da resposta, quando o seu formato é modificado em relação à excitação. Um deslocamento vertical da forma de onda da resposta (mudança do nível DC), um deslocamento horizontal (mudança de fase igual para todas as componentes harmônicas), uma atenuação ou uma amplificação do sinal de entrada não caracterizam uma distorção. Porém, em alguns casos o nível DC pode ser considerado uma distorção, quando o mesmo for um efeito indesejado na forma de onda da resposta.

2.0 - DEFINIÇÕES

2.1 Valor rms

Uma função periódica *x(t)* pode ser representada por uma soma infinita de funções senoidais (série de Fourier), cada uma com uma determinada amplitude e fase, mais uma componente de freqüência zero. A freqüência das funções senoidais da série infinita é um múltiplo inteiro (k), ou **harmônico**, da freqüência da função periódica.

$$x(t) = X_0 \cos\phi_0 + \sum_{k=1}^{\infty} X_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k) \quad (1)$$

onde,

$X_0 = |\hat{C}_0|$;

$X_k = 2.|\hat{C}_k|$;

$\phi_0 = fase(\hat{C}_0)$ (0º ou 180º);

$\phi_k = fase(\hat{C}_k)$;

$\hat{C}_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t).dt$;

$\hat{C}_k = \frac{1}{T}\int_T x(t).e^{-jk\omega_0 t}.dt$ (coeficiente complexo);

O valor médio quadrático (rms – "root mean square") ou eficaz de uma forma de onda periódica, é definido como:

$$X_{rms} = \left(\frac{1}{T}\int_T x^2(t)dt\right)^{1/2} \quad (2)$$

Logo:

$$X_{rms} = \left(X_0{}^2 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{X_k{}^2}{2}\right)^{1/2} \quad (3)$$

Ou, em termos dos valores rms de cada componente:

$$X_{rms} = \left(\sum_{k=0}^{\infty} X_k{}^2{}_{rms}\right)^{1/2} \quad (4)$$

2.2 Potência Ativa e Reativa

A teoria convencional de potência ativa e reativa tem sua validade fisicamente confirmada apenas para sistemas operando em regime permanente e sem distorção, no caso monofásico. No caso de um sistema trifásico, o sistema deve ser ainda balanceado (essa teoria considera o sistema trifásico como se fosse composto por três sistemas monofásicos independentes, desconsiderando o acoplamento entre as fases) [2].

A potência ativa, ou o valor médio da potência instantânea, define o quanto de energia está sendo consumida ou está sendo entregue pela carga (funcionando como fonte de potência) em cada freqüência.

$$P = \frac{1}{T}\int_T v(t).i(t).dt = \sum_{k=0}^{\infty} V_{k,rms}.I_{k,rms}.\cos(\theta_{vk} - \theta_{ik}) =$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_\infty \quad (5)$$

Vê-se pela equação (5) que tanto a componente fundamental quanto os harmônicos podem produzir potência ativa, desde que existam as mesmas componentes espectrais na tensão e na corrente, e que sua defasagem não seja 90 graus.

A potência reativa presente em cada freqüência harmônica, conhecida como potência reativa de Budeanu, é definida como [3]:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} V_{k,rms}.I_{k,rms}.\mathrm{sen}(\theta_{vk} - \theta_{ik}) = Q_1 + Q_2 + ... + Q_\infty \quad (6)$$

O conceito de potência reativa na teoria convencional está em conexão direta com os elementos indutivos e capacitivos, estando inclusive o nome "reativo" relacionado com o termo "reatância".

Para um valor de Q positivo em uma determinada freqüência, a carga não-linear se comporta como um indutor e para um valor de Q negativo, a carga se comporta como um capacitor naquela

freqüência. Mas isso não significa que exista fisicamente um indutor ou um capacitor para a determinada freqüência. O elemento reativo causador desse efeito pode existir ou não. Portanto, o resultado do somatório da equação (6) perde o significado físico, podendo somente avaliar a dominância do efeito capacitivo ou indutivo da carga. Tomando-se o exemplo [2] de um circuito muito simples e comum, como um controlador de lâmpada incandescente ("dimmer") alimentado por uma tensão senoidal, observa-se que a potência reativa Q na freqüência fundamental não é nula.

Observa-se, também, que quando um sistema possui uma curva corrente instantânea expressa somente como função da tensão instantânea, como no caso da figura 2, tem-se Q igual a zero. Já sistemas ou cargas que demandam a potência Q, a saída (corrente) tem que ser modelada considerando-se como entrada a tensão e a taxa de variação da tensão.

