



# VI SBQEE

21 a 24 de agosto de 2005

Belém – Pará – Brasil



Código: BEL 13 7840

Tópico: Sistema de Monitoramento e Tratamento de Dados

## EFEITO DA TAXA DE DIGITALIZAÇÃO E DO JANELAMENTO NO CÁLCULO DE PARÂMETROS DE QUALIDADE DE ENERGIA

SEBASTIÃO DO  
NASCIMENTO NETO

UNB

ANÉSIO DE LELES FERREIRA  
FILHO

UNB

FRANCISCO ASSIS O.  
NASCIMENTO

UNB

### RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados preliminares da investigação da sensibilidade na determinação do valor da distorção harmônica provocada pela taxa de digitalização, pela sincronização com a frequência fundamental e pelo tipo de janelamento usado. A investigação teve como base um modelo matemático usado nas simulações, bem como experimentos de laboratórios usando uma fonte geradora de sinais com harmônicos. Os resultados obtidos mostram que há uma dependência da precisão na determinação de alguns parâmetros, tal como a distorção harmônica, com o processo de digitalização e os métodos numéricos usados. Foi desenvolvida a matemática para configurar a taxa de amostragem e o método de janelamento é proposta.

### PALAVRAS-CHAVE

DFT, Análise Harmônica, Distorção Harmônica Total, Parâmetros de Qualidade de Energia.

### 1.0 INTRODUÇÃO

Para tirar vantagem da evolução tecnológica os sinais (tensão e corrente) obtidos das redes de energia elétrica devem ser digitalizados para poderem ser monitorados ou mesmo analisados com instrumentação de última geração. Esta evolução tecnológica tem facilitado muito a obtenção e análise dos parâmetros usados para aferir a qualidade da energia elétrica fornecida. Ao longo dos anos o desenvolvimento de técnicas para o processamento digital da informação contida nos sinais elétricos tornou-se

fundamental para a pesquisa de diversos fenômenos relacionados com os sinais que representam a energia elétrica. Embora vários algoritmos tenham sido desenvolvidos com esse objetivo, porém, muito poucos estão relacionados com a investigação da influência da taxa de digitalização (amostragem) e do algoritmo numérico usado no cálculo de parâmetros relacionados com a qualidade de energia elétrica. Têm sido observadas diferenças significativas entre os valores encontrados para as medidas de um mesmo parâmetro quando equipamentos de fabricantes diferentes são usados em condições experimentais equivalentes. Estas diferenças necessitam ser investigadas e os seus motivos evidenciados.

Os resultados aqui apresentados foram obtidos por meio da investigação da sensibilidade do resultado do cálculo da distorção harmônica devido à variação da taxa de digitalização e o do método de janelamento usado. Para tal, foi usado um modelamento matemático que leva em consideração a dependência da taxa de digitalização, sincronização com a frequência fundamental e o janelamento. Foram realizadas simulações em computador e experimentos em laboratório usando uma fonte de alto desempenho geradora de sinais elétricos com harmônicos. Os resultados encontrados mostram a dependência do valor medido para a distorção harmônica com o processo de digitalização e os métodos numéricos usados no cálculo. Alguns trabalhos foram realizados com o objetivo de verificar a influência de diferentes algoritmos para cálculo da transformada Rápida de Fourier (FFT)

implementada em processadores digitais de sinais [1].

