

Desenvolvimento de Ferramenta Computacional para Estudos Transitórios de Alta-Frequência em Transformadores

L. C. Zanetta Jr, C. E. M. Pereira, R. M. Soares, PEA-USP e A. A. C. Arruda, CTEEP

RESUMO

O presente projeto tem como objetivo desenvolver trabalhos de implementação de um modelo de transformadores, no programa ATP, assim como a elaboração de ferramentas matemáticas para estudos e representação deste modelo frente a surtos transitórios de alta frequência.

O aplicativo desenvolvido gerencia as tarefas de obtenção do modelo, que é baseado no uso da rotina “vector fitting”. Os resultados obtidos nas simulações no ATP comprovaram a eficiência da metodologia.

PALAVRAS-CHAVE

Transformadores, resposta em frequência, ajuste de funções de transferência, transitórios eletromagnéticos.

I. INTRODUÇÃO

Os objetivos do projeto foram alcançados, com a implementação computacional da rotina “Vector Fitting”, para ajuste das funções de transferência correspondentes aos ensaios, e também com a implementação de um aplicativo computacional, com interface amigável e de fácil utilização, para gerenciamento das tarefas necessárias à obtenção do modelo para simulação no ATP.

Foram realizados vários testes de validação de modelos obtidos com o aplicativo, com resultados altamente satisfatórios em simulações no tempo, com o programa ATP, conforme será apresentado adiante.

A etapa inicial para obtenção do modelo do transformador em altas frequências, é a realização de um ensaio para obtenção da matriz de admitâncias em função da frequência. A próxima etapa é fazer o ajuste dessa matriz com a rotina vector fitting, que fornece as funções de transferência usadas para a implementação do modelo a ser utilizado no programa ATP.

Este trabalho foi financiado pela Cteep – Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista.

L. C. Zanetta Jr trabalha no LSP-USP Laboratório de Sistemas de Potência da Escola Politécnica da USP (e-mail: lzanetta@pea.usp.br).

A. A. C. Arruda trabalha na Cteep – Companhia de Transmissão de Energia Elétrica Paulista.

Um dos recursos mais importantes do aplicativo desenvolvido, é o modelamento de bancos de transformadores a partir de ensaios de trafos monofásicos, para qualquer tipo de ligação, permitindo inclusive acesso ao neutro no caso de ligação em estrela.

II. MEDIÇÕES PARA OBTENÇÃO DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS

Visando o modelamento do transformador através da matriz de admitâncias na forma de funções de transferência, deve-se estabelecer a metodologia de medições para a obtenção das respostas em frequência de cada elemento da matriz.

A. Obtenção Experimental da Matriz de Admitâncias de uma Rede Genérica

A matriz de admitâncias de uma rede pode ser obtida experimentalmente, com base nas relações entre tensões x correntes injetadas:

$$I_{inj} = Y_{bus} V_{bus} \quad (1)$$

Esse equacionamento também é válido no domínio da frequência:

$$I_{inj}(s) = Y_{bus}(s) V_{bus}(s) \quad (2)$$

Expandindo-se a expressão (2) tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ \vdots \\ I_i(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & \cdots & Y_{1j}(s) & \cdots & Y_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{j1}(s) & \cdots & Y_{jj}(s) & \cdots & Y_{jn}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}(s) & \cdots & Y_{nj}(s) & \cdots & Y_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ \vdots \\ V_j(s) \\ \vdots \\ V_n(s) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ao aplicar-se tensão no terminal j e aterrar-se os demais terminais tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ \vdots \\ I_i(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & \cdots & Y_{1j}(s) & \cdots & Y_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{j1}(s) & \cdots & Y_{jj}(s) & \cdots & Y_{jn}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1}(s) & \cdots & Y_{nj}(s) & \cdots & Y_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ V_j(s) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

O que permite obter-se equações onde cada elemento da matriz Y é uma relação entre corrente e tensão:

$$\begin{aligned} I_1(s) &= Y_{1j}(s)V_j(s) \\ &\vdots \\ I_i(s) &= Y_{ij}(s)V_j(s) \\ &\vdots \\ I_n(s) &= Y_{nj}(s)V_j(s) \end{aligned} \quad (5)$$

Levando à solução geral:

$$Y_{ij}(s) = \frac{I_i(s)}{V_j(s)} \quad (6)$$

Sendo $i = 1 \dots n$ e $j = 1 \dots n$.