2.3 Potência Aparente

A potência aparente é calculada pelo produto dos valores rms de tensão e corrente; ela define a capacidade requerida do sistema elétrico para transportar as potências ativas e não ativas.

A potência não ativa é tida como uma oscilação de energia entre a fonte e a carga sem a transferência líquida para ambas as partes [4].

A potência aparente pode ser dividida em quatro componentes: DC, fundamental, harmônica e cruzada, que são descritas a seguir.

$$S^2 = (V_{rms} \cdot I_{rms})^2 = \left(V_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{V_k^2}{2} \right) \cdot \left(I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k^2}{2} \right) \quad (7)$$

$$S^2 = V_0^2 I_0^2 + \frac{V_0^2}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 + \frac{I_0^2}{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k^2 + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} V_k^2 I_r^2 \quad (8)$$

Separando na equação (8), os produtos de mesma freqüência dos produtos de diferentes freqüências entre tensão e corrente, obtém-se:

$$S^2 = S_0^2 + S_1^2 + S_h^2 + S_x^2 \quad (9)$$

componente DC:

$$S_0 = V_0 I_0 \quad (10)$$

componente da freqüência fundamental:

$$S_1 = \frac{1}{2} V_1 I_1 \quad (11)$$

componente das freqüências harmônicas:

$$S_h = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=2}^{\infty} V_k^2 I_k^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

componente das freqüências cruzadas (interação entre diferentes freqüências):

$$S_x = \left[\frac{V_0^2}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 + \frac{I_0^2}{2} \sum_{k=1}^{\infty} V_k^2 + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq k}}^{\infty} V_k^2 I_r^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

S_0, S_1 e S_h contêm somente as componentes diretas. S_x contém somente as componentes cruzadas, representando uma interação entre tensão e corrente em diferentes freqüências. S_x só existirá quando a tensão e a corrente forem não senoidais e/ou quando contiverem um nível DC.

Em termos de valores rms:

$$S_1^2 = V_{1,rms}^2 I_{1,rms}^2 \quad (14)$$

$$S_h^2 = \sum_{k=2}^{\infty} V_{k,rms}^2 I_{k,rms}^2 \quad (15)$$

$$S_x^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{\infty} V_{k,rms}^2 I_{r,rms}^2 \quad (16)$$

Sabe-se que:

$$S_0^2 = P_0^2 \quad (17)$$

Pode-se expressar S_1 e S_h em termos da potência ativa e reativa em cada harmônico:

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad (18)$$

$$S_h^2 = \sum_{k=2}^{\infty} \left(P_k^2 + Q_k^2 \right) \quad (19)$$

Logo S_x será:

$$S_x = \left[S^2 - \sum_{k=0}^{\infty} \left(P_k^2 + Q_k^2 \right) \right]^{1/2} \quad (20)$$

Muitos autores definem potência de distorção como:

$$D = \left[S^2 - P^2 - Q^2 \right]^{1/2} \quad (21)$$

D apresenta também produtos cruzados de tensão e corrente em diferentes freqüências. Porém, D é diferente de S_x, podendo ser expresso em termos das componentes de pico de tensão e corrente como:

$$D = [\frac{1}{2}(V_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 + I_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} V_k^2) - V_0 I_0 \cos\theta_{v0} \cos\theta_{i0} \sum_{k=1}^{\infty} V_k I_k \cos(\theta_{vk} - \theta_{ik}) + \\ + \frac{1}{4}(\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{\substack{r=1 \\ r\neq k}}^{\infty} V_k^2 I_r^2 - \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{\substack{r=1 \\ r\neq k}}^{\infty} V_k I_k V_r I_r \cos(\theta_{vk} - \theta_{vr} + \theta_{ir} - \theta_{ik}))]^{1/2} \quad (22)$$

2.4 Taxa de Distorção (em Relação a uma Senóide Pura)

Uma medida de uso freqüente do nível de conteúdo harmônico, conhecida como taxa de distorção harmônica (TDH), é dada pela relação dos valores rms dos harmônicos sobre o valor rms da fundamental, vezes 100 %. No presente trabalho inclui-se o nível DC, para poder avaliar a amplitude das componentes com freqüência fora da fundamental de uma forma de onda. A maioria dos autores não considera o nível DC, mas somente as freqüências harmônicas, porque a maioria das cargas convencional não o apresenta. Porém, se o nível DC for produzido por uma não-linearidade, ele deve ser levado em consideração. Uma corrente DC significativa pode levar um transformador à saturação e ocasionar a corrosão eletrolítica de eletrodos de aterramento e de outros conectores.

