

Estudo Comparativo entre Modelos Estocástico e Determinístico para o Planejamento da Operação Energética do Sistema Interligado Nacional

Ricardo Guedes, Luis Nogueira, Erinaldo F. dos Santos, André E. Toscano, Mônica S. Zambelli, Leonardo S. A. Martins, Makoto Kadowaki e Secundino Soares Filho

Resumo – Este artigo apresenta um estudo comparativo entre duas abordagens para o planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional (SIN). A abordagem estocástica é representada pelo modelo NEWAVE, que utiliza Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) e representa o sistema hidrelétrico por quatro subsistemas equivalentes interligados. A abordagem determinística é representada pelo modelo ODIN, que utiliza um modelo de otimização determinístico não linear que representa o sistema hidrelétrico através de usinas individualizadas. Para efeito de comparação a solução do modelo NEWAVE foi desagregada a usinas individualizadas pelo modelo SUIISHI-O. A comparação foi feita por simulação no histórico de vazões utilizando a configuração do deck de dados NW200809 de setembro de 2008 da CCEE. Os resultados indicam um desempenho expressivamente melhor do modelo ODIN, proporcionando mais segurança e economia ao SIN através do aproveitamento mais eficiente dos recursos hidráulicos.

Palavras-chave – planejamento da operação energética, otimização não linear, otimização estocástica, regra de operação de reservatórios.

I. INTRODUÇÃO

O planejamento da operação de um sistema hidrotérmico de energia elétrica tem por objetivo atender os requisitos de consumo do sistema de forma econômica e confiável. Isto significa utilizar os recursos hidrelétricos disponíveis da melhor forma possível, reduzindo os custos da operação, sem, entretanto, comprometer a confiabilidade do sistema quanto ao atendimento da demanda de energia elétrica.

Este é um problema de otimização complexo devido a aspectos como: o longo horizonte de planejamento a ser analisado considerando, a dependência temporal das

decisões, a natureza estocástica das vazões afluentes aos aproveitamentos, o acoplamento operativo entre as usinas pertencentes a uma mesma bacia hidrográfica, e as relações não lineares presentes nas funções de geração das usinas hidrelétricas e de custo da complementação termelétrica.

Considerando o sistema brasileiro, deve-se ainda mencionar a dimensão continental do sistema hidrelétrico, com um elevado número de aproveitamentos e reservatórios de acumulação com regularização plurianual, e uma vasta rede de transmissão interligando as usinas aos centros de carga.

Dentre estas características, a incerteza das vazões é considerada uma preocupação central do planejamento da operação energética, podendo se classificar as técnicas de solução em dois grupos de abordagens: estocásticas e determinísticas.

As abordagens estocásticas consideram a aleatoriedade das vazões afluentes através de funções de distribuição de probabilidades e aplicam técnicas de otimização clássicas baseadas em programação dinâmica estocástica (PDE) VI. Essa técnica de solução é amplamente utilizada em problemas de planejamento hidrotérmico por ser capaz de considerar, além das incertezas das vazões, as não linearidades do problema. Entretanto, essa estratégia requer algum tipo de simplificação devido ao crescimento exponencial do tempo computacional com a dimensão do sistema VI. Essa simplificação pode ser feita na representação do sistema, agregando múltiplos reservatórios em um equivalente energético VIVIVI, ou no procedimento de resolução através de linearizações VIVI como, por exemplo, na utilização da decomposição de Benders VI. Essas duas simplificações do problema têm sido adotadas pela metodologia em vigor no Brasil desde a década de 70, e que evoluiu na década de 90 para o modelo NEWAVE cuja técnica de solução baseia-se em programação dinâmica dual estocástica (PDDE) VI.

Nas abordagens determinísticas a técnica de otimização é aplicada considerando um dado cenário hidrológico. A solução do problema estocástico pode então ser obtida das soluções do modelo determinístico para um conjunto de cenários diferentes, representando a natureza aleatória das vazões afluentes VIVIVI.

A vantagem dessa abordagem para o planejamento da operação é que esta pode ser diretamente aplicada a sistemas

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica regulado pela ANEEL e consta dos Anais do V Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (V CITENEL), realizado em Belém/PA, no período de 22 a 24 de junho de 2009.

R. Guedes, L. Nogueira e E. Santos trabalham na Companhia Energética de São Paulo - CESP (e-mails: rguedes (lnogueira, erinaldo.santos_ter)@cesp.com.br).

A. Toscano, M. Zambelli, L. Martins, M. Kadowaki e S. Soares fazem parte do grupo de pesquisas em Coordenação da Operação de Sistemas Eletroenergéticos (COSE) na UNICAMP (e-mails: atoscano (monica, leonardo,makoto,dino)@cose.fee.unicamp.br).

de grande porte dispensando simplificações.

Alguns artigos têm sido publicados aplicando e comparando abordagens estocásticas e determinísticas para o problema de planejamento da operação VIVIVI de onde se conclui que cada caso deve ser analisado cuidadosamente a fim de se identificar a abordagem mais apropriada para o sistema e objetivos em questão.

Esse artigo é mais uma contribuição para essa comparação ao aplicar ambas as abordagens para o planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional (SIN).

A solução estocástica é dada pelo programa NEWAVE, que fornece curvas de custo futuro ao modelo o SUSHI-O que por sua vez, utilizando-se destas, determina o planejamento energético do sistema fornecendo a desagregação a usinas individualizadas.

