

# Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões

L.L.J. Borges, UEG; G.S.S.A. Melo, UnB; R.B. Gomes, UFG; Reynaldo M. Bittencourt, FURNAS

**Resumo** - O trabalho experimental consiste em avaliar o efeito da relação entre os lados do pilar, a influência de furos de grandes dimensões (dimensões equivalentes à de um pilar), posicionados adjacentes àquele e a contribuição da armadura de cisalhamento na resistência à punção de lajes cogumelo de concreto armado utilizadas em casas de força e áreas de montagem de usinas hidrelétricas. Constata-se que a resistência de uma laje aumenta com o acréscimo da relação entre os lados do pilar, quando se mantém constante uma das dimensões deste. Entretanto, se o incremento do perímetro do pilar for relativamente grande, uma parte deste pode não contribuir efetivamente para a resistência à ruptura. A presença de furos adjacentes ao pilar pode reduzir a resistência última das lajes, principalmente quando localizados próximos aos extremos do pilar alongado. Adicionalmente, verifica-se que a resistência última de lajes com furos, pode ser acrescida com a utilização de armadura de cisalhamento constituída de “studs”, inclusive, pode até superar a resistência de lajes sem furos e sem armadura de cisalhamento.

**Palavras-chave** – Armadura de cisalhamento; Casas de força; Furos; Lajes cogumelo; Resistência à punção

## I. INTRODUÇÃO

O uso de lajes cogumelo vem crescendo ultimamente devido a algumas vantagens que proporciona em relação às lajes apoiadas em vigas, tal como, a redução da altura da edificação, maior mobilidade local, entre outras, devido à ausência de vigas. Existem poucos trabalhos que tratam de lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares [4, 5], apesar da utilização mais freqüente destes, em relação aos pilares quadrados. Nas estruturas de concreto, em geral, devido a sua geometria, o pilar retangular pode estar embutido em paredes, concordando, assim, com as exigências arquitetônicas.

Outro aspecto de utilização bastante comum é a existência de furos relativamente grandes (mesma ordem de grandeza das dimensões do pilar) em lajes e posicionados adjacentes aos pilares em estruturas de concreto, especialmente em casas de força e áreas de montagem, onde tubulações de condutos hidráulicos percorrem andares e precisam estar localizados em locais que não interfiram no espaço da obra. São poucas as pesquisas encontradas na literatura que estudam o efeito de furos adjacentes ao pilar na resistência das lajes [5, 6, 7, 8, 9, 10].

## II. PROGRAMA EXPERIMENTAL

O estudo da influência da relação entre os lados do pilar no comportamento das lajes cogumelo de concreto armado foi realizado com o ensaio até a ruptura de 8 (oito) lajes quadradas com 200 mm de espessura e 3000 mm de lado, apoiadas em pilares com relações entre lados variando de 1,67 a 4. As dimensões das lajes foram adotadas baseando-se em trabalhos anteriormente desenvolvidos [16, 17, 18], de forma a representar uma região de momento negativo em torno de pilares, ou região com momento positivo em torno de cargas concentradas, sendo que as bordas das lajes representaram linhas de inflexão de momentos fletores em lajes contínuas.

Para o estudo da influência da presença de furos nas imediações dos pilares, foram testadas 6 (seis) lajes de dimensões já citadas, sendo 3 lajes com um furo, e as demais, com dois furos. Dentro de cada grupo de três lajes, as variáveis estudadas foram a taxa de armadura de flexão e a presença de ganchos de ancoragem das barras da armadura de flexão interceptadas pelo furo.

Para o estudo da contribuição da armadura de cisalhamento na resistência das lajes com e sem furos, foram estudados diversos detalhamentos para esta armadura. A armadura de cisalhamento utilizada nestas lajes compreendeu os “studs” que são elementos formados por barras de aço (vergalhões) alinhados verticalmente e soldados nas duas extremidades a chapas de aço. Foram testadas 6 (seis) lajes com diferentes detalhamentos para a armadura de cisalhamento, das quais duas lajes não apresentaram furos, e as demais, dois furos simétricos. A utilização da armadura de cisalhamento nas lajes com furos, visou suprir a perda de resistência à punção devido à presença dos furos.

---

L.L.J.Borges é professora da Universidade Estadual de Goiás

G.S.S.A.Melo é professor da Universidade de Brasília

R.B.Gomes é professor da Universidade Federal de Goiás

R.M.Bittencourt é engenheiro do Centro Tecnológico de Eng. Civil de Furnas Centrais Elétricas S.A.

### A. Descrição dos Modelos Experimentais

As lajes estudadas neste trabalho apresentaram o concreto com resistência à compressão variando entre 36,2 e 44,7 MPa, e a taxa de armadura de flexão variou entre 1,23 e 1,79%.