Dessa forma, para se obter cada coluna da matriz Y , aplica-se tensão no nó correspondente da rede medindo-se a corrente em todos os demais.

Deve-se salientar que a matriz Y é simétrica, sendo assim redundantes algumas medidas de corrente quando se muda o ponto de aplicação de tensão. Além disso, conforme a topologia da rede, pode haver elementos da matriz Y em posições diferentes mas com valores iguais.

B. Obtenção da Matriz de Admitâncias de um Transformador Monofásico de Três Enrolamentos

Uma representação esquemática do transformador monofásico de três enrolamentos, é a seguinte:

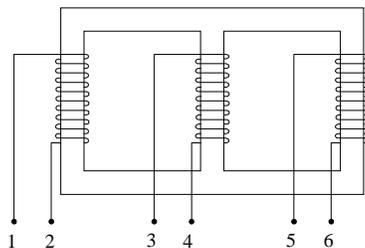


FIGURA 1. Representação do transformador monofásico de três enrolamentos para baixas frequências.

A matriz Y correspondente é de ordem 6, pois há 6 terminais desconectados, e é simétrica por definição:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ & & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ & & & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ & & & & Y_{55} & Y_{56} \\ & & & & & Y_{66} \end{bmatrix} \quad (7)$$

A metodologia para as medições para a obtenção da matriz Y consiste nos seguintes passos.

1) Aplicação de tensão no terminal 1 e medição das correntes injetadas nos terminais 1, 2, 3, 4, 5 e 6

Fixa-se uma amplitude para a tensão senoidal aplicada no terminal 1, variando-se a frequência, e para cada frequência, mede-se a amplitude das correntes em 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e as defasagens dessas correntes em relação à tensão aplicada.

Com essas medidas, aplicando-se (6), obtém-se os seguintes elementos da matriz Y , para uma dada frequência:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & & & & & \\ Y_{21} & Y_{22} & & & & \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & & & \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & & \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \quad (8)$$

2) Aplicação de tensão no terminal 2 e medição das correntes injetadas nos terminais 2, 3, 4, 5 e 6

Para as demais linhas da matriz de admitâncias, o procedimento é o mesmo, mas observando-se que o número de medições decresce devido à simetria da matriz.

Para os demais tipos de transformadores, altera-se apenas a quantidade de medições.

C. Obtenção da Matriz de Admitâncias de um Banco Trifásico a Partir da Matriz de Admitâncias de um Trafo Monofásico

A matriz de admitâncias de um banco trifásico formado por três transformadores monofásicos de dois ou três enrolamentos pode ser obtida a partir da matriz Y obtida conforme o item 4 aplicando-se propriedades de redução da matriz Y segundo o tipo de ligação do banco.

O processo será exemplificado supondo ligações estrela aterrada, estrela aterrada e delta, respectivamente para o primário, secundário e terciário.

Numerando os terminais de 1 a 6 para o primeiro transformador, 7 a 12 para o segundo e 13 a 18 para o terceiro, temos o diagrama da figura 2.

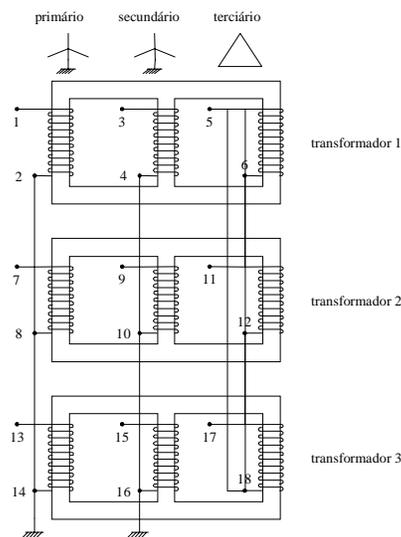


FIGURA 2. Ligação de banco trifásico com três transformadores monofásicos de três enrolamentos.

Observando-se o diagrama da figura 4, os nós que serão curto-circuitados para a terra serão: 2, 8 e 14 (primário) e 4, 10 e 16 (secundário). Os nós curto-circuitados entre si serão 6 com 11, 12 com 17 e 18 com 5 (terciário).