A solução determinística é fornecida pelo programa ODIN (Otimização do Despacho Interligado Nacional), desenvolvido na UNICAMP, que será detalhado mais adiante. Ambas as abordagens foram testadas em um ambiente de simulação único, desenvolvido também na UNICAMP, considerando dados reais do SIN com todas as suas restrições operativas. As simulações foram feitas sobre 70 cenários contidos nos registros históricos de vazões afluentes.

II. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Este trabalho constitui parte dos resultados obtidos no projeto de P&D intitulado “Previsão de Despacho de Geração por Patamar de Carga em Base Semanal das Usinas do SIN”, num convênio firmado entre a Fundação de Desenvolvimento da UNICAMP (FUNCAMP) e a Companhia Energética de São Paulo (CESP).

O objetivo geral do projeto de P&D foi o desenvolvimento de um programa computacional para a otimização da operação do SIN a usinas individualizadas em base semanal, com a obtenção do despacho de geração por usina e patamar de carga, partindo do despacho mensal. Ainda, o modelo considera os limites de intercâmbio entre os subsistemas, e fornece a geração por patamar de carga a partir de estudos de alocação ótima da geração na curva de carga do sistema.

No planejamento da operação utiliza-se um horizonte de até cinco anos com discretização mensal, sendo o primeiro mês discretizado em semanas. Nessa etapa o objetivo principal é o gerenciamento otimizado dos reservatórios de acumulação das usinas hidrelétricas visando à minimização dos custos esperados de complementação do mercado através de geração termelétrica, importação e eventualmente racionamento.

Nessa etapa, busca-se também estimar o risco de não suprimento do mercado, bem como os custos esperados marginais (CMO) e totais da operação.

A. Abordagem Estocástica

A abordagem estocástica considerada nesse artigo é

representada pelo modelo NEWAVE que utiliza como técnica de solução a PDDE para resolver o problema de planejamento da operação energética do SIN.

Essa abordagem considera o sistema hidrelétrico brasileiro representado por quatro subsistemas equivalentes interligados. Como resultado da otimização com modelo NEWAVE sobre os cenários históricos de vazões, foram obtidas 70 séries de geração por subsistema, bem como as curvas de custo futuro esperado associadas a cada solução.

A desagregação dessa solução é realizada pelo modelo SUSHI-O, que fornece o despacho hidráulico mensal por usina no horizonte de planejamento. O acoplamento dos modelos é realizado através das curvas de custo futuro esperado geradas com o modelo NEWAVE.

B. Abordagem Determinística

A abordagem determinística é representada pelo modelo ODIN e resulta da atribuição de valores previstos às variáveis aleatórias (vazões) do problema, possibilitando a obtenção da solução ótima com um modelo de otimização determinístico não linear a usinas individualizadas.

O modelo ODIN utiliza como técnica de solução o controle preditivo onde a cada intervalo de tempo (mês) as decisões (turbinações e vertimentos) são tomadas por um modelo de otimização não linear a usinas individualizadas alimentado com vazões previstas. Testes desta abordagem para sistemas com uma única usina hidrelétrica, onde o foco se concentrou no tratamento da incerteza das vazões já que a dimensão não era problema, comprovaram que a abordagem é competitiva com a programação dinâmica estocástica VI.

Neste trabalho, o horizonte de tempo considerado pelo modelo de otimização e o estado final de armazenamento dos reservatórios foram selecionados de forma a maximizar o desempenho da abordagem.

Um esquema da simulação da operação segundo essa política pode ser visto na Figura 1, para um dado estágio de tempo t .

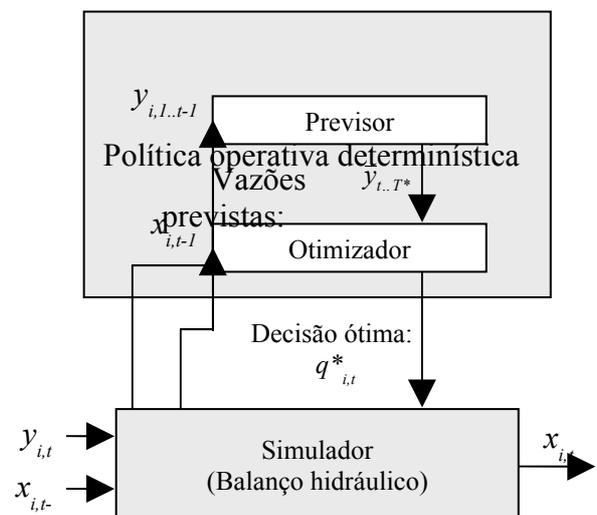


Figura 1. Diagrama esquemático da política operativa determinística.

Para cada estágio t de planejamento, o estado do sistema é

observado e utilizado como condição inicial para a resolução de um problema de otimização determinística, para um horizonte de otimização $[t, T^*]$. Essa otimização tem como base os valores previstos dos parâmetros incertos do sistema ao longo do horizonte de otimização e apenas a solução ótima do primeiro estágio q^*_i é selecionada para atuar no sistema. No estágio seguinte, $t+1$, o novo estado do sistema é observado e a previsão das vazões é atualizada, com base nas últimas informações disponíveis no sistema. Esse procedimento de previsão/otimização é repetido até o fim do horizonte de planejamento, estágio T .