## 2.0 ANÁLISE ESPECTRAL

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) é a ferramenta matemática mais usada no cálculo de parâmetros de qualidade de energia. A eficiência computacional do cálculo da DFT pode ser melhorada fazendo-se uso da segmentação do sinal em questão, ou seja, pela divisão do sinal em vários blocos consecutivos de amostras. Vários algoritmos têm sido desenvolvidos com o objetivo de realizar as operações da DFT de forma eficiente. O mais conhecido de todos é o que é implementado na Transformada Rápida de Fourier (FFT) [3]. Cabe salientar que a representação espectral de sinais de sistemas de potência digitalizados dada pela Transformada Discreta de Fourier pode ser diferente da representação dada pela Transformada de Fourier quando consideramos apenas os sinais de sistemas de potência contínuos no tempo. Em vista disso, como o sinal elétrico é constituído pela frequência fundamental e frequências harmônicas de ordem superior, o cálculo resultante da aplicação da DFT é sensível à taxa de digitalização. Existem outras situações que devem ser levadas em consideração, como por exemplo, se a taxa de digitalização deve estar ou não sincronizada com frequência fundamental. O tamanho da janela e o tipo de janelamento usado na segmentação do sinal também afetam o resultado da DFT, alterando o valor calculado para os parâmetros de qualidade de energia.

### 2.1 Conceitos básicos

Os conceitos a seguir são definidos tendo como base a Fig.1.

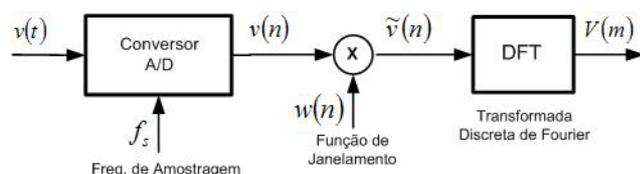


Fig.1 – Diagrama em blocos de um sistema genérico para análise espectral

#### 2.1.1 Forma de onda

As formas de ondas da voltagem e da corrente dos sistemas de potência trifásico e monofásico podem ser representadas por uma soma de senóides, sendo uma na frequência fundamental e um número finito de frequências harmônicas. As frequências harmônicas são múltiplos inteiros da frequência fundamental. Assim, por exemplo,

a voltagem em cada fase pode ser apresentada por,

$$v(t) = v_0 + \sum_{h=1}^M A_h \cos(2 \cdot \pi \cdot f_h \cdot t + \phi_h) \quad (1)$$

Para efeito de simulação os valores para a amplitude  $A_h$ , fase  $\phi_h$  e frequência  $f_h$  podem ser escolhidos independentemente.

#### 2.1.2 Amostragem

Mesmo com a presença de frequências harmônicas de ordem superior o sinal  $v(t)$  dos sistemas de potência é limitado em banda, isto é, a maior frequência presente no sinal tem um valor finito. Assim, devemos escolher uma frequência de amostragem,  $f_a$ , para a digitalização do sinal analógico  $v(t)$ , tal que,  $f_a > n \cdot f_1$ . Observe que  $n$  deve ser grande o suficiente para satisfazer as exigências para evitar as distorções resultantes do “aliasing” devido à presença das frequências harmônicas de ordem superior.

#### 2.1.3 Transformada discreta de fourier (DFT)

Tendo em vista que o sinal  $v(t)$  é coletado durante um período longo de tempo, deve-se selecionar um número finito de amostras de  $v(t)$  para ser analisado. Este número finito de amostras pode ser representado por,

$$v(k) = [v_0, v_1, v_2, \dots, v_{N-1}] \quad (2)$$

Em (2),  $k$  é um índice de tempo que varia de 0 a  $N-1$ . Quando  $v(k)$  é uma seqüência de dados reais, o resultado da DFT de  $v(k)$  consiste de  $N/2 + 1$  amostras complexas e pode ser dado por,

$$V_m = DFT\{v(k)\} = [V_0, V_1, \dots, V_{N/2}] \quad (3)$$

Por conveniência, considera-se  $N$  par. O índice  $m$  está relacionado com a frequência de cada componente  $V_m$ , e pode ser expresso por,

$$V_m = \sum_{k=0}^{N-1} v_k e^{-j(2\pi mk/N)} \quad , m = 0, 1, 2, \dots, N/2 \quad (4)$$

Como  $v(k)$  representa parte da seqüência completa, deve ser observado que tudo se passa como se a seqüência completa ( $v(t)$  digitalizado) fosse multiplicada por uma outra seqüência,  $w(k)$ , geralmente chamada de *janela de dados*, conforme mostrado na Fig. 1.

