



VI SBQEE

21 a 24 de agosto de 2005

Belém – Pará – Brasil



Código: BEL 11 7826
Tópico: Modelagem e Simulações

ESTUDOS DE DISTORÇÕES VARIANTES NO TEMPO POR INTERMÉDIO DA TRANSFORMADA WAVELET

JOÃO A. MOOR NETO
MAURÍCIO AREDES
MAMOUR S. NDIAYE
COPPE/UFRJ

PAULO F. RIBEIRO
CALVIN COLLEGE

SAMIR A. MUSSA
UNIJUÍ

RESUMO

Este artigo técnico apresenta a aplicação da transformada *wavelet* na análise de distorções de forma de onda de corrente e tensão com características não estacionárias. Serão abordadas as limitações da análise de *Fourier* em sinais não estacionários, além da teoria relativa a Transformada Wavelet e sua implementação, por meio de banco de filtros multitaxas. Visando mostrar a aplicação destas ferramentas matemáticas na análise de distorções em formas de ondas, é apresentada uma análise comparativa por intermédio de simulações de sinais não estacionários.

PALAVRAS-CHAVE:

Análise de *Fourier*, Distorções, Harmônicas, Sinais não Estacionários, Transformada *Wavelet*.

1.0 INTRODUÇÃO

Distorções em formas de ondas podem ser expressas em termos de harmônicos, ou ainda apresentando variações rápidas de amplitude (*flicker*) e transitórios. Cada vez mais frequentemente, os sinais de tensões e correntes têm apresentado comportamentos menos estacionários, e, em alguns casos, até mesmo sem periodicidade. Este aspecto implica em limitações na correta aplicação de medições de grandezas por meio do clássico

algoritmo da Transformada Rápida de *Fourier* (*FFT*) [1]. Em determinadas situações os sistemas elétricos de potência poderão operar diante da existência de subharmônicos e inter-harmônicos, além dos componentes múltiplos inteiros da frequência fundamental do sistema. Pode-se definir as distorções na forma de onda como sendo de dois tipos, estacionárias e não-estacionárias. Neste contexto, será considerado que:

- Distorções: abrangem todos os tipos de distorções, ou seja, estacionárias e não-estacionárias;
- Distorções harmônicas: abrangem todos os tipos de distorções estacionárias;
- Distorções variantes no tempo: distorções que sejam consideradas não-estacionárias.

Em razão do comportamento cada vez mais dinâmico das cargas, as formas de ondas têm apresentado distorções com características cada vez mais complexas. Este fator motiva a utilização de métodos matemáticos mais adequados a analisar as características das distorções variantes no tempo em sinais. A transformada *wavelet* é um método matemático que pode ser utilizado com sucesso para desempenhar esta função [2-4].

Deste modo, é apresentado um estudo comparativo entre o método de *Fourier* e o método baseado em multiresolução, visando identificar distorções variantes no tempo em formas de ondas. Este estudo é baseado em simulações no programa Matlab®.

2.0 FOURIER X WAVELETS

Existem diferentes métodos de análise de sinais, sendo que o mais utilizado é aquele baseado na transformada *Fourier*. Esta importante ferramenta matemática é eficaz quando se trata de sinais estacionários. Contudo, a transformada de *Fourier* se caracteriza por enxergar o sinal como um todo e devolvendo uma visão em média, o que reflete em uma baixa sensibilidade para detecção de características transitórias. A análise de *Fourier* é inadequada para estudos de sinais não-estacionários, os quais são de grande interesse em estudos relacionados à qualidade de energia.

2.1 Análise de *Fourier*

Pela técnica de *Fourier* um sinal periódico é representado como uma combinação linear de funções exponenciais complexas periódicas de diferentes frequências. A Transformada de *Fourier* e sua inversa são definidas por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

A independência das funções bases da transformada de *Fourier* acarreta em uma descrição do sinal somente no domínio do tempo. Visando resolver esta limitação, algumas soluções foram desenvolvidas para que fosse possível a representação de sinais nos domínios do tempo e frequência ao mesmo tempo. A idéia relacionada com as representações conjuntas em tempo e frequência é separar o sinal analisado em várias partes, as quais são verificadas de forma separada. Isto possibilita que sejam obtidas mais informações do tempo e da localização de componentes de diferentes frequências.