O modelo ODIN utiliza o algoritmo de otimização não linear determinístico a usinas individualizadas baseado em fluxo em rede com custos não lineares e arcos capacitados VIVI. Nesse trabalho os valores previstos das séries de vazões afluentes foram dados pelas médias mensais históricas. Isso significa que o desempenho da abordagem determinística aqui implementada usando a MLT (média de longo termo das vazões mensais) como previsão pode ainda melhorar significativamente com o uso de técnicas de previsão mais eficientes.

III. ESTUDO DE CASO

O desempenho das políticas operacionais foi comparado no sistema computacional de suporte à decisão denominado HYDROLAB. Um módulo de importação de dados foi implementado a fim de que o estudo de caso contemple todas as informações do deck do NEWAVE, tal como é disponibilizado pela CCEE. O processo de importação contemplou também a aquisição do despacho hidráulico do SIN fornecido pelo modelo SUISHI-O. Neste projeto foi importado o deck de dados referente ao PMO de setembro de 2009 (NW200809), que considera a evolução dinâmica do parque gerador e do mercado programados até dezembro de 2012.

No estudo de caso considerado o parque gerador é composto de 125 usinas hidrelétricas somando 84,3 GW de potência instalada, e 113 usinas termelétricas com 14,4 GW de potência instalada total. Foram retiradas 10 usinas hidrelétricas do estudo de planejamento energético devido a possuírem bombeamentos e desvios de água, que ainda não são tratados pelo modelo ODIN. Os mercados dos subsistemas que tiveram usinas retiradas foram abatidos de forma proporcional. Foi considerado partamar de carga único e quatro patamares de déficit.

Após estes ajustes, o caso de estudo foi submetido à simulação considerando as decisões dadas pelo modelo estocástico NEWAVE, desagregadas pelo modelo SUISHI-O (NW-SUISHI) e pelo modelo determinístico ODIN.

A solução do NW-Suishi passou por um processo de verificação de resultados e consistência dos balanços hidráulicos em relação à solução original SUISHI-O. A fim de evitar correções em tempo de simulação, essa solução não teve compromisso com os limites de intercâmbio, assim o custo marginal de operação fornecido é igual para todos os subsistemas.

Para simulação, foram adotados 70 cenários hidrológicos

compreendidos no histórico de vazões de 1932 a 2006.

A. Resultados para o SIN

Na Tabela I encontra-se um resumo dos resultados da simulação das políticas estocástica (NW-SUISHI) e determinística (ODIN) para o SIN. São apresentados os valores médios de custo da operação e de geração hidrelétrica, e a energia armazenada final.

Tabela I. Resultados Estatísticos Gerais da Simulação.

	Custo	Geração Hidráulica	Geração Térmica	EArm Final
	(Milhões R\$)	(MW)	(MW)	(MWmédios)
NW-SUISHI	2.245,73	47.190,3	5143,8	97.742
ODIN	1.881,48	47.897,5	4058,4	122.962

Os resultados indicam que a abordagem determinística obteve um custo total de operação 16,2% menor, uma geração hidráulica 1,5% maior, o que implicou em uma redução de 26,7% na geração termelétrica média e ainda deixou o SIN com quase 26% a mais de energia armazenada final.

Esse resultado é consequência de uma operação mais eficiente das usinas hidrelétricas, que em geral operaram com maior armazenamento. Assim, o modelo ODIN consegue alcançar uma maior produtividade nas usinas hidrelétricas e, conseqüentemente, atender a demanda utilizando menos a água armazenada nos reservatórios, o que também proporciona uma operação mais segura do SIN.

Nas figuras 2, 3, 4 e 5 são apresentados os gráficos das trajetórias médias de geração hidrelétrica, de geração termelétrica, de custo da operação, e de energia armazenada, respectivamente, para os modelos simulados.

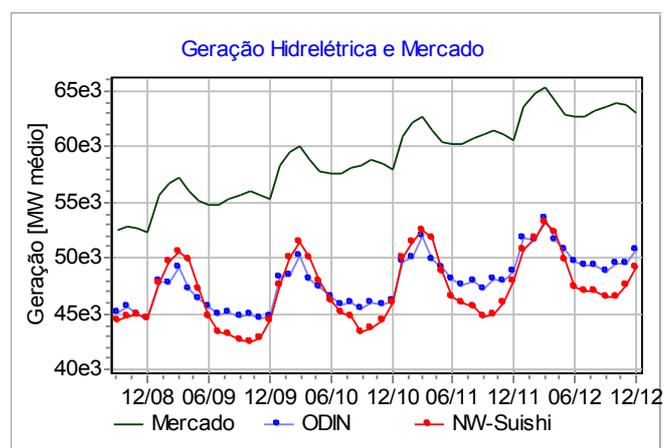


Figura 2. Geração hidrelétrica do SIN.