### 2.1.4 Parâmetros de qualidade de energia

Com o aumento da preocupação em fornecer energia elétrica com qualidade, tem se verificado uma melhora significativa no desempenho dos equipamentos de monitoramento usados para caracterizar os fenômenos relacionados com os sistemas de energia elétrica.

Os dados coletados são analisados e o desempenho observado dos diversos parâmetros de qualidade é comparado com valores considerados típicos. Dentre os parâmetros mais importantes, consideraremos aquele que verifica o comportamento das freqüências harmônicas presentes na voltagem ou na corrente, a Distorção Harmônica Total (*THD*). Se  $V_1$  é a voltagem da freqüência fundamental e  $V_h$ , a voltagem da freqüência harmônica de ordem  $h$ , o *THD* pode ser computado como,

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^M V_h^2}}{V_1} \times 100 \quad (\%) \quad (5)$$

Em (5),  $M$  indica o número de componentes harmônicas que deve ser levado em consideração no cálculo do *THD*. Em geral,  $M = 50$  ou maior.

### 2.2 Análise espectral

A relação entre  $V_m$  e  $v_k$  é mostrada em (4). A função exponencial  $e^{-j(2\pi mk/N)}$  em (4) é complexa e periódica. Como uma função de  $k$ , o índice de tempo, o período da exponencial pode ser dado por  $N/m$  amostras de dados. Ou seja, quando  $k$  percorre a faixa de  $N/m$ , a exponencial  $e^{-j(2\pi mk/N)}$  percorre um ciclo.

Desta forma, se  $T_a$  é a separação entre as amostras, então a primeira componente  $V_1$  é a soma de produtos entre  $v_k$  e uma senóide complexa com 1 (um) ciclo em  $N$  amostras ou  $N \cdot T_a$  segundos. Generalizado,  $V_m$  é a soma de produtos entre  $v_k$  e uma senóide complexa com  $m$  sobre o mesmo período. Estamos interessados nas freqüências harmônicas,  $f_h$ , que são múltiplos inteiros da freqüência fundamental,  $f_1$ . A freqüência  $f_m$ , da componente  $V_m$  da DFT, é dada por,

$$f_m = \frac{m}{N \cdot T_a} \quad (\text{Hz}) \quad (6)$$

O objetivo maior é ter as freqüências  $f_m$  exatamente iguais às freqüências harmônicas  $f_h$ . Para tal, devemos fazer algumas considerações sobre  $N$  e  $T_a$ , como segue:

- Como o sinal  $v(t)$  é periódico, o sinal discreto,  $v(k)$ , deve manter a mesma periodicidade de  $v(t)$ . Para isso acontecer, a freqüência de amostragem ( $f_a = \frac{1}{T_a}$ ) deve ser escolhida de modo que a sua divisão por  $f_1$  seja exata. Assim, podemos escrever que  $f_a = r \cdot f_1$ , onde  $r$  é o resultado da divisão exata de  $f_a$  por  $f_1$ ;
- O número de amostras  $N$  deve ser o resultado da amostragem sobre um número inteiro de ciclos da fundamental.

Então, de (6) e incluindo as restrições, obtemos,

$$f_m = \frac{m}{N} \times r \times f_1 \quad (\text{Hz}) \quad (7)$$

Em (7),  $r$  é o número de amostras por ciclo da freqüência fundamental e  $N$  é o número de amostras usadas para calcular as componentes da DFT. Como imposto,  $N$  deve conter um número inteiro de ciclos da fundamental, ou seja,  $N = n \cdot r$ , para  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Em vista disso, espera-se que as componentes harmônicas,  $f_h$ , estejam localizadas em posições específicas, como pode ser visto na Fig.2.

## 3.0 RESULTADOS

Alguns resultados preliminares foram obtidos como consequência da aplicação das premissas obtidas até aqui considerando o efeito da variação da taxa de amostragem e a DFT.