A taxa de distorção em relação à uma senóide pura é então definida como:

$$TD_X = \frac{\sqrt{\sum_{\substack{k=0 \\ k\neq 1}}^{\infty} X^2{}_{k,rms}}}{X_{1,rms}}.100\% \quad (23)$$

2.5 Fator de Potência

O fator de potência é definido como a razão entre a potência média (ativa) e a potência aparente [5]:

$$FP \overset{\Delta}{=} \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{T}\int_T v(t).i(t).dt}{V_{rms}.I_{rms}} \quad (24)$$

Expressando o valor rms de tensão e corrente em termos da TD:

$$V_{rms} = V_{1,rms}\sqrt{1+\left(\frac{TD_V}{100}\right)^2} \quad (25)$$

$$I_{rms} = I_{1,rms}\sqrt{1+\left(\frac{TD_I}{100}\right)^2} \quad (26)$$

Logo:

$$FP = \frac{P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_\infty}{V_{1,rms}.I_{1,rms}\sqrt{1+\left(\frac{TD_V}{100}\right)^2}.\sqrt{1+\left(\frac{TD_I}{100}\right)^2}} \quad (27)$$

Quando a tensão de alimentação for puramente senoidal:

1) $V_{rms} = V_{1,rms}$

2) $P = P_1$

$$FP = \frac{P_1}{V_{1,rms}.I_{1,rms}}.\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{TD_I}{100}\right)^2}} = FP_{desloc}.FP_{distorc} \quad (28)$$

Para a consideração feita acima definem-se dois fatores de potência, um relacionado com a freqüência fundamental (fator de potência deslocado) e outro relacionado com as demais freqüências (fator de potência de distorção).

Não se pode, em geral, compensar um baixo fator de potência de distorção adicionando capacitores em paralelo ("shunt"). Somente o fator de potência deslocado pode ser melhorado por meio de capacitores. Esse fato é importante em áreas onde predominam cargas eletrônicas mono-fásicas, as quais tendem a ter um alto fator de potência deslocado e um baixo fator de potência de distorção. Nesse caso, a adição de capacitores "shunt" provavelmente piorará o fator de potência pela indução de ressonâncias e um alto nível de harmônicos. A solução é adicionar filtros ativos ou passivos para remover os harmônicos produzidos pelas cargas não-lineares, ou utilizar cargas com alto fator de potência de distorção.

A tabela 1 fornece valores medidos de algumas cargas residenciais monofásicas usuais, alimentadas com tensão puramente senoidal. Vale ressaltar novamente que $FP_{distorc}$ é definido somente quando essa situação for existente. Os valores da tabela 1 foram calculados a partir das formas de onda de tensão e corrente medidas.

Tabela 1. Valores medidos de algumas cargas residenciais monofásicas.

Tipo de Carga e Potência Nominal (W)	TDi (%)	FP desloc	FP distorc	FP
Ventilador (120)	2,13	0,660	1,000	0,660
Forno microondas (1520)	26,92	0,921	0,966	0,890
Microcomputador (100)	108,18	0,999	0,682	0,681
Televisão (50)	118,35	0,962	0,645	0,621
2 Lâmpadas fluorescentes com reator magnético (102)	35,53	0,942	0,904	0,852
4 Lâmpadas compactas PL (100)	140,59	0,953	0,580	0,552

3.0 - EXEMPLOS

Em um sistema linear pode-se trabalhar na forma fasorial em cada freqüência e depois juntar as componentes harmônicas em uma série de

Fourier. Para exemplificar isso, fez-se uma medição em um ventilador, que é considerado uma carga RL linear, de 120 W de potência nominal, alimentado por um inversor de onda quadrada. Verifica-se que com esse tipo de alimentação há a impossibilidade do equipamento atingir sua potência máxima (potência ativa medida = 90 W) e uma alimentação freqüente desse tipo de tensão poderá causar a redução da vida útil do aparelho.