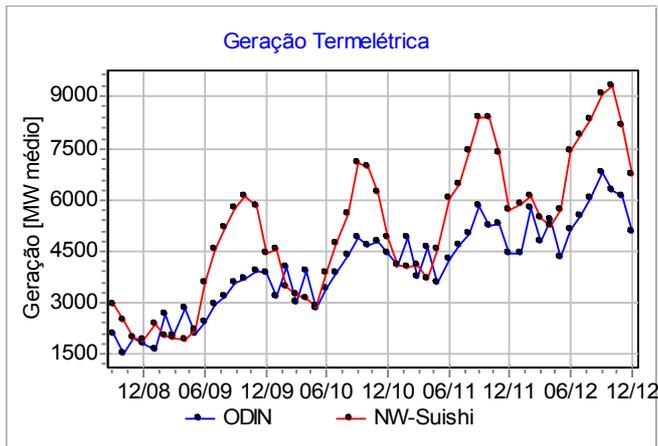


Figura 3. Geração termelétrica do SIN.



Figura 4. Custo de operação do SIN.

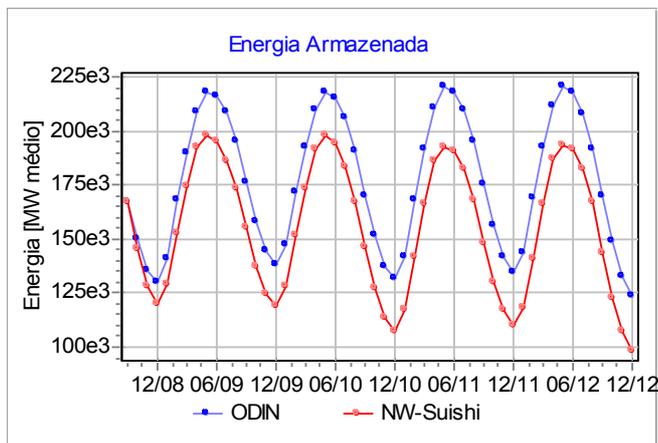


Figura 5. Energia armazenada do SIN.

No gráfico de geração hidrelétrica pode-se observar que ambas as políticas seguem um mesmo padrão sazonal na geração, acompanhando a oferta hidrológica de vazão afluente e atingindo picos de geração no mês de março. Apesar de o modelo NEWAVE fornecer valores de geração superiores próximos a esses picos (período úmido), no período seco o modelo ODIN mantém a geração hidrelétrica significativamente mais alta ao gerenciar melhor o armazenamento durante o esvaziamento e enchimento anual dos reservatórios em cascata. Outro ponto a destacar é que o despacho hidrelétrico no modelo ODIN é mais estável

apresentando um desvio padrão 29% menor que o dado pela solução do modelo estocástico.

O despacho termelétrico do modelo NW-SUISHI foi em média 26,7% maior que o do modelo ODIN, por consequência de sua menor oferta hidráulica. Pode-se observar no gráfico de geração termelétrica que no modelo ODIN a geração termelétrica fornecida tem uma variação muito inferior à fornecida pelo modelo NW-SUISHI. De fato o desvio padrão observado foi 59% inferior na solução do modelo ODIN. Isso explica a expressiva diferença de custos da operação apresentada entre os dois modelos.

Outra questão interessante a se observar no gráfico de despacho termelétrico é a sazonalidade apresentada pelo modelo estocástico, acompanhando as estações hidrológicas. Nos períodos de seca, quando a oferta hidrológica se reduz, o sistema incorre em custos mais elevados de operação. Dessa forma, a trajetória de custo da operação tem perfil complementar ao de geração hidrelétrica. No gráfico de custo da operação é possível observar picos de custo no mês de outubro para o modelo NW-SUISHI enquanto o modelo ODIN antecipa e distribui melhor a complementação não hidráulica, reduzindo o custo da operação ao longo de quase todo o período de planejamento.

No gráfico de energia armazenada observa-se que o modelo ODIN mantém um estoque de energia hidrelétrica superior ao modelo NW-SUISHI ao longo de todo o período de planejamento, o que explica a maior produtividade com que as usinas hidrelétricas operam sob essa política operativa. Pode-se ainda observar que a operação determinística é capaz de recuperar a energia armazenada anualmente, ao final do período de seca (mês de maio), enquanto a política estocástica reduz paulatinamente o estoque de energia do sistema a cada ano, na direção do seu esgotamento.

Esse é um aspecto particularmente importante de se destacar nos estudos de caso realizados. Aparentemente, a solução do modelo NW-SUISHI não proporciona um regime permanente de operação, como a solução do modelo ODIN, levando o SIN para o esgotamento dos reservatórios, o que significa que essa política não é sustentável a longo prazo.

B. Resultados Por Subsistema

Estatísticas da simulação considerando os subsistemas são apresentadas nas tabelas II e III onde são mostradas a média e o desvio padrão do custo marginal da operação por subsistema, respectivamente.

Tabela II. Valor Esperado do Custo Marginal da Operação por Subsistema.

CMO (R\$/MWh)	SE/CO	S	NE	N
NW-SUISHI	675,26	675,26	675,26	675,26
ODIN	572,16	556,46	563,01	567,51

Tabela III. Desvio Padrão do Custo Marginal da Operação por Subsistema.

CMO (R\$/MWh)	SE/CO	S	NE	N
NW-SUISHI	409,57	409,57	409,57	409,57
ODIN	269,02	261,04	265,59	263,64

Pelas tabelas pode-se observar que a metodologia ODIN

fornece menor CMO em média para todos os subsistemas, uma redução da ordem de 16%, com um desvio padrão aproximadamente 35% inferior, indicando menor volatilidade de preços com o uso dessa metodologia.