Para analisar sinais com características não-estacionárias a Transformada de *Fourier* com Janelamento (*STFT* – *Short Time Fourier Transformer*) é utilizada porque possibilita a representação tempo-frequência de um sinal. As expressões (3) e (4) definem esta transformada e a sua inversa, respectivamente.

$$STFT(\tau, \omega) = f(t)g(t - \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (3)$$

$$f(t) = \int_{\tau} \int_{\omega} STFT(\tau, \omega)g(t - \omega)e^{j\omega t} d\tau d\omega \quad (4)$$

A expressão (3) representa uma função que pode ser descrita como a transformada de *Fourier* do sinal $f(t)$, o qual é janelado em relação ao tempo pela função $g(t)$. Os parâmetros τ e ω representam a translação e a frequência, respectivamente.

O problema associado a esta técnica é que resolução se comporta de forma constante para todas as diferentes frequências que por ventura existam no sinal. Isto ocorre porque o tamanho da janela adotada é o mesmo durante a análise do sinal. Janelas estreitas correspondem a bandas de frequências mais largas, refletindo em uma resolução imprecisa no domínio da frequência. Por outro lado, janelas mais largas resultam em uma boa resolução no domínio da frequência em detrimento de uma resolução inadequada no domínio do tempo.

A relação entre a resolução nos domínios do tempo e da frequência é referida como princípio da incerteza de Heisenberg [5]. Este princípio estabelece o máximo de separação do período do tempo e das frequências presentes na forma de onda analisada.

$$\Delta t \Delta f \geq (1/4\pi) \quad \text{ou} \quad \Delta t \Delta f \geq (1/2) \quad (5)$$

A Fig. 1 ilustra o plano tempo-frequência relativo a *STFT* com uma determinada resolução (janela).

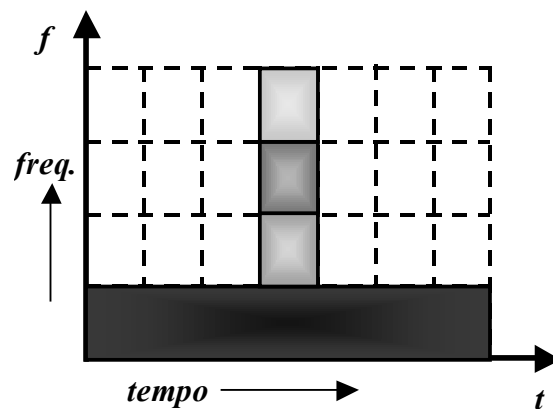


Fig. 1 - Plano tempo-frequência da *STFT*

2.2 Análise por Transformada *Wavelet*

A transformada *wavelet* de uma função pertencente ao espaço das funções quadraticamente integráveis, $L^2\{\mathbb{R}\}$, é a sua decomposição numa base formada por expansões, contrações e translações de uma única função-mãe $\psi(t)$, denominada *wavelet* conforme (6).

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a > 0, b \in \mathbb{R} \quad (6)$$

Esta função é dilatada (ou comprimida) pelo parâmetro a para que se tenha uma definição da resolução na frequência. Já o parâmetro b representa a translação no domínio do tempo desta função.

A transformada *wavelet* contínua (CWT) definida por (7) correlaciona um sinal qualquer com uma função *wavelet* $\psi(t)$, a qual apresenta duração finita no tempo e um conteúdo finito também em frequência.

$$w(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (7)$$

De uma maneira intuitiva verifica-se que a CWT determina uma correlação entre o sinal e a *wavelet* na posição b e escala a . Se o sinal possuir uma componente espectral que corresponda a uma escala em questão, o produto da *wavelet* com o sinal na localização aonde este componente espectral existir produzirá um valor alto. Caso contrário, o valor do produto será pequeno ou mesmo nulo.

O escalamento a é uma operação matemática que pode dilatar ou comprimir um sinal. Escalas maiores correspondem a sinais dilatados e escalas pequenas correspondem a sinais comprimidos. A Fig. 2 esclarece as características do gráfico em duas dimensões relativo ao plano escala-tempo, o qual fornece a informação da resolução (relação tempo-escala) da transformada *wavelet*.

