



**GRUPO XIII
GRUPO DE ESTUDO DE INTERFERÊNCIAS, COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA E QUALIDADE DE
ENERGIA - GCQ**

**AVALIAÇÃO DE CONTRATOS DE PERFORMANCE EM QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA ATRAVÉS
DA TEORIA DAS OPÇÕES REAIS**

Elder G. Domingues* César Augusto N. Jahnecke Marlon P. Borges Bruno A. Moreira Leonardo R. Brito

CEFET-GO

UCG

UCG

UCG

UCG

RESUMO

O objetivo deste artigo é aplicar a teoria das opções reais na avaliação de contratos de performance em qualidade da energia elétrica para o caso dos afundamentos de tensão. Inicialmente serão apresentadas duas modelagens estocásticas para a previsão do *número médio de afundamentos de tensão anual*. Aplicando a moderna teoria financeira e a simulação de Monte Carlo obter-se-á o benefício da empresa, o prêmio que ela deverá pagar a ESCO, considerando o número de afundamentos de tensão ótimo estabelecido no contrato, e o Lucro/Prejuízo da ESCO. Um exemplo prático será apresentado para mostrar a aplicabilidade da teoria supracitada.

PALAVRAS-CHAVE

Contrato de Performance, Afundamentos de Tensão, Opções Reais, Movimento Geométrico Browniano, Simulação de Monte Carlo.

1.0 - INTRODUÇÃO

Dentre toda a problemática da Qualidade da Energia Elétrica (*QEE*), os afundamentos de tensão se constituem em um dos maiores vilões às empresas devido aos altos prejuízos financeiros decorrentes das interrupções parciais ou totais dos processos de produção. Dentro deste contexto, esta questão tem se tornado estratégica tanto para os consumidores quanto para as concessionárias de energia elétrica em razão aos altos custos envolvidos decorrentes das paradas de produção.

Assim, empresas prestadoras de serviço de qualidade e eficiência energética (*ESCOs -Energy Service Companies*) podem celebrar contratos de performance com seus clientes garantindo certa *QEE* (1). Estas empresas assumem o risco financeiro e podem utilizar a técnica de *Project Finance* de modo a agregar engenharia especializada e financiamento adequado. Estes contratos de performance tornam o projeto auto-sustentável, fazendo com que as economias geradas sejam fontes de pagamento do financiamento obtido para a implementação do projeto.

Este tipo de contrato pode ser celebrado entre uma indústria com problemas de *QEE* e uma *ESCO*. A *ESCO* pode oferecer, em *leasing*, através de contratos de performance, um condicionador de potência, garantindo que o número de afundamentos de tensão cairá abaixo de um determinado valor fixo especificado no contrato.

A Figura 1, extraída de (1), mostra uma operação de *leasing* financeiro realizada entre uma *ESCO* e uma empresa com problemas de afundamentos de tensão. A empresa com problemas de *QEE* escolhe o condicionador de potência junto ao fornecedor, ajusta o preço, o prazo de entrega e demais características. Ao assinar o contrato de *leasing*, ele incumbe a empresa de *leasing* (*ESCO*) de executar a compra do condicionador de potência. A empresa de *leasing* adquire o condicionador à vista através de recursos próprios ou através da captação de

recursos via financiamentos e empréstimos. Em contrapartida, a empresa faz o pagamento de prestações periódicas incluindo a amortização do valor do condicionador, encargos e impostos e a remuneração da empresa de *leasing*. No ato da assinatura do contrato, a empresa pagará dois valores de prêmio: o valor residual do condicionador de potência relativo ao prêmio da opção de compra (opção de compra européia) que permitirá à empresa adquirir ou não o condicionador de potência no final do contrato de *leasing* e um prêmio relativo ao contrato de performance.

O condicionador de potência é o ativo físico substrato que envolve a opção real. O valor da flexibilidade outorgado pela instalação do ativo é distribuído entre as partes contratantes segundo cláusulas específicas. A precificação da opção real serve de parâmetro para que ambas as partes assegurem uma remuneração aceitável para elas.