No gráfico da Figura 6 apresentam-se as trajetórias de CMO para o subsistema SE/CO considerando ambas as abordagens simuladas.



Figura 6. Custo Marginal da Operação no subsistema SE/CO.

Como pode ser observado, existe uma razoável aderência entre as trajetórias médias de CMO, com o modelo NW-SUISHI proporcionando menores CMO no início do período de planejamento enquanto o modelo ODIN proporciona menores CMO mais ao final do período de planejamento. Na metodologia ODIN observa-se uma elevação periódica do CMO nos meses úmidos de fevereiro, março e abril se comparada ao NW-SUISHI. Esse fato decorre da menor oferta de geração hidráulica do modelo ODIN nesses meses e conseqüentemente um maior custo de operação, como mostram as Figuras 4 e 5. Essa redução da oferta hidráulica apresentada pelo modelo determinístico nesse período tem o objetivo de elevar mais rapidamente os níveis dos reservatórios das UHEs para aumentar sua produtividade ao longo do ano. De fato isso se verifica pela maior geração hidrelétrica média obtida pelo modelo ODIN.

Nas Figuras 6, 7, 8 e 9, são apresentados os gráficos de energia armazenada por subsistema, respectivamente, do SE/CO, Sul, Nordeste e Norte, nas simulações realizadas.

As trajetórias de energia armazenada por subsistema demonstram que a operação fornecida pelo modelo ODIN proporciona maior segurança ao SIN à medida que mantém maiores reservas de energia em todos os subsistemas, como pode ser observado nos subsistemas SE/CO, Nordeste e Norte. Além disso, as trajetórias apresentam maior estabilidade, especialmente como pode ser observado no subsistema Sul.

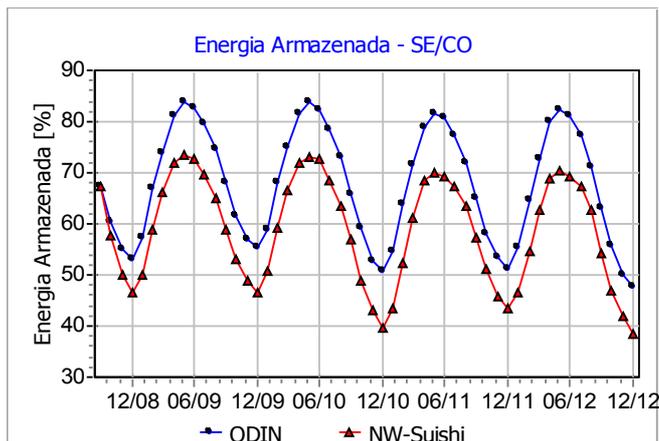


Figura 7. Energia Armazenada no subsistema SE/CO.

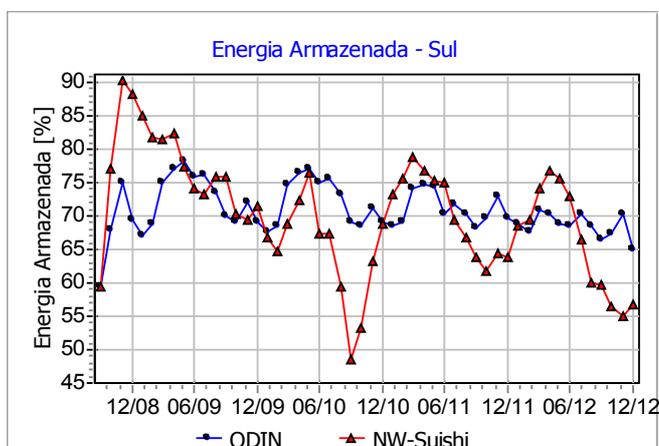


Figura 8. Energia Armazenada no subsistema Sul.

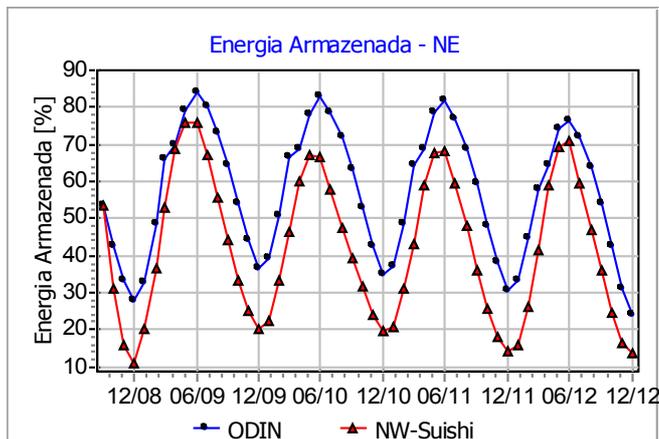


Figura 9. Energia Armazenada no subsistema Nordeste.

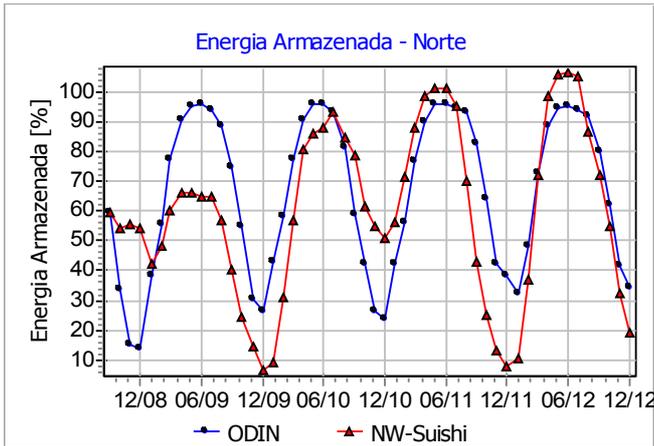


Figura 10. Energia Armazenada no subsistema Norte.