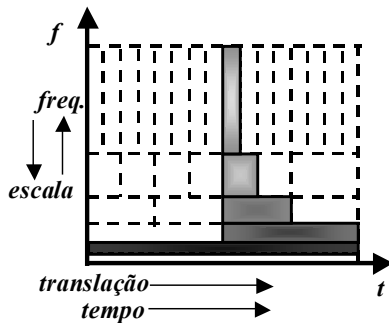


Fig. 2 - Plano tempo-escala da transformada *wavelet*

O sinal original $f(t)$ possui uma variável independente t , já as *wavelets* são caracterizadas por possuírem duas variáveis independentes, os parâmetros a e b . Deste modo, um sinal de apenas uma dimensão é transformado em uma função de duas dimensões de escala a e translação b .

A relação escala-translação de cada uma *wavelet* variada em termos de escala e posição é representada por cada um dos quadrículos da Fig. 2, sendo que estes quadrículos são em geral

denominados como células de resolução de tempo-frequência.

Na transformada *wavelet* discreta (DWT) o número de coeficientes dependerá do passo de discretização nos fatores de escala e translação, que são denotados por m e n , respectivamente. Se a_0 e b_0 forem tamanhos dos passos de segmentação para a escala e translação, respectivamente, a translação e a escala em termos destes parâmetros serão dadas por $a = a_0^m$ e $b = nb_0 a_0^m$.

Após a realização da discretização em termos dos parâmetros a_0 e b_0 e de m e n , a *wavelet* mãe pode ser descrita por meio de (8) ou (9).

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \psi \left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m} \right) \quad (8)$$

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(t a_0^{-m} - nb_0) \quad (9)$$

Considerando que após a discretização os coeficientes da transformada *wavelet* discreta (DWT) são representados em termos de m e n , estes são determinados pela expressão (10).

$$C_{m,n} = a_0^{-\frac{m}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(a_0^{-m} t - nb_0) dt \quad (10)$$

A transformada inversa pode ser obtida pela equação (11).

$$f(t) = K \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{m,n} a_0^{-\frac{m}{2}} g(a_0^{-m} t - nb_0) \quad (11)$$

2.2.1 Algoritmo de Implementação da DWT

A teoria de *Fourier* estabelece que a expansão no domínio do tempo reflete na compressão no domínio da frequência. Deste modo, seria necessário um número infinito de *wavelets* para cobrir o espectro de frequência completo. A solução para contornar este problema é considerar a aplicação de uma função de natureza do tipo passa-baixa, que limita o número de *wavelets* necessárias para completar todo o espectro de frequência. Esta função é denominada por função de escalamento $\varphi(t)$ [6]. A função de escalamento $\varphi(t)$ e a sua função *wavelet* mãe $\psi(t)$ são necessárias à construção de uma base completa. Estas devem satisfazer as equações de diferença dadas por (12) e (13).

$$\varphi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \sqrt{2} \varphi(2t - n) \quad (13)$$

$$\psi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n)\sqrt{2} \varphi(2t-n) \quad (14)$$

Os coeficientes $h(n)$ e $g(n)$ de (13) e (14), respectivamente, devem satisfazer a relação dada em (15).

$$g(n) = (-1)^n h(1-n) \quad (15)$$

Em termos práticos o que foi relatado acima, indica a utilização de bancos de filtros. Deste modo, a transformada ortogonal *wavelet* pode ser aplicada utilizando uma plataforma de análise multi-resolução (*Multiresolution Signal Decomposition - MSD*). A análise por MSD pode ser realizada por meio de aproximações por codificação em sub-bandas. Na decomposição, funções de escalamento e funções *wavelet* são utilizadas como blocos de construção para decompor e construir o sinal em diferentes níveis de resolução [7]. A função *wavelet* origina os detalhes do sinal decomposto e a função de escalamento irá gerar a versão aproximada do sinal.

Em termos matemáticos, este processo pode ser resumido pela expressão (16).

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j_0}(k) 2^{j_0/2} \varphi(2^{j_0}t - k) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=j_0}^{\infty} d_j(k) 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (16)$$

Sendo que:

- c_j é o coeficiente de escalamento no nível j_0 e d_j é o coeficiente da função *wavelet* na escala j ;
- $\varphi(t)$ é a função de escalamento, e $\psi(t)$ é a função *wavelet*;

A Fig. 3 mostra o algoritmo baseado em banco de filtros para decomposição e reconstrução de sinais. A partir das informações dos coeficientes de sucessivas aproximações e sucessivos detalhes, a análise pode ser realizada.

