



**XX SNPTEE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

Versão 1.0  
XXX.YY  
22 a 25 Novembro de 2009  
Recife - PE

**GRUPO IX**

**GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP**

**PROCESSO ITERATIVO DE CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DAS USINAS HIDROELÉTRICAS  
PARA O PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA**

**André Luiz Diniz(\*)  
CEPEL / UERJ**

**RESUMO**

Na programação da operação, é fundamental considerar a produtividade das usinas hidroelétricas variável com a altura de queda, levando a modelos não lineares. Quando o problema é resolvido por Programação Linear, é usual adotar-se uma modelagem linear por partes. O inconveniente desta abordagem é o elevado tempo computacional quando se aumenta o número de cortes da função. Este artigo propõe um modelo linear por partes dinâmico para a geração das usinas, onde se adicionam cortes gradativamente, durante a resolução do problema. Os resultados mostram uma drástica redução do tempo computacional, fornecendo resultados comparáveis aos de um modelo não linear.

**PALAVRAS-CHAVE**

Geração hidroelétrica, Operação de Sistemas Elétricos, Programação Linear, Estatística Multivariada.

**1.0 - INTRODUÇÃO**

No planejamento e programação da operação de sistemas hidrotérmicos, é essencial se ter uma representação acurada da geração das usinas hidroelétricas. Esta geração é função da vazão turbinada pela usina e da altura de queda no reservatório, a qual depende, em geral, do volume armazenado, do próprio turbinamento e, em alguns casos, também do vertimento. O nível de detalhe empregado na representação da função de produção hidroelétrica (FPH) depende do tipo de problema estudado. No longo prazo, é comum se considerar uma função de produção para um reservatório equivalente, (1), (2). Em outro extremo, nos problemas de “despacho próprio” (*self scheduling*) de uma usina hidroelétrica (3), (4) ou no problema de unit commitment hidroelétrico (5), (6), é comum se representar cada unidade geradora individualmente, levando-se em consideração suas curvas de eficiência, ou “curvas-colinas” (5), (7) e as zonas proibidas de geração (5), (8), o que leva a uma modelagem não linear e/ou inteira.

Já no problema de otimização da operação centralizada de sistemas hidrotérmicos, tipicamente em um horizonte de até uma semana com discretização horária, e considerando uma série de restrições para as usinas térmicas, hidroelétricas e a rede elétrica (9)-(11), o custo computacional de se utilizar uma modelagem altamente sofisticada para as unidades hidroelétricas é muito elevado. Neste caso, é importante se desenvolver um modelo para a geração das usinas hidroelétricas que seja acurado o suficiente, porém sem afetar de forma significativa o desempenho na resolução do problema.

O planejamento e a operação hidrotérmica do Sistema Interligado Nacional (SIN) são realizados com o auxílio de uma cadeia de modelos de programação linear, da qual fazem parte os modelos NEWAVE (médio prazo), DECOMP (curto prazo) e DESSEM (despacho diário), com o objetivo de estabelecer políticas operativas que minimizem o custo total de operação do sistema (12). Os modelos DECOMP e DESSEM consideram as usinas hidroelétricas de forma individualizada, e sua Função de Produção Hidroelétrica (FPH) é representada através de

um modelo linear por partes multivariado, denominado neste documento de FPHA (Função de produção hidroelétrica aproximada), o qual relaciona a geração hidroelétrica ao volume armazenado, à vazão turbinada e à vazão vertida na usina (13). Os resultados apresentados em (13) mostram uma elevada precisão do modelo tanto do ponto de vista da magnitude dos desvios (quase sempre inferiores a 1% em relação à função real) como no valor de custo da solução ótima. Desta forma, a variação da produtividade da usina hidroelétrica com a altura de queda está sendo representada de forma satisfatória.

Apesar dos bons resultados apresentados pelo modelo supra-citado, uma crítica que pode ser feita ao modelo linear por partes é que, como se utiliza o método SIMPLEX para resolver o problema, a solução ótima pode cair em um dos pontos de quebra, o que faz com que, de forma indireta, esteja-se definindo *a priori* um conjunto de soluções “candidatas” para as gerações das usinas. Este inconveniente poderia ser contornado utilizando um excessivo número de pontos para a FPHA, mas neste caso o tempo computacional para se resolver o problema de programação linear (PPL) se torna muito elevado. O objetivo deste trabalho é contornar esse inconveniente, propondo-se um método alternativo para a construção dos cortes (inequações) da função de produção hidroelétrica de cada usina, pelo qual o modelo da função vai sendo estabelecido ao longo do processo iterativo de resolução do problema.