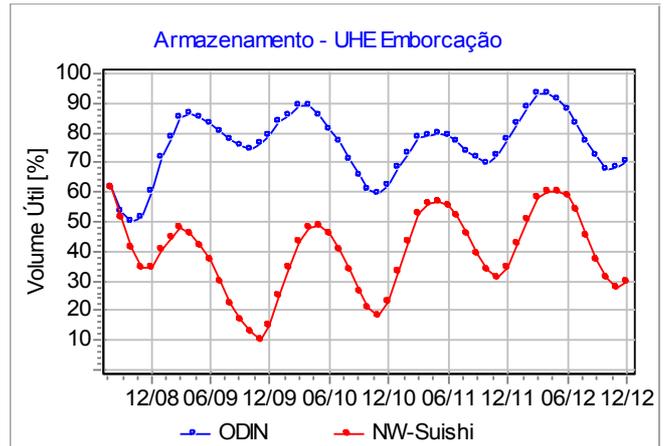


Figura 12. Armazenamento de Emborcação.

C. Resultados Por Usina

Para ilustrar os resultados da simulação por usina, foram escolhidas quatro importantes UHEs, Emborcação (a), Foz do Areia (b), Sobradinho (c) e Serra da Mesa (d), representando seus respectivos subsistemas (SE/CO, S, NE, N).

Nas figuras 11 a 18 apresentam-se os gráficos das trajetórias médias de geração hidráulica e de volume armazenado dessas UHEs para ambas as abordagens consideradas.

Nas trajetórias de volume armazenado apresentadas pode-se observar que o modelo ODIN fornece níveis superiores de armazenamento para todas as usinas apresentadas, conforme já considerado nas análises por subsistema e para o SIN. Tal característica aumenta a produtividade das usinas o que explica a maior geração hidráulica fornecida pelo modelo ODIN.

Quanto às trajetórias de geração hidráulica, podemos observar uma alternância entre os níveis fornecidos pelos modelos simulados. Há diferenças estratégicas entre os dois modelos considerando o posicionamento das UHEs nas bacias e sua capacidade de regularização. Contudo, de modo geral o modelo ODIN fornece um despacho hidráulico mais eficiente.

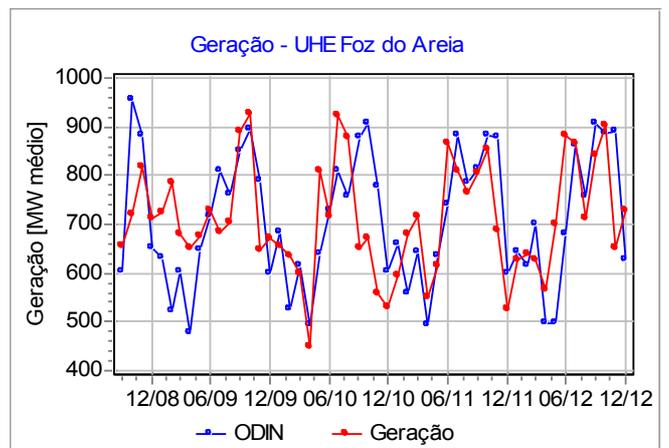


Figura 13. Geração hidráulica de Foz do Areia.

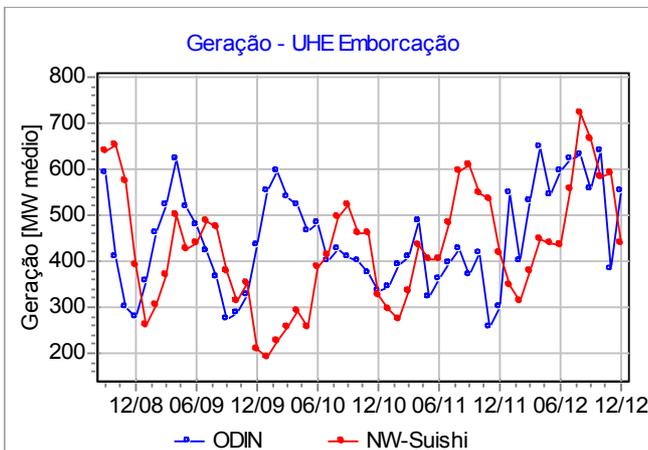


Figura 11. Geração hidráulica de Emborcação.

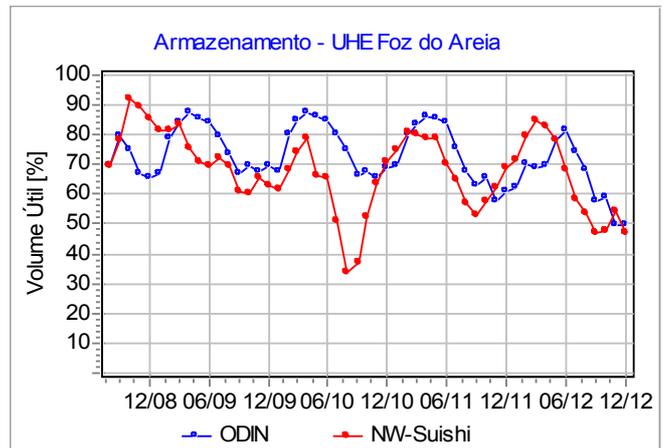


Figura 14. Armazenamento de Foz do Areia.