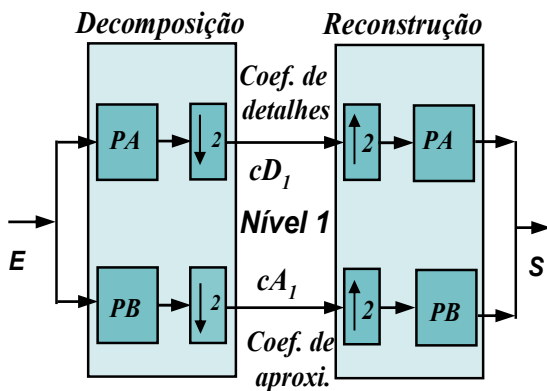


Fig. 3 - Algoritmo para decomposição e reconstrução de sinais.

2.2.2 Escolha da Wavelet

Em termos de distorções em formas de ondas, conforme indicado em [3,8] é interessante que o banco de filtros correspondentes a *wavelet* escolhida tenha uma banda passagem plana e uma faixa de transição estreita. Isto proporcionaria uma boa separação de freqüências. Segundo citado em [3] a *wavelet* Meyer apresenta estas propriedades. Também é importante citar, que os bancos de filtros realizados a partir das *wavelets* com coeficientes em maior número apresentam melhores condições para proporcionar uma separação de freqüências. Devido a este último detalhe, a opção foi a *wavelet* Daubechies, a qual foi especificada na vigésima ordem.

A Fig. 4 ilustra a *wavelet* Daubechies 20 'Db20'.

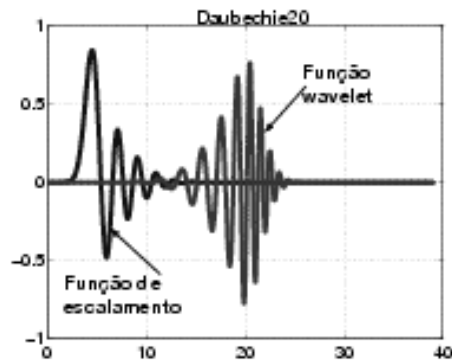


Fig. 4 - Funções de escalamento e *wavelet* Daubechies 20

3.0 ANÁLISE POR SIMULAÇÕES

Foram analisados três casos de sinais com distorções variantes no tempo. O método da *MSD* representa um banco de filtros de seis estágios relativo a transformada *wavelet* Daubechies 20 (Db20). A freqüência de amostragem adotada foi de 15.36 kHz.

3.1 Caso 1: distorções em dois ciclos

Neste caso, foi analisado um sinal de tensão em 60 Hz com uma distorção de dois ciclos. A distorção apresenta componentes de 300 Hz, 420 Hz e 2100 Hz com as suas amplitudes variantes no tempo.

A Fig. 5 mostra na parte superior o sinal que foi analisado nesta situação. Na parte inferior da Fig. 5 consta o espectro harmônico deste sinal obtido por meio da FFT.

Na Fig. 6 são apresentados os sinais decompostos a partir do método da MSD.