FIGURA 1 – Operação de *leasing* entre uma ESCO e uma empresa com problemas de afundamentos de tensão

Trata-se de uma seqüência de opções ao longo da duração do contrato de performance cujo exercício implica na escolha do número de afundamentos de tensão ótimo a ser estabelecido no contrato. A precificação desta opção não admite uma aplicação convencional da fórmula de Black e Sholes (2). É então preferível simular a trajetória do número de afundamentos de tensão ao longo da duração do contrato através de variáveis aleatórias.

2.0 - OBTENÇÃO DA VARIÁVEL ALEATÓRIA NÚMERO MÉDIO DE AFUNDAMENTOS DE TENSÃO ANUAL

O número de afundamentos de tensão é uma variável que apresenta um comportamento aleatório ao longo do tempo. Uma das ferramentas matemáticas utilizadas para fazer previsões de variáveis que apresentam comportamento aleatório é o processo estocástico denominado *Random Walk*, (Passeio Aleatório). Existem inúmeras referências bibliográficas que apresentam os mais diferentes modelos de processos estocásticos (1, 2, 3, 4). Estes processos estocásticos têm sido usados nas mais diversas áreas do conhecimento para os mais diferentes tipos de previsões, tais como: demanda e consumo de energia elétrica, previsão de vazões de rios, temperatura, taxas de câmbio, taxas de desconto, etc.

A referência (1) modela a variável aleatória (v.a.) *número médio de afundamentos de tensão anual* através do modelo binário de Cox, Ross e Rubinstein (3) combinado com o método de simulação de Monte Carlo (4). A série futura do número de afundamentos de tensão (Naf_t) nos anos seguintes será um processo estocástico que é dado pela seguinte expressão analítica:

$$Naf_{t+1} = e^{\sigma_{af} R} * Naf_t \quad [1]$$

Onde R é uma v.a. com probabilidade (0,5) de valer (1) e (0,5) de valer (-1) e σ_{af} é a volatilidade do passeio, dado pela volatilidade da série histórica do número médio de afundamentos de tensão anual. Desta forma, para $\sigma_{af} = 0,22$, por exemplo, a árvore binária formada se materializa em um passeio aleatório (*random walk*), pois:

$$e^{0,22} \cong 1,25 \quad \text{sorteia (1)}$$

$$e^{-0,22} \cong 0,80 \quad \text{sorteia (-1)}$$

Esses valores correspondem aos valores dos saltos “up” e “down” da árvore binária. A título de ilustração, a Figura 2, extraída de (1) apresenta a árvore binomial obtida para o número médio de afundamentos de tensão anual, partindo-se de 2001 (com 100 afundamentos) até 2007, com intervalo de discretização anual e $\sigma_{af} = 0,22$.

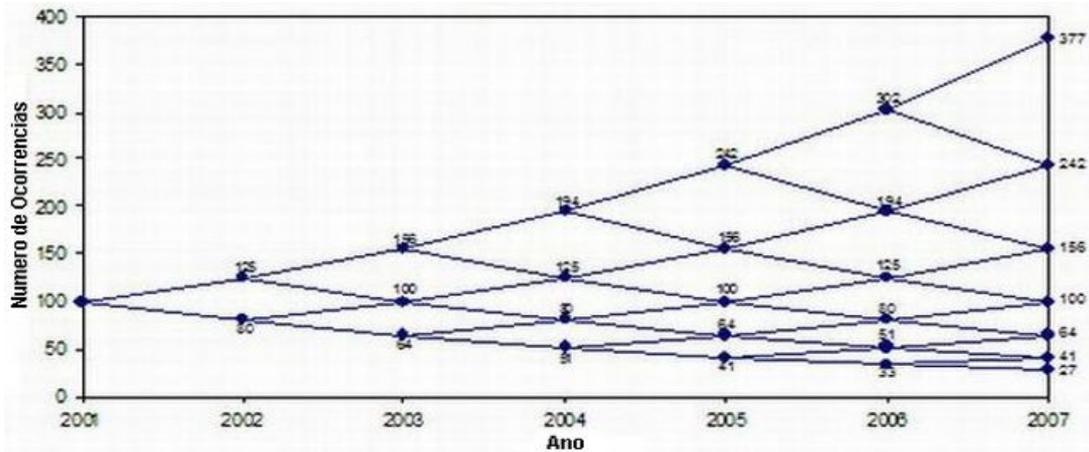


FIGURA 2 - Possíveis valores de afundamento de tensão usando o modelo da árvore binomial

Outro processo estocástico que pode ser utilizado para simular a trajetória do número de afundamentos de tensão é o processo estocástico denominado *Movimento Geométrico Browniano (MGB)* (2, 4). A modelagem é feita através do Método de Simulação de Monte Carlo (4) que consiste na realização de sorteios aleatórios ao longo do tempo.