## 2.0 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO HIDROTÉRMICA

O problema de programação diária da operação (PDO) hidrotérmica considerado neste trabalho é formulado como um grande problema de Programação linear (PPL). Sua resolução é feita diretamente por um pacote de otimização, que resolve um PPL incluindo as variáveis e restrições de todos os períodos de tempo. Esta estratégia é um caso particular da estratégia apresentada em (14) e que está sendo validada atualmente para o modelo DESSEM-PAT. Consideram-se uma série de restrições para as usinas hidroelétricas (balanço hídrico, defluências mínimas, restrições para controle de cheias), para as usinas termoelétricas (geração mínima, restrições de rampa), e para a rede elétrica (modelagem DC com limites de fluxo nas linhas). A formulação matemática do problema é bastante semelhante à apresentada em (9).

## 3.0 - FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DAS USINAS HIDROELÉTRICAS

A potência gerada em uma unidade geradora ( $gh$ ) é dada por:

$$gh = 9,81 \times 10^{-3} \eta_t(h, q) \eta_g(gh) q h, \quad [1]$$

onde  $q$  é sua vazão turbinada,  $h$  é a queda líquida,  $\eta_t$  e  $\eta_g$  são, respectivamente, a eficiência da turbina e do gerador, e o valor numérico leva em consideração a densidade da água, a aceleração da gravidade e um fator de conversão de unidades. A altura de queda  $h$ , por sua vez, é função da cota de montante (que é uma função não linear do volume armazenado), da cota de jusante (que é função não linear da vazão turbinada total da usina  $Q$  e, dependendo da configuração da usina, também da vazão vertida  $S$ ), e das perdas de carga na tomada e adução de água, que são em geral consideradas como uma função quadrática da vazão turbinada (5), (7).

Para o problema de programação diária da operação, não se prioriza detalhar a operação individual das unidades. Desta forma utiliza-se um valor de rendimento médio para a turbina e o gerador e desprezam-se as zonas proibidas de operação das unidades. Estes aspectos podem ser considerados de forma conveniente no problema de *unit commitment*, cujo horizonte de programação é de 1 dia (5), (15).

Com estas hipóteses, obtêm-se a seguinte expressão para a geração total da usina ( $GH$ ), que corresponde à soma das gerações de suas  $nh$  unidades:

$$GH = \sum_{i=1}^{nh} gh_i(q_i, V, Q, S) \quad [2]$$

Esta relação entre a geração da usina e as variáveis que determinam sua operação hidráulica (armazenamento, turbinamento e vertimento) é denotada neste trabalho por função de produção hidroelétrica (FPH). Uma série de estratégias têm sido propostas na literatura para modelar a FPH, como funções côncavas lineares por partes, funções quadráticas, quadráticas por partes, ou não lineares. Uma revisão bibliográfica de diversas formas de modelagem dessa função é apresentada em (13).

### 3.1 Modelagem linear por partes “estática”

Em (13), propõe-se uma modelagem linear por partes em quatro dimensões para representar a FPH, onde se representa de forma mais acurada o efeito do vertimento na geração da usina hidroelétrica. Os principais passos para a construção dessa função são resumidos a seguir:

**a. Determinação de uma grade de discretização no plano  $V \times Q$ .** Para cada ponto  $i$ , a geração hidroelétrica  $GH_i$ , para um valor de  $S=0$  é obtida pela expressão [2], obtendo-se então um conjunto  $N$  de pontos  $(V_i, Q_i, GH_i)$  em  $\mathfrak{R}^3$ .

b. **Cálculo da envoltória convexa** do conjunto de pontos definidos no item (a), adicionando-se alguns pontos para se definir uma região compacta abaixo da curva  $GH(V,Q)$ . Foi desenvolvido um algoritmo específico que leva em consideração o conhecimento que se tem sobre a forma da função real FPH.

c. **Ajustes da função no plano  $V \times Q$** . Devido ao fato do modelo obtido no item (b) se caracterizar sempre em uma aproximação otimista para a FPH, aplica-se um fator de correção, de forma a minimizar o desvio quadrático médio entre a função real e o modelo, ainda considerando os pontos no hiperplano  $S = 0$ .

d. **Modelagem do vertimento**. Devido ao fato da FPH ser convexa na dimensão do vertimento  $S$  (para valores fixos de  $V$  e  $Q$ ), não é possível realizar uma aproximação linear por partes para  $S$ . Desta forma, uma aproximação secante é realizada, cuja inclinação é obtida de forma a minimizar o desvio médio quadrático entre a FPH e o modelo da função.