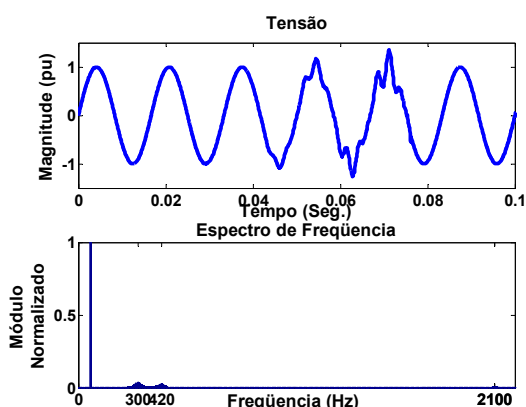


Fig. 5 – Sinal analisado e espectro harmônico

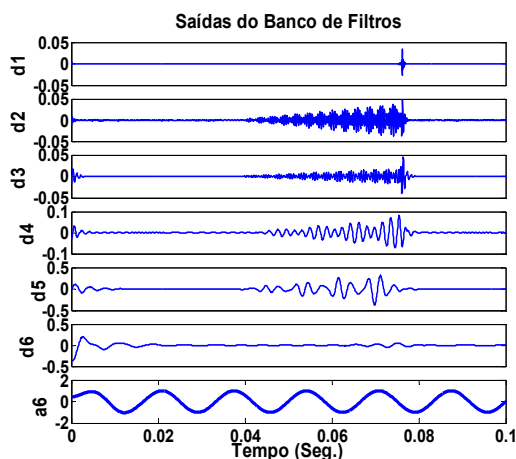


Fig. 6 – Sinais decompostos pelo método da MSD

A aplicação da FFT mostra que a componente fundamental foi detectada corretamente. Entretanto, os componentes em 300 Hz, 420 Hz e 2100 Hz foram detectados de forma errônea. Estes componentes são determinados com uma banda de frequência, a qual abrange componentes de frequências inferiores e superiores próximos aos valores de 300 Hz, 420 e 2100 Hz. Desta maneira, parte da energia destes componentes de 300 Hz, 420 Hz e 2100 Hz é perdida indevidamente nos componentes próximos.

Já a aplicação do método da multi-resolução esclarece a existência da componente fundamental com amplitude constante em a6. As saídas d2, d3, d4 e d5 mostram o aumento das amplitudes dos componentes de 300 Hz, 420 Hz e 2100 Hz durante dois ciclos.

3.1 Caso 2: distorções inferiores a um ciclo

O sinal de tensão em 60 Hz apresenta uma distorção menor a um ciclo completo. A distorção se caracteriza por apresentar componentes de 300 Hz, 420 Hz, 660 Hz e 780 Hz com as suas amplitudes variantes no tempo em pouco mais de meio ciclo.

A Fig. 7 mostra na parte superior o sinal que foi analisado, e na parte inferior consta o espectro harmônico deste sinal obtido por meio da FFT.

Na Fig. 8 são apresentados os sinais decompostos a partir do método da MSD.

Além do problema da variação das amplitudes dos componentes que formam a distorção citado no caso 1, este segundo caso apresenta o agravante desta distorção ter sido determinada em período de tempo inferior a um ciclo da componente fundamental. Desta forma, nem mesmo as definições dos componentes de frequências 300 Hz, 420 Hz, 660 Hz e 780 Hz foram possíveis.

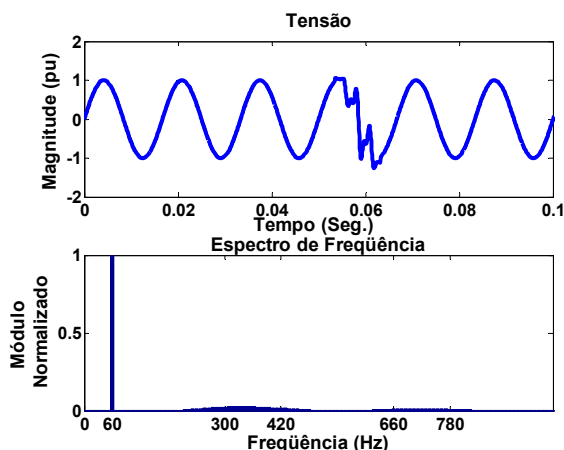


Fig. 7 – Sinal analisado e espectro harmônico

A utilização do método da multi-resolução (MSD), além da componente fundamental com amplitude constante em a6, as saídas d2, d3, d4 e d5 mostram o aumento das amplitudes dos componentes de 300 Hz, 420 Hz, 660 Hz e 780 Hz durante cerca de meio ciclo.

3.1 Caso 3: distorções e afundamento

Nesta situação, o sinal analisado apresenta componentes de 300 Hz, 660 Hz e 780 Hz com as suas amplitudes variantes no tempo em cerca de dois ciclos. Também a componente em 60 Hz apresenta uma variação em sua amplitude durante os mesmo o mesmo tempo.

A Fig. 9 mostra na parte superior o sinal que foi analisado, e na parte inferior consta o espectro harmônico deste sinal obtido por meio da FFT.

Na Fig. 10 são apresentados os sinais decompostos a partir do método da MSD.

O problema da variação da amplitude no tempo de todos os componentes da forma de onda refletiu em problema na detecção dos mesmos conforme mostra a parte inferior da Fig. 9.

No método da multi-resolução, a componente fundamental com amplitude variante durante os dois ciclos em a6 é detectada. Também as saídas d3, d4 e d5 mostram o aumento das amplitudes dos componentes de 300 Hz, 660 Hz e 780 Hz durante cerca de meio ciclo.