Em um sistema linear RL série, as impedâncias existentes no sistema serão somente as impedâncias harmônicas dadas por:

$$\hat{Z}_k = R_k + jX_k = \frac{V_k e^{j\theta vk}}{I_k e^{j\theta ik}} \qquad (29)$$

Logo a potência ativa total será:

$$P = R_0 I_0^{\,2} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} R_k I_k^{\,2} \qquad (30)$$

e a potência reativa total de Budeanu será:

$$Q = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} X_k I_k^{\,2} \qquad (31)$$

Considerando-se que R e L não variam com a freqüência:

$$\hat{Z}_k = R + jk\omega_0 L \qquad (32)$$

Para se obter os valores de R e L do ventilador fez-se uma medição com essa carga alimentada por uma tensão senoidal. Os valores encontrados para R e L foram 50 Ω e 100 mH, respectivamente. Conhecidos os valores de R e L, fez-se a simulação para a carga alimentada por uma forma de onda quadrada de tensão com amplitude de 100 V.

As formas modeladas de tensão e corrente na carga são mostradas na figura 3 e são consistentes com os valores medidos. A corrente foi obtida a partir da equação (29), conhecendo-se o espectro de amplitude e fase da tensão e o valor de cada impedância harmônica (nesse caso, somente a reatância varia com a freqüência), e depois passada para o domínio do tempo.

Os valores calculados para D e S_x, na simulação, foram 45,86 VA e 66,31 VA, respectivamente.

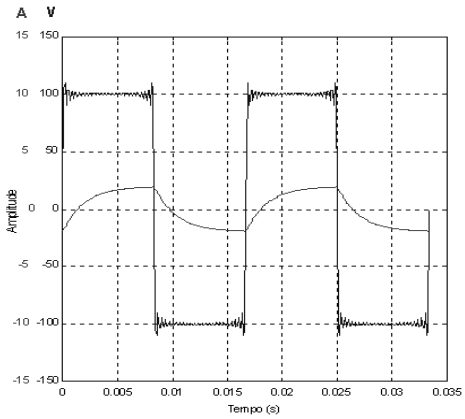

Figura 3 - Forma de onda de tensão quadrada e corrente de uma carga RL linear.

Na figura 3 verifica-se a mudança na forma de onda de corrente (resposta) em relação à forma de onda de tensão (excitação), mas isso não caracteriza uma distorção não-linear. Esse é um caso em que D existe quando não há distorção não-linear.

Em outras simulações realizadas eliminou-se a resistência ou a indutância da carga RL linear alimentada por uma forma de onda quadrada, obtendo-se os seguintes resultados:

Para R = 50 Ω e L = 0: D = 0; S_x = 112,59 VA. Nota-se que S_x não contém somente partes não ativas, mas possui também componentes ativas.

Para R = 0 e L = 100 *mH*: D = 79,14 VA; S_x = 105,34 VA.

D será nulo para uma onda quadrada de tensão alimentando um resistor. Porém, alimentando um indutor linear, D não será nulo, pois haverá uma distorção na forma de onda da corrente, que não é caracterizada como uma distorção não-linear.

No próximo exemplo, tem-se uma tensão não senoidal alimentando 2 cargas não-lineares. Fez-se uma medição em um inversor de onda quadrada de tensão alimentando um microcomputador e 4 lâmpadas PL de 25 W. A figura 4 apresenta as formas de onda de tensão e corrente resultante dessas duas cargas em paralelo. A forma de onda de corrente é semelhante à forma de onda de corrente de um resistor de 55,2 Ω (tensão de pico sobre corrente de pico) caso o mesmo fosse alimentado pela forma de onda quadrada de tensão.

As figuras 5 e 6, apresentam os espectros de tensão e corrente, respectivamente, obtidos por meio das formas de onda da figura 4.

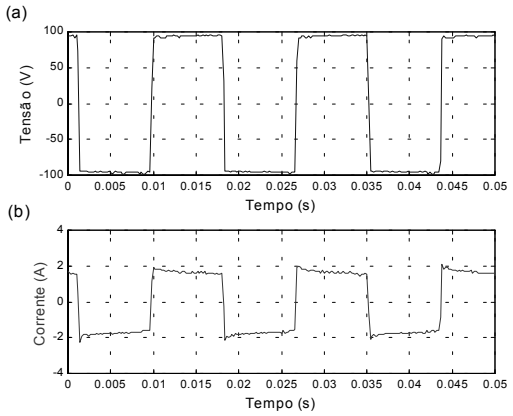

Figura 4 – Formas de onda: (a) tensão; (b) corrente.