A expressão final que se obtém para a FPH das usinas hidroelétricas segundo a metodologia descrita acima é:

$$\begin{cases} GH_i^t \leq \alpha(\gamma_0^{i,k} + \gamma_V^{i,k} V_i^t + \gamma_Q^{i,k} Q_i^t) + \gamma_S^{i,k} S_i^t, \\ 0 \leq GH_i^t \leq \overline{GH}_i, \\ 0 \leq Q_i^t \leq \overline{Q}_i, \\ 0 \leq S_i^t \leq \overline{S}_i, \end{cases} \quad [3]$$

para  $i = 1, \dots, NH$ ,  $t = 1, \dots, T$ ,  $k = 1, \dots, K_i$ , onde  $NH$  é o número de usinas hidroelétricas,  $T$  é o número de intervalos de tempo, e  $K_i$  é o número de hiperplanos para a FPH da usina  $i$ . Os parâmetros de cada hiperplano  $k$  são:  $\gamma_0^{i,k} \geq 0$ ,  $\gamma_V^{i,k} \geq 0$ ,  $\gamma_Q^{i,k} \geq 0$  e  $\gamma_S^{i,k} \leq 0$ .

### 3.1.1..Críticas ao modelo

Os resultados apresentados em (13) mostram que os desvios relativos entre a geração obtida com o modelo da FPH descrito acima e a geração real obtida diretamente das expressões analíticas são muito pequenos, e raramente ultrapassam 1%. Entretanto, uma crítica que pode ser feita a essa função linear por partes é que, como o método Simplex utilizado para resolver o PPL fornece como solução ótima sempre um dos vértices do poliedro da região viável do problema de otimização, os pontos de quebra da função surgem como candidatos naturais à solução ótima do problema. Um estudo estatístico realizado com os resultados obtidos para todos os intervalos de tempo e todas as usinas hidroelétricas, para a resolução de um problema típico de PDO para o sistema brasileiro, mostrou que cerca de 13% dos valores de geração (englobando todas as usinas e todos os intervalos de tempo) correspondem a pontos de quebra da função.

A fim de se ter uma análise preliminar de como a definição do modelo da FPHA afeta a solução encontrada para o problema, executou-se o mesmo caso várias vezes, apenas variando-se o número de pontos da FPHA. Realizou-se um estudo da variação média nos valores de algumas variáveis de operação do sistema, quando se passava de um modelo para o outro para a FPHA. Os resultados são mostrados na tabela 1, juntamente com o tempo de processamento de cada caso

Tabela 1 – Variações na solução do problema ao se aumentar o número de pontos da FPHA de todas as usinas.

Mudança no número de pontos da FPHA	10 pts p/ 20pts	20 pts p/ 30pts	30 pts p/ 50pts	50 pts p/ 70pts	70 pts p/ 90pts	90 pts p/ 120pts	120 pts p/ 150pts
Variação média na geração por usina / intervalo(MW)	10,16	5,40	3,93	3,14	2,11	1,79	0,79
CMO -Norte (média das variações) (R\$/MWh)	0,02	0,02	0,00	+0,01	-0,01	0,00	0,00
Variação no Tempo de CPU (min:seg)	+ 6:37	+ 4:20	+ 6:58	+ 8:31	+ 4:11	+ 9:50	+ 14:11

Apesar dos desvios entre a FPHA e FPH para o modelo com 10 pontos serem muito baixos (vide (13)), verifica-se uma variação razoável na operação do sistema quando se aumenta o número de pontos da FPHA. Por exemplo, ao se passar de 10 para 20 pontos, houve um desvio absoluto médio de cerca de 10 MW por usina e por período. Considerando que uma parcela das usinas pode estar operando com o mesmo valor de geração em ambos os casos (quando, por exemplo, atingem algum limite operativo hidráulico ou de geração), as variações no despacho em outras usinas podem ser bem mais significativas. A Figura 1 compara os resultados de geração obtidos para a usina de Tucuruí ao longo da semana (o horizonte de estudo foi discretizado em 20 períodos), quando se utilizou 10, 50 ou 500 pontos para a FPHA (este caso extremos será discutido mais adiante).

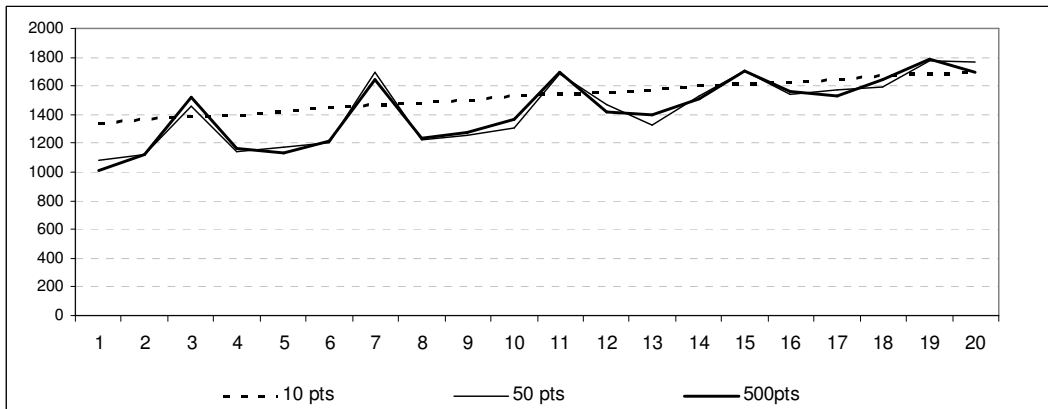


Figura 1 – Geração da usina de Tucuruí, ao se resolver o problema de PDO com 10, 50 ou 500 pontos para a FPHA de cada usina