Para o estudo das lajes com pilares retangulares, foram definidas as seções dos pilares, inicialmente a partir do perímetro do pilar utilizado na literatura [16, 17, 18], e também em função das dimensões práticas e usuais. A relação entre os lados do pilar variou entre 1,67 e 4. No caso das lajes com furos e das lajes com armadura de cisalhamento, foi adotado o pilar de dimensões 200 mm x 600 mm, e os furos tiveram dimensões constantes e iguais a 200 mm x 300 mm, com as menores dimensões adjacentes. A TABELA I apresenta as características das lajes com pilares retangulares, com furos e com armadura de cisalhamento, enquanto que a FIGURA 1 apresenta as lajes com pilar retangular e com furos, e a FIGURA 2 apresenta as lajes com armadura de cisalhamento.

Para as lajes com furos, a principal variável em cada grupo de três lajes foi o detalhamento da armadura de flexão na região próxima ao furo: fez-se o acréscimo de barras na região adjacente ao furo, cujo número de barras correspondeu àquele das barras que foram interrompidas devido à presença dos furos, e, também, a presença de ganchos de ancoragem nas barras citadas. A FIGURA 3 apresenta o detalhamento da armadura principal de flexão de uma laje monolítica, de uma laje com um furo apenas e de uma laje com dois furos.

Os “studs” foram ancorados externamente às barras da armadura de flexão superior e inferior, de forma que estes envolveram-nas, conduzindo assim a uma ancoragem mais efetiva da armadura de cisalhamento.

TABELA I - CARACTERÍSTICAS DAS LAJES COM PILARES RETANGULARES, COM FUROS E COM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Laje	Pilar		$c_2/c_1$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	Quantidade de furos	Gancho ancoragem	Armadura de cisalhamento	
	$c_1$	$c_2$							Nº camadas	$\phi$ (mm)
L41	150	250	1,67	139	44,7	1,52	0	(a)	(b)	(b)
L41A	150	250	1,67	164	38,9	1,28	0	(a)	(b)	(b)
L42	200	400	2	139	43,2	1,52	0	(a)	(b)	(b)
L42A	200	400	2	164	36,2	1,28	0	(a)	(b)	(b)
L43A	150	450	3	164	38,7	1,28	0	(a)	(b)	(b)
L44	150	600	4	164	40,0	1,28	0	(a)	(b)	(b)
L45	200	600	3	154	42,0	1,38	0	(a)	(b)	(b)
L46	200	800	4	164	39,3	1,28	0	(a)	(b)	(b)
L45FS	200	600	3	154	40,5	1,14	1	Sim	(b)	(b)
L45FD	200	600	3	154	39,0	1,38	1	Sim	(b)	(b)
L45FD_SG	200	600	3	154	41,4	1,38	1	não	(b)	(b)
L45FFS	200	600	3	154	41,6	1,00	2	sim	(b)	(b)
L45FFD	200	600	3	164	40,6	1,24	2	sim	(b)	(b)
L45FFD_SG	200	600	3	144	37,0	1,38	2	não	(b)	(b)
L45_AC1	200	600	3	154	39,0	1,38	0	(a)	4	10,0
L45FF_AC2	200	600	3	154	44,5	1,38	2	não	4	10,0
L45FF_AC3	200	600	3	154	39,6	1,38	2	não	3	8,0
L45FF_AC4	200	600	3	154	43,2	1,38	2	não	3	8,0
L45FF_AC5	200	600	3	154	40,7	1,38	2	não	2	8,0
L45_AC5	200	600	3	154	41,1	1,38	0	(a)	2	8,0
(a) como não existem furos, não utilizou ganchos de ancoragem nas barras interceptadas pelos furos										
(b) lajes sem armadura de cisalhamento										