A matriz Y_B do banco inicialmente é de ordem 18, e possui 3 blocos de ordem 6, onde cada bloco é a matriz Y de cada um dos transformadores monofásicos que formam o banco. No caso de os transformadores serem iguais, a quantidade de dados é menor pois utiliza-se a mesma matriz Y nos 3 blocos. A representação é a seguinte:

$$Y_B = \begin{bmatrix} [Y_1] & [0] & [0] \\ [0] & [Y_2] & [0] \\ [0] & [0] & [Y_3] \end{bmatrix} \quad (9)$$

Pode-se verificar que os blocos nulos da matriz indicam que não há acoplamento entre as unidades monofásicas.

As propriedades da matriz de admitâncias utilizadas para a redução de Y_B para ordem 9 são as seguintes:

- Ao atarrar-se um nó, elimina-se a linha e a coluna correspondente da matriz
- Ao se curto-circuitarem dois nós A e B entre si, soma-se a linha A na linha B , em seguida soma-se a coluna A na coluna B , e finalmente eliminam-se a linha A e a linha B da matriz Y .

Para o banco da figura anterior, após a redução existirão apenas os nós 1, 7, 13 (primário) 3, 9, 15, (secundário) 5, 11 e 17 (terciário) correspondendo a uma matriz de admitâncias de ordem 9.

III. AJUSTE DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Os modelos de transformadores para altas frequências, a serem utilizados em programas de transitórios eletromagnéticos necessitam ajustar funções de transferência à respostas em frequência de medições de campo ou de laboratório.

O ajuste de respostas em frequência por funções de transferências é um problema matemático que tem sido enfocado desde a década de 1950 em vários trabalhos.

A abordagem mais direta basicamente é constituída na linearização do seguinte problema de mínimos quadrados:

$$\min_{a,b} \left\| f(s) - \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + \dots + b_ns^n} \right\|_2 \quad (10)$$

em que $f(s)$ representa a resposta em frequência fornecida e $\| \cdot \|_2$ denota a norma Euclidiana e a e b são os vetores de a_i e b_i .

Na realidade, como trabalhamos com $af(s)$ amostrada, para cada $s_k = j\omega_k$ podemos escrever:

$$f(j\omega_k) = \frac{a_0 + a_1(j\omega_k) + \dots + a_m(j\omega_k)^m}{b_0 + b_1(j\omega_k) + \dots + b_n(j\omega_k)^n} \quad (11)$$

Para os diversos ω_k de amostragem pode-se então montar o seguinte problema de otimização:

$$\min_{a,b} \sum_{k=1}^{N\omega} \left| f(j\omega_k) - \frac{a_0 + a_1(j\omega_k) + \dots + a_m(j\omega_k)^m}{b_0 + b_1(j\omega_k) + \dots + b_n(j\omega_k)^n} \right|^2 \quad (12)$$

tentando resolver por quaisquer um dos conhecidos métodos de programação não linear.

É mais eficiente adotar uma abordagem linearizada, como, por exemplo, a abordagem inicialmente proposta por Levy, que consiste em multiplicar $f(s)$ pelo denominador, adotando também $b_0=1$, o que transforma o problema não linear inicial em um problema de mínimos quadrados linear nos parâmetros a e b .

Este pode ser posto sob a forma $Ax=b$ com x denotando a solução de mínimos quadrados:

$$x = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

Entretanto, o problema resultante é mal escalado e mal condicionado em decorrência de que, principalmente considerando funções racionais de alta ordem, os $(j\omega_k)$ serão elevados a potências diferentes em cada coluna de A , formando uma matriz com elementos de várias ordens de grandeza.

Isto limita o método a aproximações de ordem baixa, principalmente se o intervalo de frequências for amplo. Ou seja, ordens elevadas implicam ajustes em intervalos de frequência estreitos.

Gustavsen e Semlyen desenvolveram um método denominado “Vector Fitting” com a finalidade de atenuar os problemas anteriormente mencionados.

O método consta de dois passos, em que são resolvidos dois sistemas de mínimos quadrados linear.

Inicialmente, distribuem-se pólos estáveis sobre o intervalo de frequência em que se deseja ajustar a função.