Observa-se que a geração obtida com um modelo de 10 pontos apresenta tanto um desvio razoável como um perfil diferente em relação à solução obtida com 50 pontos. Quando o número de pontos já é razoável, o despacho passa a variar muito pouco quando se refina ainda mais o modelo da FPHA, como sugerem os resultados da segunda linha da Tabela 1.

#### 4.0 - MODELO LINEAR POR PARTES DINÂMICO PARA A FPHA

Em virtude das diferenças apontadas na seção anterior quando se varia o número de pontos da FPHA, seria preferível utilizar o maior número de pontos possível para a mesma. Entretanto, o uso de um número excessivo de pontos levaria a um grande aumento no tamanho da matriz do PPL a ser resolvido. Por exemplo, em um estudo com 100 usinas hidroelétricas, 20 períodos de tempo e 500 pontos por usina, teríamos 1.000.000 de restrições somente para a FPHA. Isto leva a um aumento significativo no tempo de processamento, conforme sugerido na última linha da Tabela 1.

De forma a determinar de forma acurada a geração das usinas hidroelétricas em um tempo aceitável, propõe-se neste artigo um método alternativo para a construção dos cortes (inequações) da função de produção hidroelétrica de cada usina. Nessa proposta, utiliza-se um modelo linear por partes dinâmico para a FPHA, denominado de FPHAD, pelo qual as inequações (cortes) do modelo vão sendo introduzidas de forma iterativa, ao longo da resolução do problema. A idéia dessa estratégia é permitir que a solução final para a geração das usinas possa estar em qualquer ponto da sua região viável de operação, e não sofra influência sensível da localização dos pontos de quebra da função. Além disso, ao não introduzir diretamente todas as aproximações lineares no problema, se poderia utilizar um modelo mais detalhado para a FPHA das usinas (com um maior número de cortes), diminuindo ainda os desvios médios entre a FPHA e a FPH exata da usina. As etapas dessa metodologia são descritas a seguir.

##### 4.1 Definição do modelo “ideal” da FPHA

O modelo da FPHAD proposta neste trabalho irá aproximar um modelo “ideal” para a função, o qual deverá se aproximar, o tanto quanto possível, da FPH exata da usina hidroelétrica, dada por [2]. Caso a expressão [2] fosse côncava (ou seja, definisse uma região convexa abaixo da mesma), os cortes do modelo da FPHAD poderiam ser obtidos diretamente a partir dessa curva não linear exata, através de aproximações de Taylor. No entanto, estudos mostram que esta função, em geral, não é côncava. Portanto, deve-se construir previamente um modelo “ideal” para a FPH, que tenha propriedades matemáticas convenientes. Desprezando-se em um primeiro momento o efeito do vertimento, foram estudadas duas alternativas para a construção desse modelo:

- um modelo não linear côncavo da função, através da calibração de um polinômio de ordem 2 ou superior, nas variáveis  $Q$  e  $V$ ;
- um modelo linear por partes em  $Q$  e  $V$ , tal como proposto em (13), porém com um número extremamente grande de pontos (superior a 1000, por exemplo).

Neste trabalho, adotou-se a segunda alternativa, pois a primeira possui o inconveniente de que o ajuste da função por um modelo quadrático ou cúbico, por exemplo, poderia ficar prejudicado caso a curvatura de segunda ou terceira ordem da função variasse significativamente com o valor de  $Q$ . Além disso, um modelo linear por partes com um número extremamente grande de pontos pode ser considerado “quase não linear” e tem a vantagem de que a “curvatura” pode variar ao longo do eixo de  $Q$ , já que a localização dos pontos de quebra acompanha o formato da função de produção exata (vide (13)). Embora o esforço computacional para se construir a envoltória

convexa para esse modelo com um número excessivo de pontos seja grande, esta é uma tarefa realizada apenas uma vez, e só precisa ser revisada quando se alterar alguma característica física da usina (vazão turbinada máxima, potência instalada), o que pode demorar meses ou, em geral, vários anos.