### 3.1 Efeitos da taxa de amostragem

De acordo com o teorema da amostragem de Shannon é necessário um mínimo de 2 amostras por ciclo da mais alta harmônica de interesse para precisamente descrever a forma de onda. Então, para a harmônica de 51ª ordem de uma fundamental de 60 Hz, é preciso ter um mínimo de 326,8  $\mu$ s, ou seja, é necessário uma freqüência de amostragem de 6120 Hz.

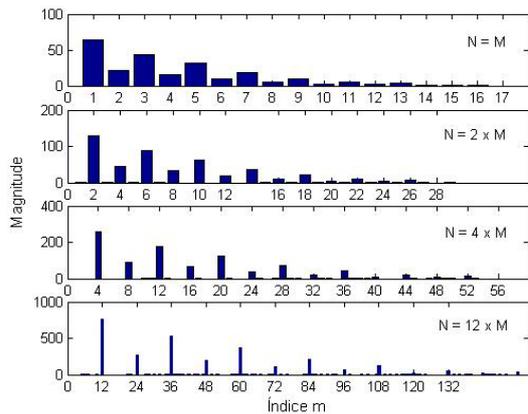


Fig.2 – Relação entre o número de ciclos da frequência fundamental e a posição das frequências harmônicas como resultado da DFT.

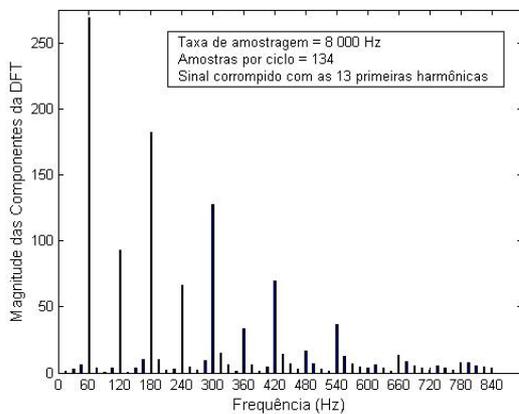


Fig.3 – Efeito obtido quando a taxa de amostragem não está sincronizada com a frequência fundamental.

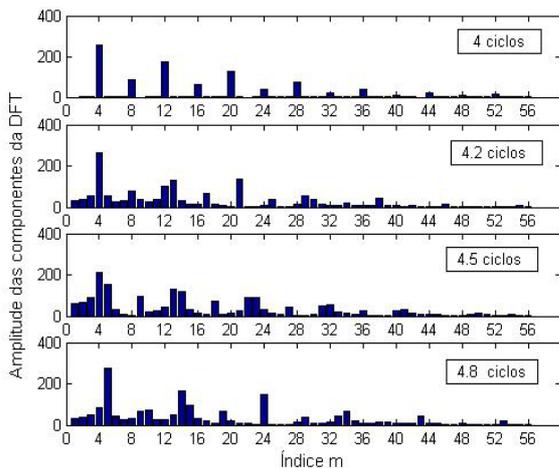


Fig.4 – A mesma forma de onda genérica da Fig. 2 com um número não inteiro de ciclos da fundamental no cálculo da DFT.

Quando a taxa de amostragem não está sincronizada com a frequência fundamental a periodicidade do conjunto de dados da DFT não

segue a periodicidade do sinal em consideração. Em vista disso, é possível se ter interpretações múltiplas em relação ao espectro obtido para o sinal em consideração. A Fig. 3 mostra o efeito obtido.

A Fig. 4 mostra o efeito obtido quando não se tem um número inteiro de ciclos para o cálculo da DFT. Neste caso, é observado um espalhamento do espectro, ou seja, aparecem frequências que não são múltiplas inteiras da frequência fundamental.

A Tabela 1 mostra os valores da THD de um sinal senoidal contendo a frequência fundamental e componentes harmônicas ímpares até a 51ª ordem. Podem ser observadas as mudanças nos valores das componentes obtidas quando porções do ciclo da fundamental são incluídas no cálculo da DFT. Obviamente, esses efeitos têm impactos prejudiciais no cálculo de alguns parâmetros que medem a qualidade de energia.