Existem dois passos claramente definidos:

- Ajuste de Pólos
- Determinação de Resíduos

Depois de executados os dois passos (ou se quisermos, podemos iterar algumas vezes passo de ajuste de pólos) espera-se um bom ajuste da fração racional.

Inicialmente os autores distribuíam sempre pólos reais. Perceberam, entretanto, que o método falhava quando havia muitos picos de ressonância na resposta a ser ajustada. Posteriormente, os autores perceberam que tal limitação poderia ser levantada caso distribuísem pólos complexos nos casos de funções não suaves, o que será objeto de investigações.

A seguir apresentamos um resumo do método. Pelo fato de podermos ajustar seu vetor de respostas, supondo que estas possuam os mesmos pólos, o método é denominado “Vector Fitting” e a diferença em relação a abordagem linearizada é trabalhar diretamente com expansões em frações parciais.

A. Identificação dos Pólos no Caso Escalar

Analisemos a identificação dos pólos no caso escalar de apenas uma função racional $f(s)$ dada por:

$$f(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + se \quad (13)$$

A extensão para o caso vetorial de mais de uma função de transferência será feita posteriormente.

Conforme nossa nomenclatura c_n são os resíduos e a_n são pólos reais ou pares de conjugados complexos.

Devemos achar todos os (c_n, a_n) , d e e . Pode-se, no entanto, supor a função estritamente própria (caso em que $d = e = 0$), própria (caso em que $e = 0$) ou permitir um ajuste genérico. Em casos práticos trabalharemos sempre com $e = 0$.

Embora o problema deste ajuste seja não linear, o “Vector Fitting” resolve-o empregando dois problemas de mínimos quadrados lineares (ambos com pólos conhecidos).

O algoritmo recomenda uma distribuição linear ou logarítmica na faixa de frequências de interesse, de um conjunto de pólos iniciais \bar{a}_n e também a multiplicação de $f(s)$ por uma função desconhecida $\sigma(s)$ que possua estes pólos e cujos zeros cancelem os pólos de $f(s)$, resultando:

$$\sigma f(s) = \sum_{n=1}^N \frac{\bar{c}_n}{s - \bar{a}_n} + \bar{d} + s\bar{e} \quad (14)$$

$$\sigma(s) = 1 + \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{a}_n} \quad (15)$$

Multiplicando $\sigma(s)$ por $f(s)$ podemos escrever:

$$\left(\sum_{n=1}^N \frac{\bar{c}_n}{s - \bar{a}_n} + \bar{d} + \bar{e}s \right) \equiv \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{a}_n} \right) f(s) \quad (16)$$

ou seja, $(\sigma f)_{fit}(s) \equiv \sigma_{fit}(s) f(s)$ em que “fit” significa ajustada.

A equação acima é linear nos parâmetros $[\bar{c}_n, \bar{d}, \bar{e}, \tilde{c}]$, e escrevendo-a para diversos $s = j\omega_k$ chegamos a um sistema de forma $Ax = b$.

Esta equação evidencia, conforme destacado pelos autores, que os zeros de $\sigma(s)$ fornecem os pólos de pois os pólos iniciais de cancelam na divisão. Como os ajustes e são aproximações de mínimos quadrados estes zeros serão aproximações dos pólos de , o que pode acarretar a necessidade de algumas iterações (normalmente duas iterações já fornecem resultados muito bons).

B. Ajuste da função

Uma vez dispondo dos pólos ajustados poderemos ajustar a função f :

$$f(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + se \quad (17)$$

Montamos um sistema linear de mínimos quadrados, mais compacto e determinamos simultaneamente os resíduos de todas as frações componentes da função.

Poderíamos também visualizar a função $f(s)$ através da seguinte realização no espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du + E\dot{u} \end{aligned}$$

resultando:

$$f(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = C(sI - A)^{-1} B + D + sE \quad (18)$$

C. Garantia de Passividade

Na elaboração do método, várias preocupações são tomadas com relação à problemas numéricos e aqui apresentadas sucintamente.

Experiências diversas têm mostrado que simulações envolvendo matrizes Y ajustadas podem, às vezes levar a simulações instáveis mesmo que a matriz Y possua apenas pólos estáveis.

Uma técnica útil para evitar este problema é exigir o comportamento passivo da rede, ou seja, que esta absorva potência em todas as frequências.