#### 4.2 Algoritmo para inserção de novos cortes ao problema

A inserção direta, no PPL a ser resolvido, do modelo ideal para a FPH definido na seção anterior resulta em um elevado tempo computacional para a resolução do problema, como será visto nos resultados. Portanto, propõe-se um método alternativo de resolver o problema, onde os cortes são introduzidos de forma iterativa. A fim de facilitar o entendimento do algoritmo, considere o exemplo mostrado na Figura 2, onde o modelo linear por partes da função (quase não linear) possui 22 cortes no eixo da variável  $Q$ .

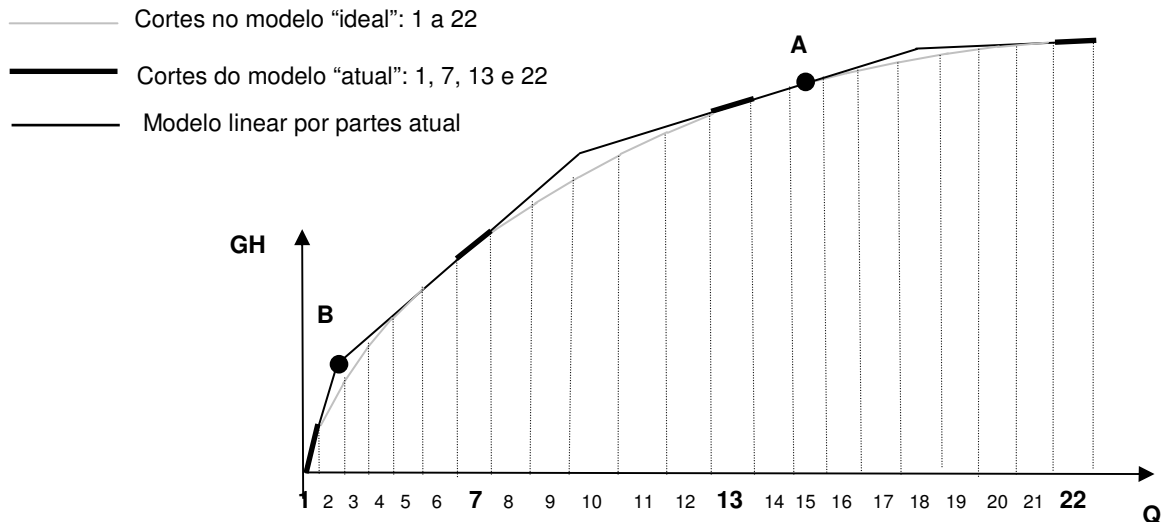


Figura 2 – Exemplo ilustrativo do modelo dinâmico para a função de produção (FPHAD).

**Passo 1 – Inicialização.** Define-se um número total de pontos ( $K_{tot}$ ) para o modelo ideal da função, assim como um número inicial de pontos ( $K_{inic}$ ) para o modelo da FPHA. Ou seja, considera-se inicialmente, no modelo “atual” da FPHA, apenas um subconjunto dos cortes do modelo ideal. No exemplo, tem-se  $K_{tot} = 22$  e  $K_{inic} = 4$ , e assim, dos 22 cortes totais para a usina em questão, consideram-se apenas 4 cortes, de índices 1, 7, 13 e 22. Note que, neste caso, o modelo atual para a FPHA é o indicado com uma linha preta mais fina na Figura 2, e constitui-se em uma envoltória superior do modelo ideal. Com o modelo inicial de todas as usinas definido, monta-se o PPL do problema de PDO.

**Passo 2 - Resolução do PPL.** Resolve-se o PPL do problema de PDO definido até então. Se algum PPL já foi resolvido em alguma iteração anterior, utiliza-se a base ótima do resultado anterior como base inicial. Este procedimento é fundamental para o bom desempenho da metodologia proposta.

**Passo 3 - Atualização do modelo da FPHA de cada usina.** Verificam-se quais cortes do modelo atual da FPHA ficaram ativos na solução obtida no Passo 2. Aplicam-se as seguintes regras para se incluir  $k_{new}$  novos cortes no modelo, onde  $k_{new}$  é um parâmetro definido *a priori*.

Caso 1: Há apenas um corte ativo: neste caso, inserem-se  $k_{new}$  cortes à esquerda e  $k_{new}$  cortes à direita do corte ativo. Esses cortes são espaçados uniformemente ao longo do conjunto de cortes (no modelo ideal) situados entre o corte ativo e o corte mais próximo (no modelo atual) à esquerda ou à direita desse corte ativo.