Tabela 1 – Efeito da amostragem no cálculo da THD

Distorção Harmônica Total (%)	
% do ciclo da fundamental	THD
100	5,83
90	5,15
80	5,77
70	7,30
60	8,60
50	6,58
40	6,19
30	5,52
20	4,89
10	4,55

### 3.2 Efeito do janelamento

Quando o sinal é segmentado as amostras do fim de um segmento e começo de outro são separadas bruscamente. Ao ser analisado, essa separação brusca causa o aparecimento de frequências que não estão relacionadas harmonicamente com o sinal em análise. Para minimizar esse efeito e obter informação mais precisas sobre a magnitude e as frequências das componentes harmônicas do sinal, aplica-se a técnica conhecida como janelamento.

O efeito do janelamento é suavizar as bordas do segmento em questão, antes da aplicação da DFT. A Função janela,  $w(n)$ , deve ter o mesmo comprimento,  $N$ , do segmento do sinal. A Fig. 5 mostra o efeito do janelamento de um segmento do sinal  $v(n)$ . Observe que a janela de Hamming

atenua fortemente o efeito da segmentação abrupta aqui representada pelo resultado do janelamento do sinal pela janela retangular.

Na Tabela 2 é mostrada a distorção harmônica total, THD, obtida para um sinal elétrico composto de frequência fundamental e componentes harmônicas ímpares de até 51ª ordem sob o efeito do janelamento. O valor real do THD é de 4,13 %.

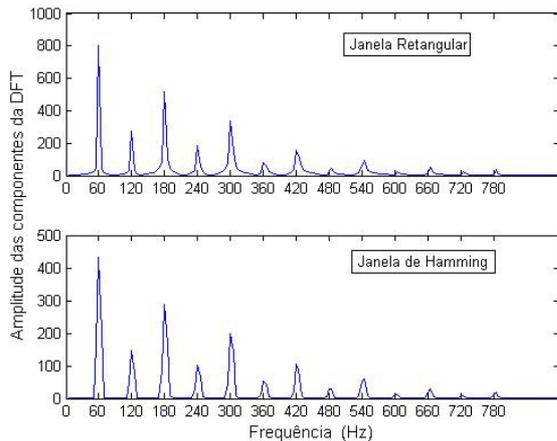


Fig. 5 – Efeito do janelamento na segmentação do sinal.

Tabela 2 – Efeito do janelamento no THD

Taxa de amostragem	THD (%)	
	Retangular	Hamming
7650	5,47	2,46
7656	5,54	2,46
7662	5,62	2,46
7668	5,69	2,47
7674	5,76	2,47
7680	5,83	2,45
7686	5,19	2,44
7692	5,26	2,45
7698	5,33	2,45
7704	5,40	2,45
7710	5,47	2,46

#### 4.0 CONCLUSÃO

Foram mostrados alguns resultados da sensibilidade no computo das frequências harmônicas que compõem um sinal gerado por um sistema de energia elétrica. Foi observado que os resultados obtidos para as frequências harmônicas via DFT foram sensíveis à variação da frequência de amostragem e o tipo de janelamento usado. A taxa de amostragem deve estar sincronizada com a frequência da fundamental e também deve conter um número inteiro de ciclos da frequência fundamental.

Quanto ao janelamento, a janela de Hamming apresentou um melhor resultado. Sendo interessante quando se deseja realçar algumas componentes de frequências. Entretanto, devido à atenuação da energia total do segmento, podemos ter um resultado errôneo no computo da THD.

#### 5.0 REFERÊNCIAS

- [1] I. Szolík, K. Kovác and V. Simiesko. Influence of Digital Signal Processing on Precision of Power Quality Parameters Measurement, Measurement Science Review, Vol. 3, Section 1, 2003, pp.35-38.
- [2] J.H. McClellan, R.W. Schafer and M.A. Yodar. Signal Processing First, International Edition, Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003.
- [3] S.D. Stearns, R.A. David. Signal Processing Algorithms, 1<sup>st</sup> ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2003.