Para assegurar que uma matriz simétrica Y corresponda a um circuito passivo, devemos impor certas condições sobre seus autovalores, isto é, que $\text{Re}[Y]$ seja positiva definida.

1) Correção do Ajuste

Para assegurar que o nosso ajuste Y_{fit} corresponda a uma rede passiva, podemos corrigir a matriz D , como proposto por Gustavsen e Semlyen.

É mais interessante corrigimos a aproximação baseando-nos em uma condição necessária e suficiente pois corrigindo Y , pela suficiência, garantimos o comportamento passivo da rede.

Cada elemento de Y é dado por uma expressão do tipo:

$$Y_{fit}(i, j)(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + se \quad (19)$$

A parcela real de Y pode ser escrita: $G_{fit}(s) = D + P(s)$.

Para cada frequência , impomos apenas autovalores positivos, corrigindo D em cada frequência.

IV. APLICATIVO DESENVOLVIDO

O objetivo do programa é fornecer um modelo de transformador para altas frequências, para simulação de condições transitórias no programa ATP. O modelo é baseado no ajuste de uma matriz de funções de transferência à matriz de admitâncias experimental do trafo, obtida para uma determinada faixa de frequências. O ajuste das funções de transferência é realizado por meio da rotina Vector Fitting.

Os dados de entrada do programa são:

- Ensaio do transformador (resposta em frequência da matriz de admitâncias).
- Número de pólos do ajuste
- Número de enrolamentos do trafo e tipo de ligação

Também existe a possibilidade de abrir um arquivo com a matriz de funções de transferência ajustada previamente

Os resultados fornecidos pelo programa são:

- Matriz de funções de transferência ajustada
- Modelo do transformador para inclusão no arquivo ATP (arquivo *rlc.\$in*)

A. Barra de Ferramentas

As funções do programa concentram-se na barra de ferramentas que tem por objetivo facilitar a utilização do programa.



FIGURA 3. Barra de ferramentas do aplicativo Trafo-Vfit.

Conforme as condições do programa, alguns botões e seus equivalentes no menu ficam desabilitados, para evitar o uso de opções inconsistentes. Por exemplo, ao se iniciar o programa, os botões habilitados são: Abre Ensaio, Abre Ajuste e Opções.

B. Como Usar o Programa

O programa inicia com a seguinte tela:



FIGURA 4. Tela inicial do aplicativo Trafo-Vfit.

O primeiro passo é abrir o arquivo com o ensaio de resposta em frequência de um transformador no menu arquivo.

Após a abertura do arquivo do ensaio, é feito o ajuste das funções de transferência, devendo-se antes selecionar algumas opções, como por exemplo o número de pólos do ajuste, além da configuração do trafo (banco, ligação, etc).

O ajuste é feito selecionando-se a opção Trafo Gerar Ajuste do menu ou pressionando-se o botão Gerar Ajuste da barra de ferramentas.

Em seguida abre-se a tela para visualização do ajuste, para comparação com os valores do ensaio.

O ajuste gerado pode ser gravado em um arquivo (com a extensão *.vft*) que pode ser aberto posteriormente (Arquivo, Abrir Ajuste), evitando que seja necessário refazer o ajuste.

Uma outra possibilidade de utilização do programa, é fazer (ou abrir) o ajuste de um trafo monofásico de dois ou três enrolamentos, e criar um banco composto por três unidades iguais do transformador monofásico, escolhendo-se nas opções o tipo de ligação. Nesse caso, o ajuste final do banco também pode ser gravado em um arquivo.

Após a verificação do ajuste, pode-se mudar alguma opção e fazer o ajuste novamente, ou partir para a próxima etapa, que é solicitar que o programa gere o arquivo ATP com o modelo ajustado para o transformador, que fica gravado no arquivo *rlc.\$in*, que deve ser incluído no arquivo com o restante da rede elétrica.

O arquivo gerado pode ser aberto para visualização em qualquer editor de texto, ou usando a opção abrir arquivo ATP, do menu e da barra de ferramentas.

Ao cumprirem-se essas etapas, basta fazer a simulação da rede elétrica, contendo o modelo do transformador, da forma usual, com o programa ATP.