Por exemplo, considere que, no exemplo da Figura 2, obteve-se como resultado para a usina o ponto A, para o qual o único corte ativo no modelo atual da função é o corte de índice 13 (do modelo ideal). Os cortes mais próximos ao corte 13 e que já foram incluídos no modelo atual são o corte 7 (à esquerda) e o corte 22 (à direita). Se o valor definido para  $k_{new}$  for 2, então se devem incluir, no modelo atual, dois cortes à esquerda do corte 13 (situados entre os cortes 7 e 13 do modelo ideal) e dois cortes à direita do corte 13 (situados entre os cortes 13 e 22 do modelo ideal). Como se considera um espaçamento uniforme, então os cortes a serem incluídos serão os cortes de índice 9 e 11 (à esquerda) e os de índice 16 e 19 (à direita).

Caso 2: Há dois cortes ativos: neste caso, inserem-se  $k_{new}$  cortes espaçados uniformemente ao longo do conjunto de cortes (no modelo ideal) situados entre os dois cortes ativos no modelo atual.

Por exemplo, considere que, no exemplo da Figura 2, obteve-se como resultado para a usina o ponto B, para o qual estão ativos os cortes de índice 1 e 7 (no modelo ideal). Para o mesmo valor de  $k_{new}$  igual a 2, devem-se

incluir, no modelo atual, dois cortes do modelo ideal situados entre os cortes 1 e 7. Adotando-se um espaçamento uniforme, os cortes a serem incluídos serão os cortes de índice 3 e 5.

**Passo 4 - Verificação do critério de parada:** se, para todas as usinas, nenhum corte foi adicionado ao modelo atual, segundo o procedimento definido no passo 3, então o processo é finalizado, e a solução ótima do problema para o modelo ideal da FPHA de todas as usinas foi encontrada. Caso contrário, prossegue-se para o Passo 5.

**Passo 5 Atualização do PPL.** Monta-se novamente o PPL do problema de PDO, com a inclusão dos novos cortes obtidos no Passo 3. No exemplo mostrado, o modelo atual para a usina em questão passará a ser composto pelo conjunto de cortes de índices {1,3,5,7,9,11,13,16,19,22}. **Volta-se ao passo 2.**

#### 4.3 - Observações

Por questões de espaço, há vários aspectos na implementação dessa metodologia que não foram detalhados, como por exemplo:

- a extensão do algoritmo descrito na seção 4.3 quando se realiza uma discretização da FPHA não só para  $Q$ , mas também para  $V$ ;
- a possibilidade de se ter nenhum ou mais de 2 cortes ativos no modelo atual da FPHA, devido ao fato de haver, para as usinas com regularização, uma outra dimensão para a FPHA (referente a  $V$ );
- a coordenação do processo de atualização do modelo da FPHAD com o processo iterativo de consideração das restrições de limite na rede elétrica, conforme descrito em (9);
- um procedimento de aceleração do processo iterativo, onde, após certo número de iterações, incluem-se no modelo atual todas os cortes do modelo ideal que, para o ponto de operação  $(V, Q)$  da usina obtido no PPL, encontram-se abaixo do modelo atual;
- a adaptação do processo iterativo proposto para a FPHAD quando se resolve o problema de PDO por Programação Dinâmica Dual (14), o que se torna necessário para problemas muito grandes, para os quais a resolução do problema por um PPL único se torna impraticável. Mostra-se que, tomados os devidos cuidados em relação à definição do limite superior de convergência, o procedimento proposto não fere as condições para a convergência e otimalidade da PDD.

Todos esses aspectos foram tratados adequadamente nos problemas de PDO resolvidos nesse trabalho.

## 5.0 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Foram realizados diversos estudos, comparando a metodologia proposta neste trabalho com o procedimento tradicional de se definir previamente os cortes que compõem a FPHA. Os casos compreendem configurações que têm sido utilizadas pelo Operador Nacional do Sistema para a programação da operação, com representação da rede elétrica e consideração de uma série de restrições operativas para as usinas hidroelétricas e termoeletrônicas. A resolução dos problemas de programação linear foi feita utilizando-se o pacote OSL, da IBM (16).

A seguir mostram-se os resultados que comprovam os ganhos obtidos com a metodologia proposta em relação ao tempo computacional e a qualidade do despacho final obtido para as usinas hidroelétricas.

### 5.1 Tempo Computacional

Com o objetivo de enriquecer a análise, testaram-se estudos de caso com um tamanho variável de usinas hidroelétricas. A Tabela 2 compara os tempos de processamento obtidos com o modelo dinâmico da função de produção (FPHAD), em comparação com os tempos obtidos pelo modelo linear por partes estático (FPHA).

Tabela 2 – Comparação entre os tempos computacionais (min) dos modelos FPHAD e FPHA.