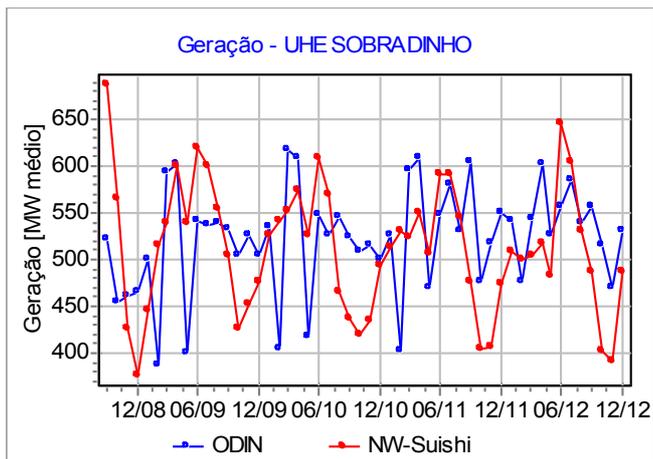


Figura 15. Geração hidráulica de Sobradinho.

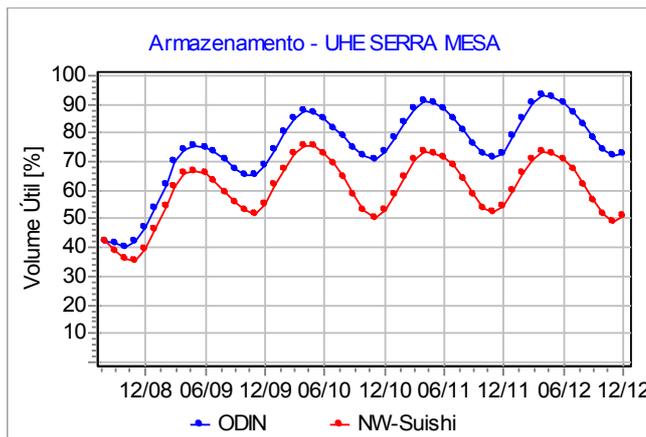


Figura 18. Armazenamento de Serra da Mesa.

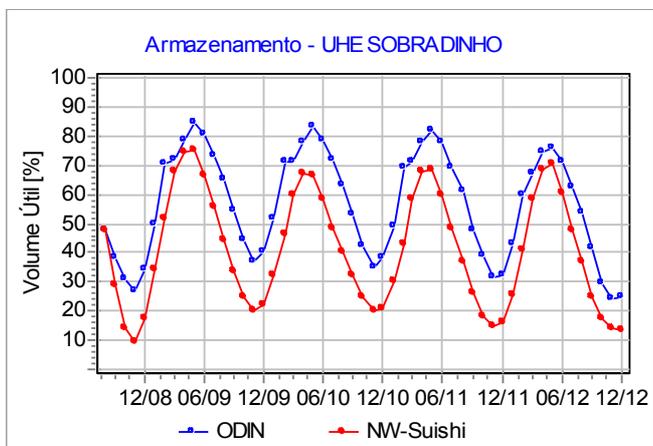


Figura 16. Armazenamento de Sobradinho.

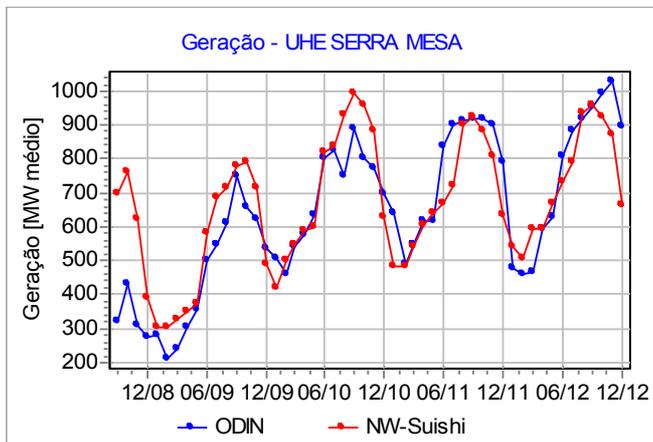


Figura 17. Geração hidráulica de Serra da Mesa.

Observa-se que o modelo ODIN opera os reservatórios com maior armazenamento, sendo esse comportamento verificado em geral para todos os reservatórios do SIN.

Na tabela IV apresentam-se os valores médios de geração hidrelétrica, produtividade e nível de armazenamento para cada UHE.

Tabela IV. Resultados estatísticos por usina.