C. Exemplos de utilização

O objetivo dos exemplos é comparar a simulação no tempo de uma rede que contém uma sub-rede, conectada com outros elementos e fontes, usando o programa ATP com a sub-rede na forma tradicional, e com a sub-rede modelada com o algoritmo Vector Fitting.

Na figura 5 os parâmetros são dados em Ω , mH e μF .

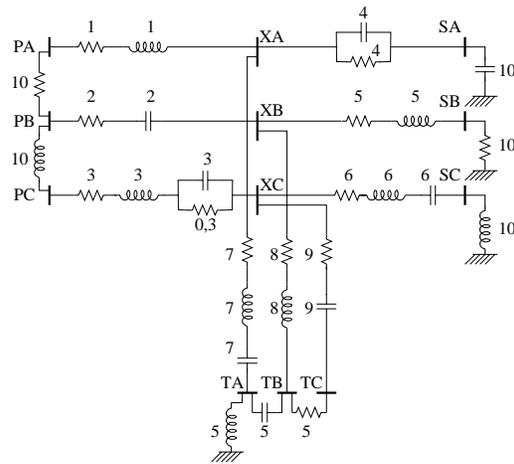


FIGURA 5. Rede elétrica com 9 terminais (PA, PB, PC, SA, SB, SC, TA, TB, TC).

Para a simulação no tempo, a sub-rede foi conectada com outros elementos e fontes de tensão.

A figura 6 apresenta o ajuste com 14 pólos, de uma das funções de transferência da matriz de admitâncias.

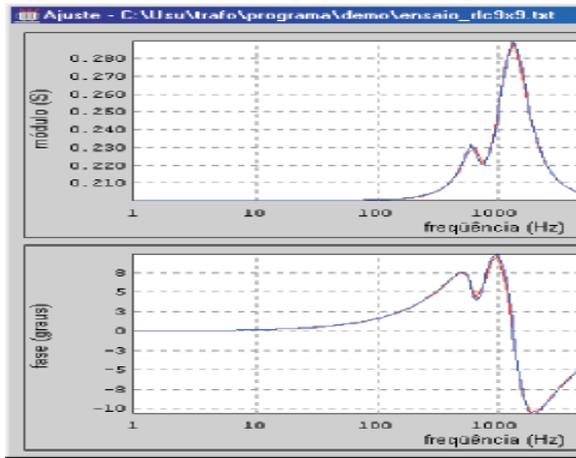


FIGURA 6. Resposta em frequência—elemento 9,9—ensaio/ajuste.

A figura 7 mostra as correntes injetadas nos terminais PA, PB e PC, simultaneamente para os dois casos simulados, não sendo percebida diferença nenhuma.

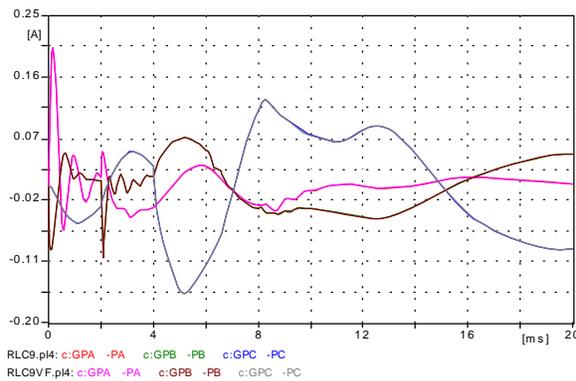


FIGURA 7. Correntes injetadas nos terminais PA, PB e PC—sub-rede original x sub-rede ajustada com vector fitting.

Outro exemplo consiste na ligação em estrela-delta de três sub-redes de quatro terminais, representado um banco de transformadores constituído de três unidades monofásicas de dois enrolamentos.

A sub-rede, na figura a seguir tem os parâmetros dados em Ω , mH e μF .

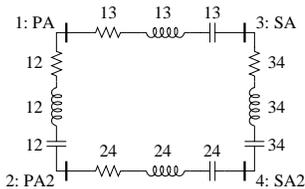


FIGURA 8. Sub-rede de 4 terminais (uma unidade monofásica).

A figura a seguir ilustra uma das curvas de resposta em frequência do ensaio, no qual foi usada a faixa de 10 Hz a 100 kHz, e do ajuste, feito com 14 pólos.