	14 usinas			30 usinas			61 usinas			121 usinas		
$K_{tot}$	200	500	1000	200	500	1000	200	500	1000	200	500	1000
$t$ (FPHA) (min)	1,88	8,82	60,25	6,68	23,03	144,23	31,28	129,00	222,12	94,00	NR	NR
$t$ (FPHAD) (min)	1,25	1,27	1,12	1,67	2,03	2,67	3,57	12,20	11,87	14,48	27,05	52,24
Redução	1,51	6,96	53,96	4,01	11,33	54,09	8,77	10,57	18,72	6,49	-	-

NR: Problema não foi resolvido

Observa-se uma drástica redução do tempo de processamento com a metodologia proposta, sendo o fator de redução variável com o tamanho do problema. Para os casos com 61 usinas obteve-se reduções da ordem de 10

vezes. Para o caso com o sistema brasileiro completo, a redução foi de mais de 6 vezes, ressaltando-se que, para os modelos com 500 e 1000 pontos para a FPHA, o solver não conseguiu resolver o problema.

## 5.2 Sensibilidade em relação aos parâmetros do modelo

De forma a calibrar os parâmetros do modelo, fez-se uma análise de sensibilidade variando-se os valores de  $K_{inic}$  e  $K_{new}$  do modelo FPHAD. A Tabela 4.2 mostra os resultados obtidos para os valores de  $K_{tot} = 1000$ , para o caso com 61 usinas, e  $K_{tot} = 500$ , para o caso com 121 usinas. As combinações que obtiveram o menor tempo de processamento estão destacadas.

Tabela 3 – Análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo FPHAD –Tempo de CPU (min)

61 usinas - $K_{tot} = 1000$					121 usinas - $K_{tot} = 500$				
$K_{ini} \backslash K_{new}$	1	3	5	10	$K_{ini} \backslash K_{new}$	1	3	5	10
10	144,63	90,40	88,90	112,20	5	74,92	52,12	72,55	67,85
30	17,25	17,67	17,10	15,60	10	37,20	35,48	38,77	38,07
50	25,03	23,47	14,03	11,87	20	26,77	28,77	27,05	29,75
80	26,20	25,05	13,92	18,52	30	27,07	31,08	33,35	33,18

Observa-se que há um intervalo de valores ótimos tanto para  $K_{ini}$  como para  $K_{new}$ , que varia de acordo com o caso. Para cada caso, a utilização de valores maiores para  $K_{ini}$  sugere a adoção de valores menores para  $K_{new}$ . De fato, quando se inicia o processo com um modelo mais acurado (maior valor de  $K_{ini}$ ), menor é a necessidade de se ter uma taxa elevada (maior valor de  $K_{new}$ ) de adição de novos cortes. Uma outra observação relevante é que, quanto maior o problema (número de usinas), menor o valor ótimo de  $K_{ini}$ , já que, para problemas grandes, a utilização de um número grande de pontos para a FPHAD dificulta muito a resolução dos PPLs.

## 5.3 Qualidade do despacho final obtido

Já se verificou que o modelo dinâmico proposto (FPHAD) apresenta um tempo de CPU bem inferior ao modelo estático (FPHA). Resta verificar se o despacho obtido com o modelo FPHAD se assemelha ao obtido com o modelo FPHA. Utilizou-se para análise a usina de Tucuruí, cujos resultados variavam razoavelmente quando se alterava o número de pontos da FPHA, como mostrado na Figura 1. A Figura 3 compara os resultados obtidos pelos modelos FPHA e FPHAD para essa usina, quando se adotam 500 pontos para o modelo ideal da função.

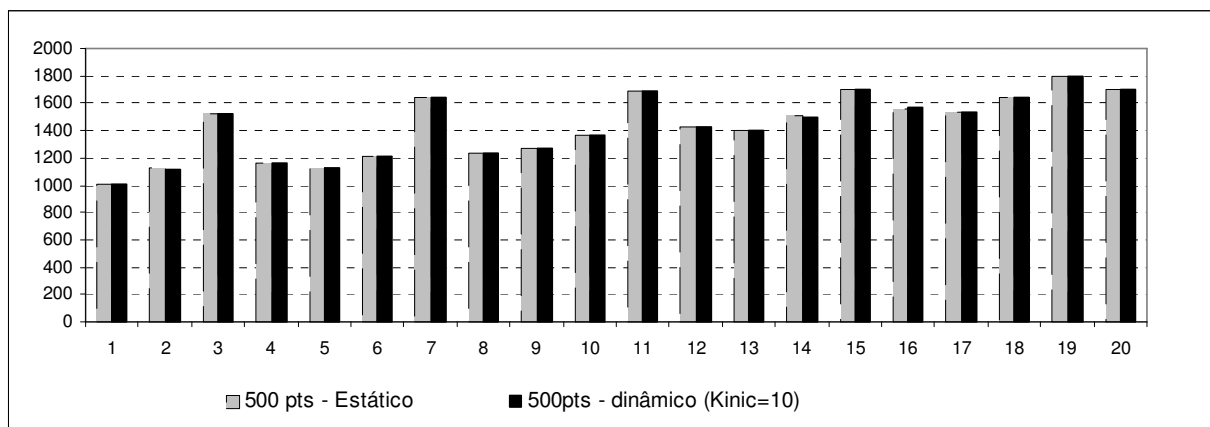


Figura 2 – Exemplo ilustrativo do modelo dinâmico para a função de produção (FPHAD).