O processo estocástico *MGB* sem *drift* (tendência), pode ser utilizado para descrever o comportamento aleatório da *v.a. número médio de afundamentos de tensão anual*, conforme a equação abaixo (5):

$$Naf_{t+1} = Naf_t + \sigma_{af} * Naf_t * \varphi * \sqrt{\Delta t} \quad [2]$$

Onde:

- Naf_{t+1} e Naf_t representam o número médio de afundamentos de tensão por ano nos instantes de tempo $t + 1$ e t , respectivamente;
- Δt é o intervalo de tempo anual;
- σ_{af} é a volatilidade por unidade de tempo;
- φ é uma *v.a.* com distribuição normal padronizada ($N(0,1)$), ou seja, média de valor “zero” e desvio padrão com valor “um”.

3.0 - OBTENÇÃO DO PRÊMIO A SER PAGO PELA EMPRESA A ESCO

O prêmio a ser pago pela empresa a *ESCO* tem, para cada ano, a mesma estrutura de uma opção de compra européia (2, 3). Trata-se de uma seqüência de opções ao longo da duração do contrato de performance, cujo exercício implica a escolha do número de afundamentos de tensão estabelecido no contrato. O valor presente do prêmio (VP_p) pode ser obtido por (1):

$$VP_p = \sum_t \frac{1}{(1 + r_{WACC})^t} * MAX(Naf_t - Naf_c, 0) * p * Pr ej \quad [3]$$

Onde:

- r_{WACC} é o Custo Médio Ponderado de Capital, taxa de desconto a ser utilizada no cálculo do valor presente;
- Naf_t é o número de afundamentos de tensão de acordo com a freqüência de ocorrência;

- p é a probabilidade associada a Naf_t ;
- Naf_c é o número de afundamentos de tensão contratual;
- Pr_{ej} é o prejuízo médio por afundamento de tensão.

O Custo Médio Ponderado de Capital (r_{WACC} - *Weighted Average Cost of Capital*) é dado por (1, 4):

$$r_{wacc} = r_s * \left(\frac{C_p}{C_p + C_t} \right) + r_B * \left(\frac{C_t}{C_p + C_t} \right) * (1 - T_c) \quad [4]$$

Onde:

- C_p e C_t são o capital próprio e de terceiros da empresa, respectivamente;
- r_s é a expectativa de ganho dos acionistas;
- r_B é o custo de capital de terceiros. Pode ser obtido através da soma da *TJLP* (Taxa de Juros de Longo Prazo) desconsiderada a inflação no período e o risco de inadimplência;
- T_c é a alíquota de tributação marginal sobre os lucros da empresa (1).

O modelo de precificação dos ativos de capital (*CAPM – Capital Asset Pricing Model*) é utilizado para avaliar taxas de desconto em ambientes de risco. O *CAPM* é utilizado para representar a expectativa de ganho dos acionistas (r_s), é dado por (1, 4):

$$r_s = r_F + \beta * (r_m - r_F) \quad [5]$$

Onde:

- r_F é a taxa livre de risco. Títulos do Governo Federal, poupança e Certificado de Depósito Interbancário (*CDI*) podem assumir o papel de taxa livre de risco por serem considerados os de menor risco ($\beta \cong 0$);
- β é o coeficiente de risco sistemático, ou seja, é o indicador de risco da empresa em relação ao mercado;
- r_m é o retorno médio do mercado acionário, obtido do histórico do retorno do mercado. Para se obter o retorno de mercado, será utilizado como exemplo o índice *BOVESPA*.

4.0 - ESTUDO DE CASO

Suponha que uma empresa com problemas de afundamentos de tensão tenha firmado um contrato de performance com uma *ESCO*, com duração de 9 anos. Suponha-se ainda que o número médio de afundamentos de tensão disruptivos que aconteceram nesta planta industrial em 2003 seja igual a 100 e que dispomos dos dados históricos dos últimos sete anos, conforme mostrado na Tabela 1.