	NW-SUIISHI			ODIN		
	GH Média (MW/médio)	Prod. Média (MW/m³/s)	Armaz. Final (%)	GH Média (MW/médio)	Prod. Média (MW/m³/s)	Armaz. Final (%)
a	459,55	1,07	33,78	445,71	1,15	71,36
b	681,24	1,11	34,79	695,01	1,18	59,35
c	471,81	0,21	14,56	522,54	0,23	24,25
d	678,17	1,04	57,20	643,83	1,09	71,94

De uma maneira geral pode-se concluir que, relativamente ao modelo NW-SUIISHI, o modelo ODIN opera as usinas hidrelétricas com mais água armazenada e conseqüentemente maior produtividade, economizando água e deixando os reservatórios mais cheios ao longo de todo período de planejamento, enquanto simultaneamente reduz significativamente os custos operativos do SIN.

Esse resultado confirma a constatação de que a abordagem determinística é mais eficiente para a operação de reservatórios quando o critério de desempenho é a maximização da geração hidrelétrica [17].

IV. CONCLUSÕES

Esse artigo apresentou uma comparação entre abordagens estocástica e determinística para o planejamento da operação energética do SIN.

A solução estocástica foi representada pelo modelo NEWAVE, utilizando-se do modelo SUIISHO-O para desagregação dos blocos de geração dos subsistemas.

A solução determinística foi fornecida pelo modelo ODIN, desenvolvido na UNICAMP, baseado na técnica de controle preditivo onde a cada estágio a decisão operativa é obtida por um modelo de otimização determinístico não linear com representação individualizada do parque gerador

alimentado por previsão de vazões, neste trabalho considerado como a vazão MLT.

Os testes se deram num ambiente de simulação, desenvolvido também na UNICAMP, considerando os 70 cenários contidos nos registros históricos de vazões afluentes.

O modelo determinístico ODIN se mostrou mais eficiente e seguro que a metodologia em vigor representada pelo modelo NEWAVE desagregado usando o modelo SUIISH-O. O ODIN proporciona mais segurança ao sistema na medida em que mantém os reservatórios mais cheios em todas as situações hidrológicas através do aproveitamento mais eficiente dos recursos hídricos. Ao mesmo tempo proporciona um custo menor de operação assegurando maior geração hidrelétrica do que a metodologia em vigor.

A seguir pretende-se reavaliar o desempenho do modelo ODIN utilizando modelos de previsões de vazão afluentes no lugar da MLT.

V. AGRADECIMENTOS

Esse trabalho foi financiado pelo projeto de P&D da ANEEL 0061-025/2006 intitulado “Previsão de Despacho de Geração por Patamar de Carga em Base Semanal das Usinas do SIN”, em convênio firmado entre a Fundação de Desenvolvimento da UNICAMP (FUNCAMP) e a Companhia Energética de São Paulo (CESP).

VI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. R. Stedinger, B. F. Sule, D. P. Loucks, “Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization”, *Water Resources Research*, **20**(11), pp. 1499-1505, 1984.
- [2] Bellman, R. E., “Dynamic Programming”, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.
- [3] Arvanitidis, N. V & Rosing, J., 1970, “Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-89*, 319-326.
- [4] Cruz, Jr. G. e Soares, S. “Non-Uniforme Composite Representation of Hydroelectric Systems for Long-Term Hydrothermal Scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 701-707, 1996.
- [5] Pereira, M.V.F. e Pinto, L.M.V.G. “Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach”, *Water Resources Research*, vol. 21, no. 6, pp. 779-792, Junho, 1985.
- [6] Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G.: Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming* **52**(2), 359–375, 1991.
- [7] Valdes, J.B., Filippo, J.M.D., Strzepek, K.M., Restrepo, P.J.: Aggregation-disaggregation approach to multireservoir operation. *ASCE Journal of Water Resource Planning Management* **121**(5), 345–351, 1995.
- [8] Turgeon, A.: Optimal operation of multireservoir systems with stochastic inflows. *Water Resour. Res.* **16**(2), 275–283, 1980.
- [9] Labadie, J. W. “Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-art Review”. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **130**(2), 93-111, 2004.
- [10] Dembo, R.S.: Scenario optimization. *Annals of Operations Research* **30**(1), 63–80, 1991.
- [11] Escudero, L.F., a, J.L.G., Pietro, F.J.: Hydropower generation management under uncertainty via scenario analysis and parallel computation. *IEEE Trans. on Power Syst.* **11**(2), 683–689, 1996.
- [12] Nabona, N.: Multicommodity network flow model for long-term hydrogeneration optimization. *IEEE Trans. on Power Syst.* **8**(2), 395–404, 1993.
- [13] Martinez, L. & Soares, S., “Comparison between Closed-Loop and Partial Open-Loop Feedback Control Policies in Long-term Hydrothermal Scheduling”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, **17**(2), 2002.
- [14] Oliveira G.G. & Soares S. “A Second-Order Network Flow Algorithm for Hydro-thermal Scheduling”, *IEEE Trans. on Power Syst.* **10**(3), 1652–1641 (1995)
- [15] Rosenthal, R.E.: A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system. *Operations Research* **29**(4), 763–785, 1981.
- [16] M. S. Zambelli, T. G. Siqueira, M. A. Cicogna, S. Soares. “Deterministic Versus Stochastic Models for Long-term Hydrothermal Scheduling”, In: 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting, Montreal, Canada, June, 2006.
- [17] Philbrick, C. R. and Kitanidis, P.K. “Limitations of Deterministic Optimization Applied to Reservoir Operations.” *Jour. of Water Res. Planning Management*, **125**(3), 135-142, 1999.