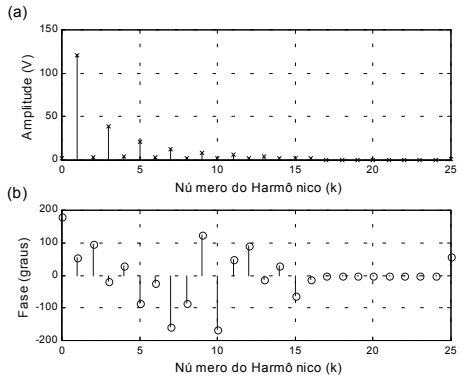

Figura 5 - Espectro da tensão: (a) amplitude; (b) fase.

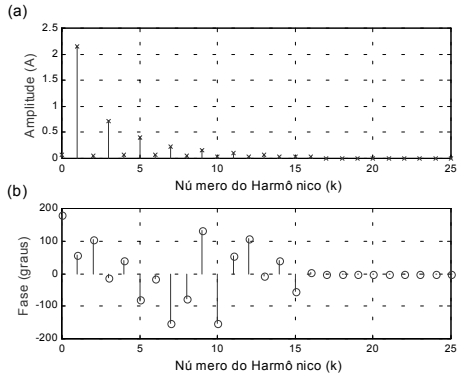

Figura 6 - Espectro da corrente: (a) amplitude; (b) fase.

Nessa situação, a carga apresenta um valor de D pequeno (4,933 VA), valores de taxa de distorção de tensão e corrente próximos (TDv = 40,295 % e TDi = 41,697 %) e um fator de potência próximo da unidade (0,995), devido à forma de onda da corrente originada pela combinação dessas cargas não-lineares, quando alimentadas por uma forma de onda quadrada de tensão.

Quando somente as 4 lâmpadas PL são alimentadas por uma onda quadrada de tensão [6], elas apresentam um fator de potência alto (0,984) e também uma baixa taxa de distorção de corrente (TDi = 52,597 %.), quando comparado à alimentação por uma forma de onda senoidal de tensão (ver tabela 1).

4.0 - CONCLUSÕES

Alguns conceitos apresentados neste artigo ainda não são habituais para muitos engenheiros eletricistas e ainda não existe um consenso entre os mesmos, quanto à definição das componentes de potência. Verifica-se que na presença de componentes harmônicas de tensão e/ou corrente, alguns conceitos da teoria convencional de potência ativa e reativa não são válidos.

Neste artigo, a potência aparente foi decomposta em 4 componentes: DC, fundamental, harmônica e cruzada. As três primeiras, relacionadas com o produto direto de tensão e corrente de mesma freqüência, e a componente cruzada, com a interação entre diferentes freqüências da tensão e da corrente.

No presente trabalho, incluiu-se o nível DC nas análises, embora em muitos casos ele apresente-se desprezível. Também foi introduzido um termo mais geral, o qual inclui o nível DC, para a avaliação da distorção de uma determinada forma de onda em relação a uma senóide pura.

Observa-se que a forma de onda da tensão de alimentação em uma carga não-linear tem influência significativa no fator de potência e na taxa de conteúdo harmônico de corrente da mesma.

5.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] J. T. Pinho, *Efeito das Não-linearidades de Transistores de Efeito de Campo em Amplificadores de Microondas*; Dissertação de Mestrado, PUC/RJ, fevereiro 1984.

[2] E. H. Watanabe, M. Aredes, “Teoria de Potência Ativa e Reativa Instantânea e Aplicações - Filtros Ativos e FACTS”, *Tutorial publicado no CBA-98 (XII Congresso Brasileiro de Automática)*, Uberlândia, Brszil, pp. 14-18, setembro 1998.

[3] S-L. Lu, C. E. Lin, C-L Huang, “Suggested Power Definition and Measurement Due to Harmonic Load”, *Electric Power System Research*, No. 53; pp. 73-81, 2000.

[4] A. E. Emanuel, "Apparent Power: Components and Physical Interpretation" *Eighth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Athens, Greece, pp. 1-13, October 1998.

[5] W.M. Grady, R.J. Gilleskie, “Harmonics and How They Relate to Power Factor”, *EPRI Power Quality Issues & Opportunities Conference*, 1993.

[6] M. A. B. Galhardo, J. T. Pinho “Análise do Desempenho de Inversores de Pequeno Porte com Diferentes Formas de Onda”, *AGRENER 2002 - IV Encontro de Energia no Meio Rural*, Unicamp - Campinas, outubro 2002.