TABELA 1 – Histórico do número de afundamentos de tensão por ano

Ano	Nº de afundamentos/ano	Varição do histórico
1996	78	----
1997	82	0,04880
1998	130	0,36920
1999	70	-0,85710
2000	118	0,40680
2001	84	-0,40476
2002	89	0,05618
2003	100	0,11000
2004	100	0

Pode-se fazer a previsão das séries temporais para os próximos 9 anos, partindo-se de 2004, indo até 2013, conforme a equação [2]. Através do histórico obtém-se o desvio padrão da variação do histórico ($\sigma_{af} = 0,42$) que representa a volatilidade futura do passeio aleatório.

Através da simulação de Monte Carlo pode-se gerar certa quantidade de cenários. Para este estudo de caso foram gerados 2000 cenários, ou seja, 2000 séries temporais da *v.a. número médio de afundamentos de tensão anual*.

A Figura 3 mostra os possíveis caminhos obtidos através do sorteio para um período de 9 anos e 2000 cenários. Adotando um prejuízo médio por afundamento de tensão igual a \$5.000,00, pode-se obter o benefício esperado para a empresa, Lucro/Prejuízo da ESCO, bem como o valor do prêmio a ser pago a ESCO.

A Figura 4 mostra o histograma do número médio de afundamentos de tensão para o último ano do contrato (2013).

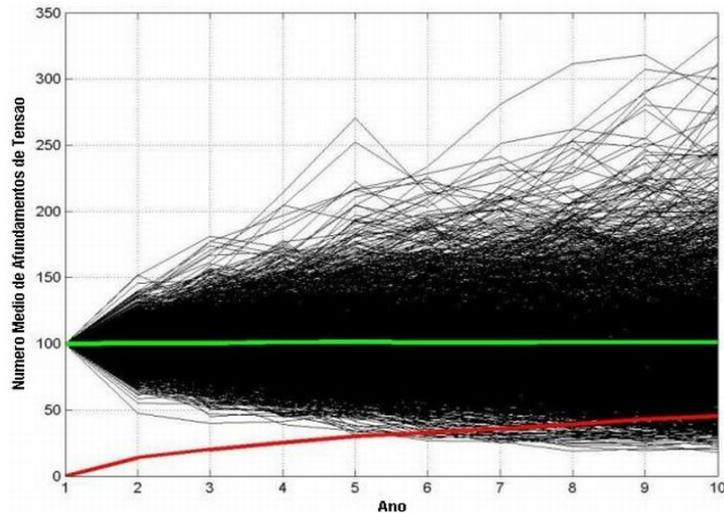


FIGURA 3 – Família de 2.000 trajetórias do processo estocástico *número médio de afundamentos de tensão anual*. Média do número de afundamentos de tensão (verde) e desvio padrão do número de afundamentos de tensão (vermelho)