De forma a representar a ligação de um banco em estrela aterrada-delta, com o neutro do primário acessível, foram feitas as seguintes conexões:

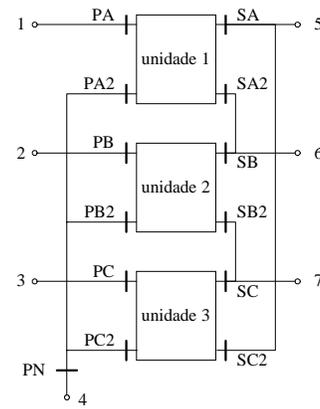


FIGURA 9. Ligação de três sub-redes em estrela aterrada-delta.

O ajuste obtido a partir dessa ligação é usado para a geração do modelo para o ATP. Os terminais disponíveis para ligação são indicados na figura 9.

A rede completa, usada nas simulações, é a seguinte:

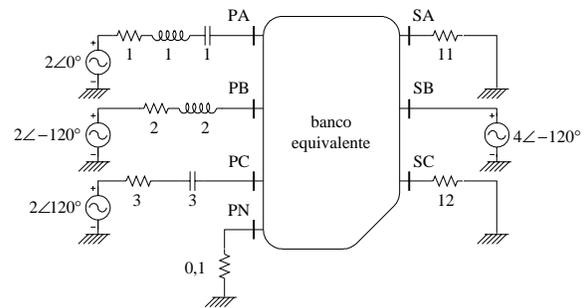


FIGURA 10. Rede elétrica simulada.

As simulações no tempo apresentaram resultados bastante satisfatórios, apresentado nas figuras 11 e 12.

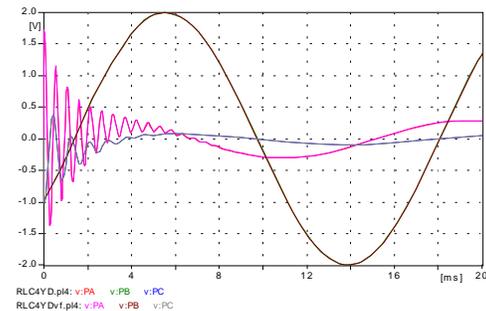


FIGURA 11. Tensões nos terminais PA, PB e PC—sub-rede original x vector fitting.

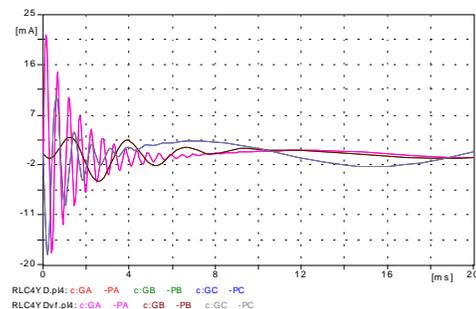


FIGURA 12. Correntes injetadas nos terminais PA, PB e PC—sub-rede original x vector fitting.

V. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Morched, "A High Frequency Transformer Model for the EMTP," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no.3, pp. 1615-1626, July 1993.
- [2] B. Gustavsen, and A. Semlyen "Application of Vector Fitting to State Equation Representation of Transformers for Simulation of Electromagnetic Transients," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 3, pp. 834-842, July 1998.
- [3] B. Gustavsen, and A. Semlyen "Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 97-104, Feb 2001.
- [4] B. Gustavsen, and A. Semlyen "Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.
- [5] B. Gustavsen, and A. Semlyen "Simulation of Transmission Lines Transients Using Vector Fitting and Modal Decomposition," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 605-614, Apr 1998.
- [6] CTEEP-EPTE / PEA-EPUSP *Modelos de Transformadores para Altas Frequências em Sistemas Elétricos de Potência de Alta Tensão*, Relatório Técnico, 2000.
- [7] J.R. Marti "A High Frequency Transformer Model for EMTP," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no. 3, pp. 1615-1626, July 1993.
- [8] R.C. Degenev et al "A Method for Constructing Reduced Order Transformer Models for System Studies from Detailed Lumped Parameter Models," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 7, no.2, pp. 649-655, Apr. 1992.
- [9] R.J. Galarza et al "Transformer Model Reduction Using Time and Frequency Domain Sensitivity Techniques," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, no. 2, pp. 1052-1059, April 1995.