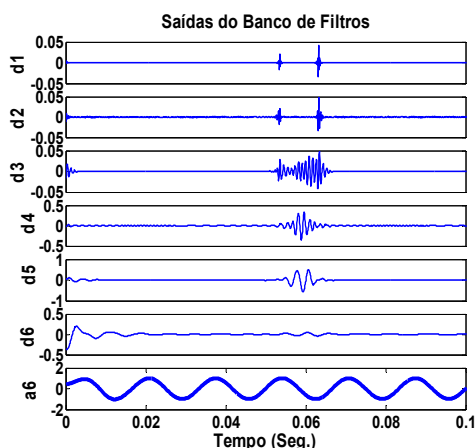


Fig. 8 – Sinais decompostos pelo método da MSD

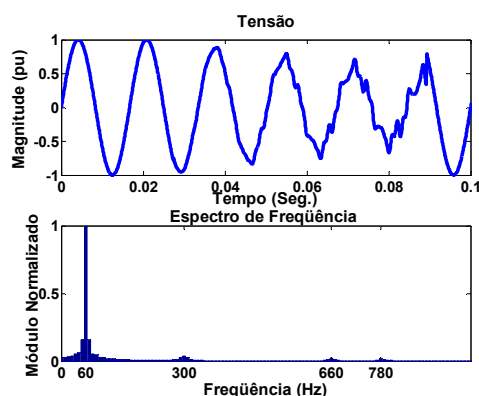


Fig. 9 – Sinal analisado e espectro harmônico

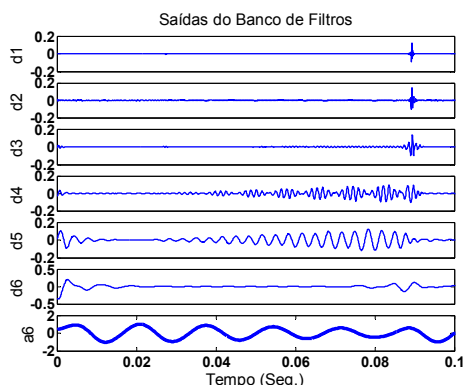


Fig. 10 – Sinais decompostos pelo método da MSD

4.0 CONCLUSÕES

Foi apresentado um estudo utilizando a análise multi-resolução na identificação de distorções variantes no tempo em formas de ondas. A transformada *wavelet*, portanto torna-se uma ferramenta essencial no tratamento de sinais com distorções variantes no tempo. A FFT é recomendada somente para situações onde os componentes de freqüências diferentes permanecem invariantes durante o período de medições.

Considerando a natureza das distorções em formas de ondas, aleatórias e continuamente variantes no tempo, o uso da transformada *wavelet* se torna uma necessidade, mais que uma sofisticação matemática, particularmente quando a precisão da reconstrução do sinal para efeitos de identificação se torna necessária.

5.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer, "Discrete Time Signal Processing", Prentice Hall, New Jersey, 1992.
- [2] P. F. Ribeiro, "Wavelet Transform: An Advanced Tool for Analyzing Non-stationary Harmonic Distortion in Power Systems", Proc. of the IEEE International Conference on Harmonics in Power Systems, pp. 365-369, September 1994, Bologna.
- [3] Johan Driesen, Thierry V. Craenenbroeck, Roland Reekmans, Daniel V. Dommelen, "Analyzing Time-Varying Power System Harmonics Using Wavelet Transform", Proc. in the IEEE Instruments and Measurement Technology Conference, pp. 474-479, June, 1996, Belgium.
- [4] Tomasz Tarasiuk, "Hybrid Wavelet-Fourier Spectrum Analysis", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, No. 3, pp. 957-964, July, 2004.
- [5] P. M. Bentley, J. T. E. McDonnell, "Wavelet Transform an Introduction", Electronics & Communication Engineering Journal, pp. 175-186, August, 1994.
- [6] S. G. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, 1987.
- [7] P. S. R. Diniz, E. A. B. Silva, S. L. Netto, "Processamento Digital de Sinais - Projeto e Análise de Sistemas", Bookman Companhia Editora, 2004.
- [8] E.Y. Hamid, Z. I. Kawazaki, "Instrument for the Quality Analysis of Power Systems Based on the Wavelet Packet Transform", IEEE Power Eng. Rev., vol. 22, pp. 42-54, Mar. 2002.