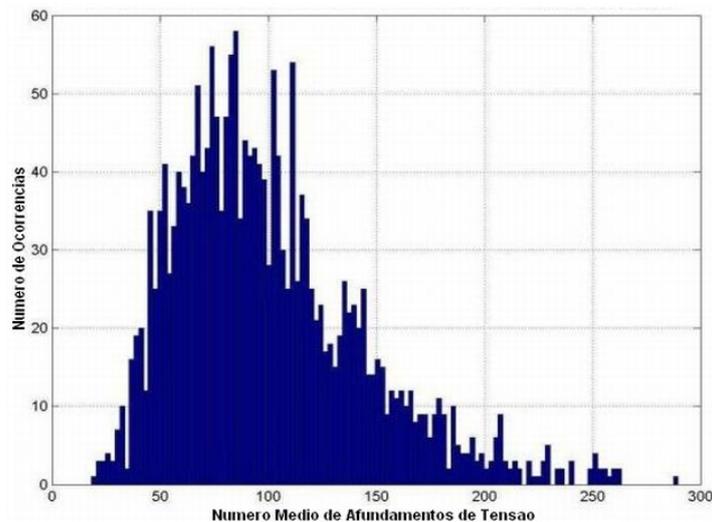


FIGURA 4 – Histograma do número médio afundamentos de tensão para o ano de 2013

Através do histograma pode-se obter a quantidade de ocorrências acima do valor contratual e calcular o benefício da empresa. Por exemplo, com o valor contratual de 50 afundamentos anuais, a quantidade de ocorrências acima é 1807 para o ano de 2013. Daí, a probabilidade de ocorrer valores acima do contratual é $(1.807/2.000) = 0,9035$. A probabilidade de ocorrer valores abaixo do contratual é $1 - 0,9035 = 0,0965$. Assim, pode-se calcular o benefício da empresa da seguinte forma:

- Prejuízo total médio = Prejuízo por afundamento * média de afundamentos previstos = \$5.000,00*102 = \$510.000,00;
- Prejuízo médio para 50 afundamentos = Prejuízo total*Probabilidade de ocorrer valores abaixo de 50 = \$510.000,00*0,0965 = \$49.215,00;

- Benefício = Prejuízo total médio sem o contrato – Prejuízo médio para os 50 afundamentos = \$510.000,00 – \$49.215,00 = \$460.785,00.

O valor presente do benefício da empresa em 2013, a uma taxa de desconto de 16%, será de $(\$460.785,00)/(1+0,16)^{10} = \$104.452,00$. O benefício da empresa é definido como a redução nos custos devido à melhoria na QEE, garantida pelo contrato de performance.

A Figura 5 mostra o comportamento do valor do benefício *versus* o número médio de afundamentos de tensão contratual da empresa para o último ano da série. Esta análise de sensibilidade permite verificar que, na medida em que se aumenta o número médio de afundamentos de tensão contratual, diminui-se o benefício da empresa, conforme era de se esperar.

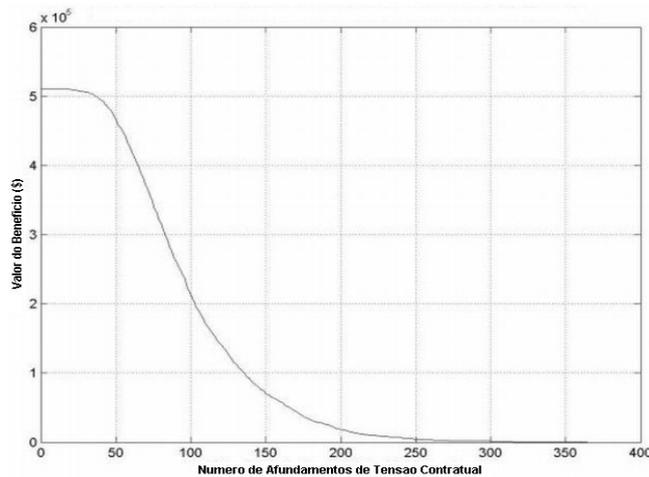


FIGURA 5 – Benefício da empresa em 2013 em função do número de afundamentos contratual

A Figura 6 mostra o comportamento do valor presente do benefício esperado da empresa em função do número médio de afundamentos de tensão contratual durante todo o período de duração do contrato de performance.

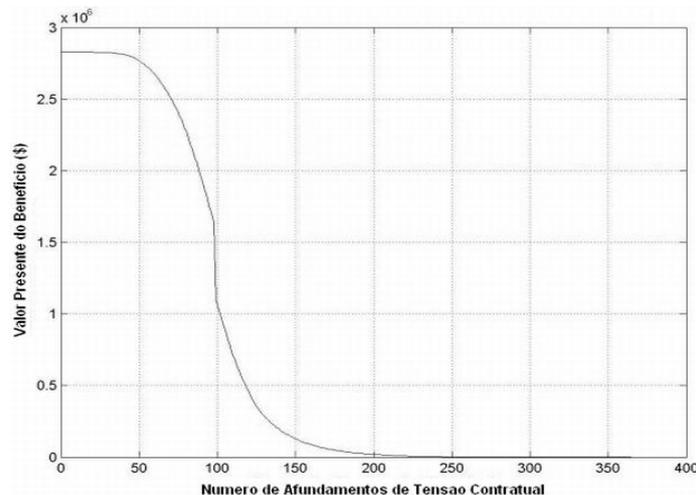


FIGURA 6 – Comportamento do valor presente do benefício da empresa em função do número médio de afundamentos de tensão contratual