Percebe-se que os resultados são praticamente idênticos, o que mostra que o modelo dinâmico, mesmo sem incluir boa parte dos 500 pontos da função ideal, conseguiu obter os mesmos resultados do modelo estático, em um tempo de processamento bem inferior. Ressalta-se que o modelo estático, neste caso, teve que ser resolvido por Programação Dinâmica Dual, já que, como mostrado na Tabela 2, não se conseguiu resolvê-lo como um PPL único. O tempo de CPU para o caso estático foi de 1h37min e, para o caso dinâmico, de 35min.

## 6.0 - CONCLUSÕES

Neste trabalho propôs-se um modelo linear por partes dinâmico para a função de produção das usinas hidroelétricas, que pode ser aplicado em modelos de coordenação hidrotérmica com representação individualizada das usinas hidroelétricas. A grande vantagem desse modelo é que, ao se utilizar um número bastante grande de cortes para a função de produção, se consegue obter um despacho de geração bem próximo ao do modelo não linear, em um tempo computacional bastante reduzido, já que apenas uma pequena parcela dos cortes é adicionada ao problema. Na modelagem linear por partes tradicional (estática), a obtenção dos mesmos resultados só é possível à custa de um tempo computacional proibitivo, senão impossível, devido à dificuldade em se resolver o problema de programação linear com um número tão grande de inequações. Um desenvolvimento futuro desse trabalho é a extensão da metodologia proposta para uma formulação inteira-mista do problema, considerando zonas proibidas e restrições de unit commitment para as unidades geradoras.

## 7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) M. E. P. Maceira, C. B. Mercio and B. G. Gorestin, "Energy evaluation of the north / northeastern and south / southeastern interconnection with NEWAVE model," *VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning – SEPOPE*, Salvador, Brazil, May 1998.
- (2) N. V. Arvantidis, J. Rosing, "Composite representation of multireservoir hydroelectric power system", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Feb. 1970.
- (3) A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras and F. A. Villamor, "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 4, pp. 1265-1272, Nov. 2002.
- (4) A. Arce, T. Ohishi and S. Soares, "Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 1, pp. 154-158, Feb. 2002.
- (5) E. C. Finardi, E. L. da Silva, "Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming", *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 21, n. 2, pp. 0835-0844, May 2006.
- (6) C. Li, E. Hsu, A. J. Svoboda, C. Tseng and R. B. Johnson, "Hydro unit commitment in hydro-thermal optimization," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 4, pp. 764-769, May 1997.
- (7) S. Soares and C. T. Salmazo, "Minimum loss predispach model for hydroelectric power systems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1220-1228, Aug. 1997.
- (8) X. Guan, A. J. Svoboda and C. Li, "Scheduling hydro power systems with restricted operating zones and discharge ramping constraints," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, no. 1, pp. 126-131, Feb. 1999.
- (9) A. L. Diniz, T. N. Santos, M. E. P. Maceira, "Short term security constrained hydrothermal scheduling for large scale systems considering transmission losses", *Proceedings of the X SEPOPE*, Salvador, Brazil, May 2006.
- (10) F. J. Heredia, N. Nabona, "Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 3, pp. 1642-1651, Aug. 1995.
- (11) A. Johannesen, A. Gjelsvik, O. B. Fosso, N. Flatabo, "Optimal short term hydro scheduling including security constraints," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 576-583, Feb. 1991.
- (12) M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J. M. Damazio, A C. G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- (13) A.L. Diniz, , M.E.P. Maceira, , "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Aug. 2008.
- (14) T.N. Santos, A. L. Diniz, "A New Multi-Period Stage Definition for the Multi-Stage Benders Decomposition Approach Applied to Hydrothermal Scheduling", *IEEE Trans. on Power Systems*, 2009, a ser publicado.
- (15) A. L. Diniz, M. E. P. Maceira, C. A. Sagastizabal, E. C. Finardi, "Hydro unit-commitment via Lagrangian relaxation. Application to the brazilian optimization model for short term scheduling of hydrothermal interconnected systems – DESSEM", *Proceedings of the IX SEPOPE*, Rio de Janeiro, Brazil, May 2004.
- (16) IBM Optimization Subroutine Library (OSL)—Guide and Reference, Release 2.1, 5th ed. , 1995.