Assumindo que o custo de um condicionador de potência adquirido pela ESCO equivale a uma anuidade de \$20.000,00 e que o número médio de afundamentos de tensão contratual acima de 50 que o equipamento permite é igual a 3, o valor esperado do ressarcimento da ESCO à empresa, segundo o contrato, será de: $\text{Ressarcimento} = \text{Naf acima do contratual} * \text{Prejuízo por afundamento} = 3 * \$5.000,00 = \$15.000,00$. Logo, o total de despesas anuais esperadas pela ESCO será de: $\text{Despesas anuais} = \text{Ressarcimento} + \text{Anuidade do condicionador} = \$15.000,00 + \$20.000,00 = \$35.000,00$.

A receita esperada pela ESCO em 2013 corresponde ao prêmio pago pela empresa no ano em questão, obtido pela equação (3). Este prêmio corresponde a um valor de \$260.330,00. Portanto, o Lucro/Prejuízo médio será: $\text{Lucro/Prejuízo médio} = \text{Prêmio em 2013} - \text{Ressarcimento} = \$260.330,00 - \$35.000,00 = \$225.330,00$

A Figura 7 mostra o comportamento do valor esperado do prêmio a ser pago a *ESCO* para o ano de 2013 em função do número médio de afundamentos de tensão contratual.

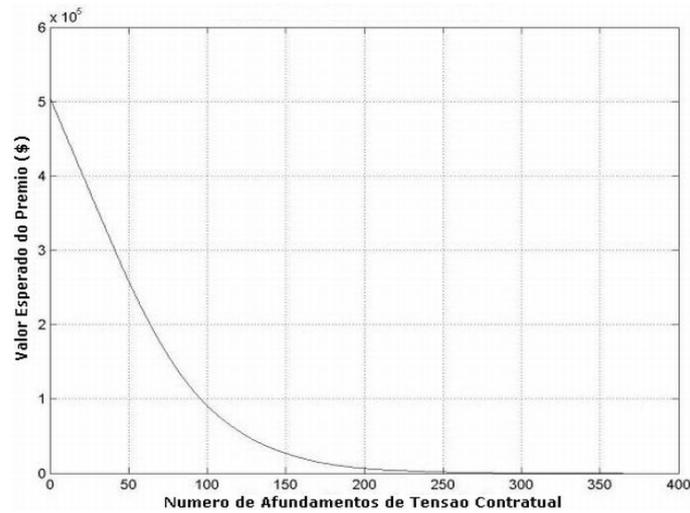


FIGURA 7 – Prêmio esperado pela *ESCO* no último ano da série (2013) em função do número médio de afundamentos de tensão contratual

A Figura 8 mostra o comportamento do benefício líquido esperado pela *ESCO* em função do número médio de afundamentos de tensão contratual no último ano de contrato.

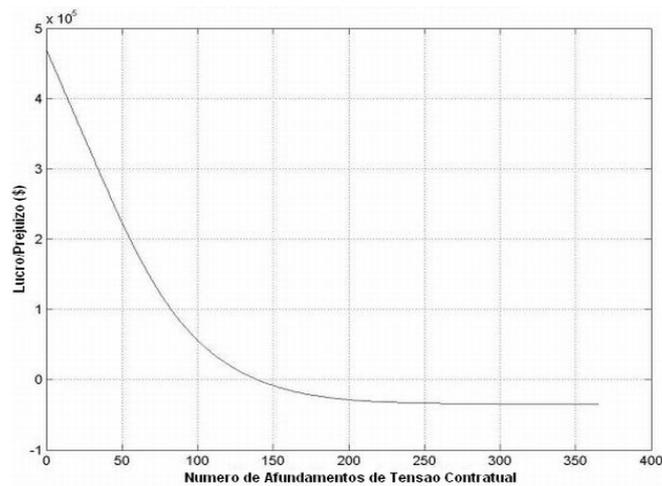


FIGURA 8 – Comportamento do benefício líquido esperado pela *ESCO* em função do número médio de afundamentos de tensão contratual

O benefício líquido é determinado pela diferença entre o valor do prejuízo que a empresa deixa de ter aderindo-se ao contrato e o valor pago, como prêmio, para a instalação do condicionador de potência. Estes valores são obtidos de acordo com os níveis esperados de afundamentos de tensão face ao limite permitido no contrato.

A Figura 9 mostra o comportamento do valor presente do benefício líquido esperado pela empresa em função do número médio de afundamentos de tensão contratual durante o período do contrato.

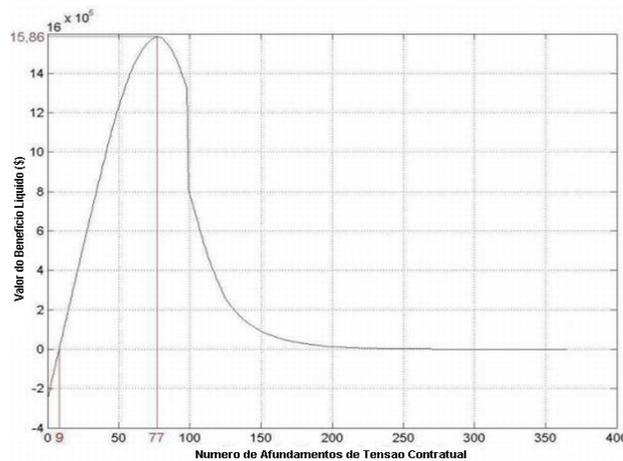


FIGURA 9 – Valor presente do benefício líquido esperado pela empresa

Pela análise da Figura 9, é possível notar que há uma quantidade de afundamentos de tensão contratual que maximiza o valor presente esperado do benefício líquido da empresa durante os 9 anos de duração do contrato. O nível ótimo de afundamentos de tensão contratual obtido pela simulação é de 77 afundamentos, que corresponde a um benefício líquido para a empresa igual a \$1.586.000,00. É importante lembrar que este número varia a cada simulação, pois são obtidas novas séries temporais. No entanto, constata-se que esse valor oscila entre 75 e 80 afundamentos. Observa-se ainda que a empresa tem um prejuízo (benefício líquido negativo) para números de afundamentos de tensão menores que 9.

5.0 - CONCLUSÃO

A metodologia apresentada ao longo deste artigo aplica conceitos da Moderna Teoria Financeira para avaliar contratos de performance em Qualidade da Energia Elétrica para o caso de empresas com problemas de afundamentos de tensão.

A partir da analogia existente entre as opções financeiras, é possível adaptar seu cálculo ao caso dos ativos reais. O condicionador de potência é o ativo físico que envolve a opção real. O prêmio da opção real (prêmio pago pela empresa a ESCO) é modelado como uma seqüência de opções de compra europeia, onde o exercício implica no número de afundamentos de tensão estabelecidos no contrato.

Um estudo de caso foi apresentado para ilustrar a metodologia apresentada. Estudos de sensibilidade foram feitos a fim de obter o nível ótimo de afundamentos de tensão a ser estabelecido no contrato.

Trata-se de uma metodologia completamente nova e que pode ser aplicada na precificação de contratos de performance envolvendo outros distúrbios da QEE.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) DOMINGUES, E. G.; ARANGO, H.; POLICARPO, J. G. A. *Applying Real Options Methodology to Value Electrical Power Quality Projects*. 10th ICHPQ. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Outubro de 2002.
- (2) HULL, J.; *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice-Hall, Second edition, 1993
- (3) WILMOTT P., HOWISON S., DEWYNNE J.; *The Mathematics of Financial Derivatives – A Student Introduction*, Cambridge University Press, UK, 1999.
- (4) DOMINGUES, E. G.; *Análise de Risco para Otimizar Carteiras de Ativos Físicos em Geração de Energia Elétrica*, tese de doutorado apresentada à Universidade Federal de Itajubá, MG, Brasil, Dezembro de 2003.
- (5) JAHNECKE C. A. N., BORGES M. P., BRITO L. R., MOREIRA B. A.; *Aplicação da Moderna Teoria Financeira na Avaliação de Contratos de Performance em Qualidade da Energia Elétrica para o caso dos Afundamentos de Tensão*, monografia apresentada à Universidade Católica de Goiás, GO, Brasil, Dezembro de 2004.