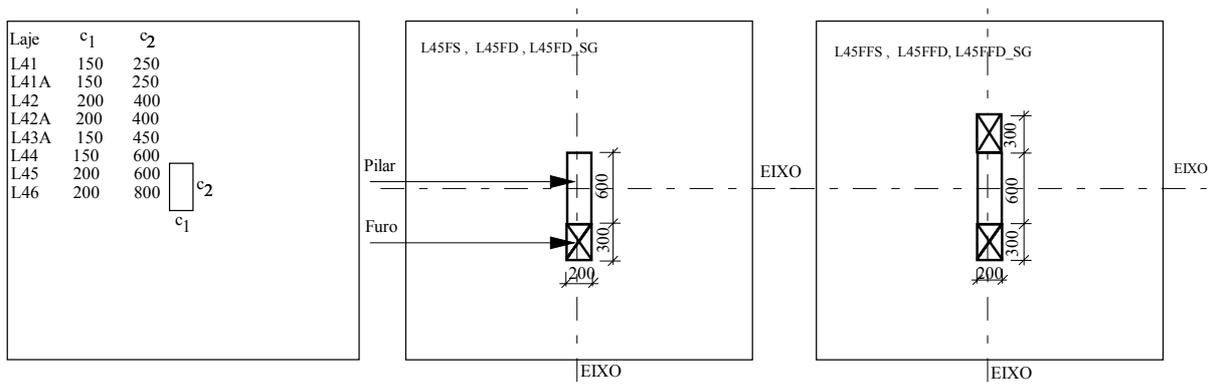


FIGURA 1 – Lajes com pilares retangulares e lajes com furos

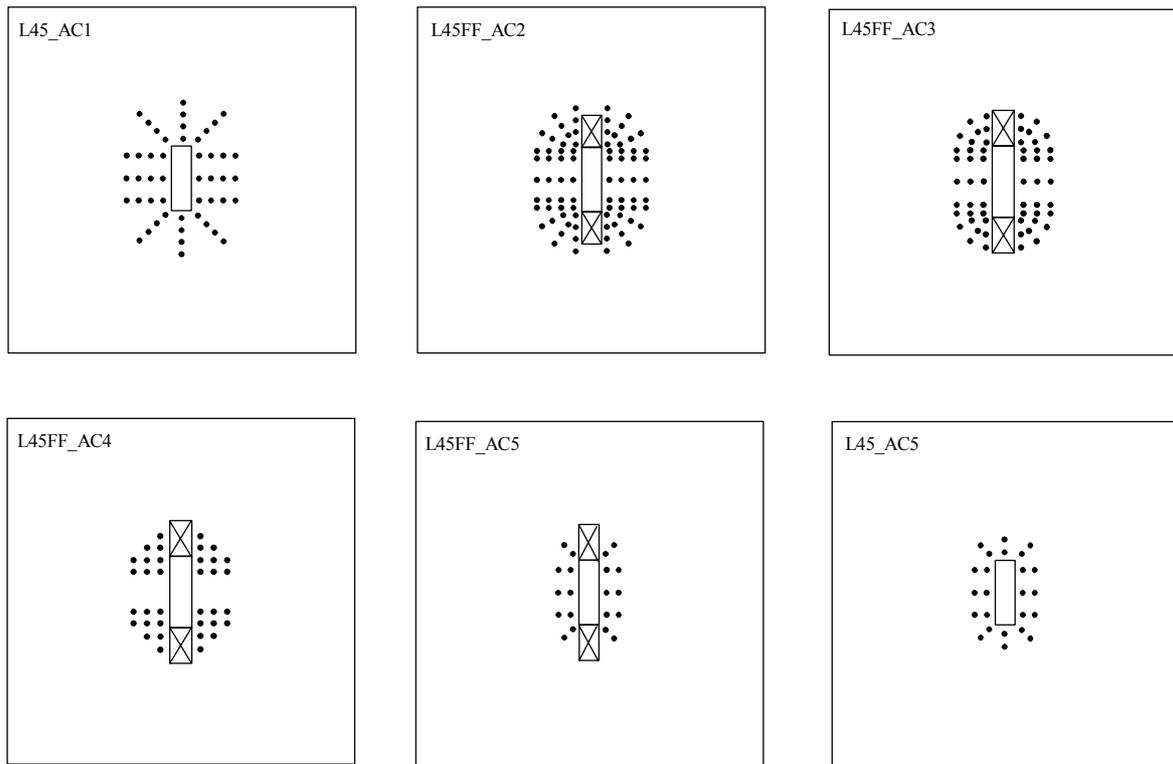


FIGURA 2 – Lajes com armadura de cisalhamento

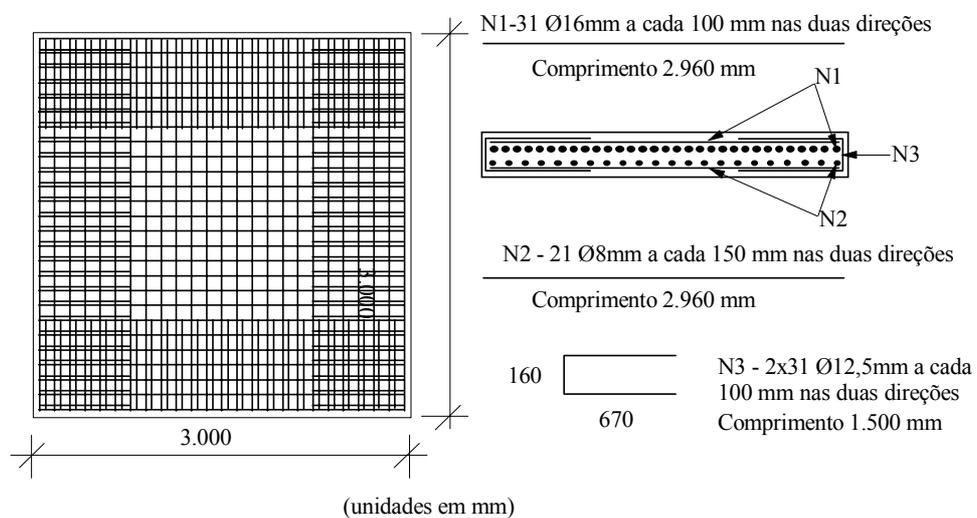


FIGURA 3 – Detalhamento da armadura de flexão das lajes com pilares retangulares

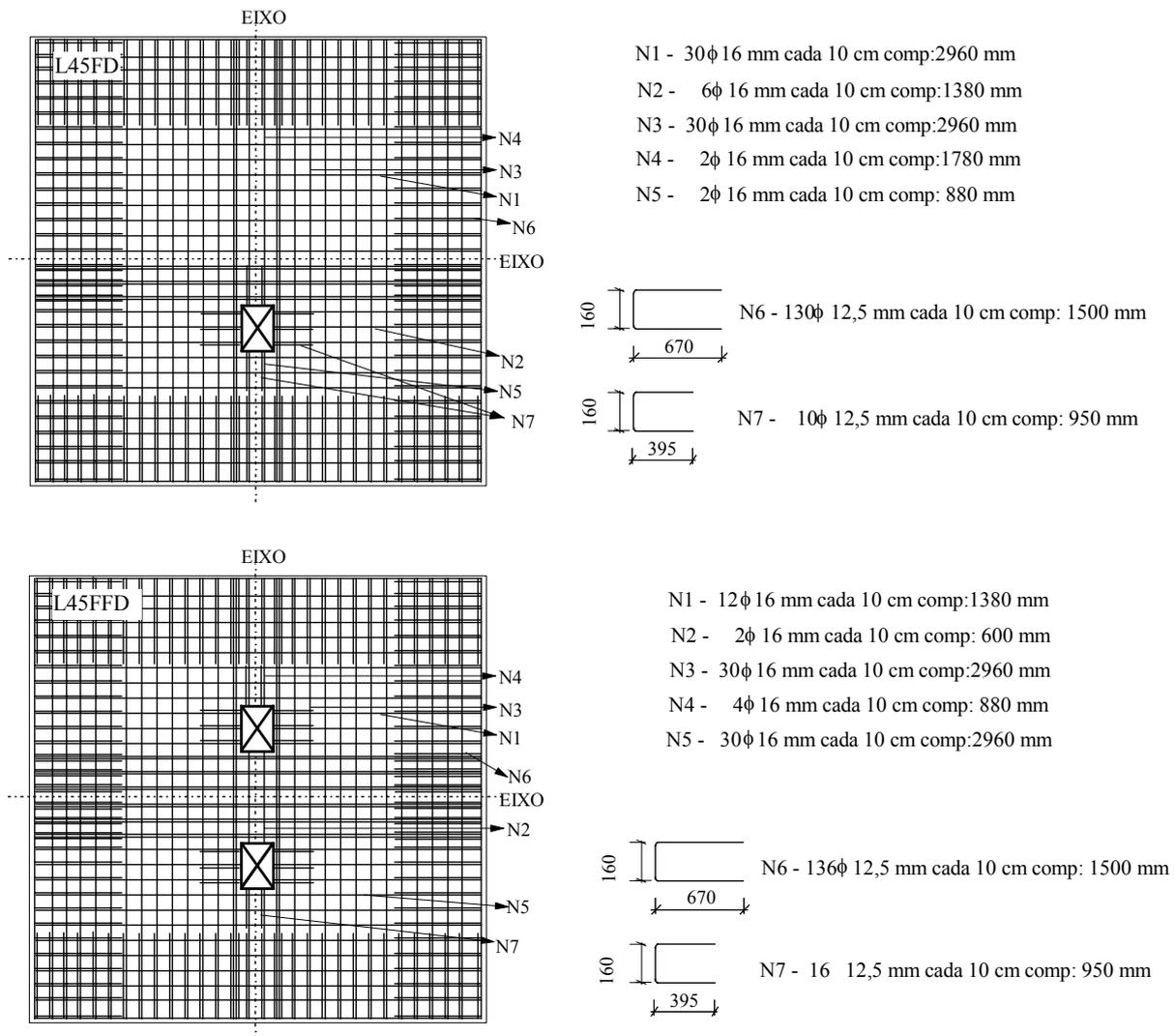


FIGURA 3 - Detalhamento da armadura de flexão das lajes (continuação)

### B. Esquema de Ensaio

O esquema de ensaio das lajes consistiu na fixação das bordas das lajes por 16 (dezesseis) tirantes de aço com diâmetro de 25 mm, sendo 4 (quatro) tirantes em cada borda, ancorados em uma laje de reação, através de um sistema constituído de vigas metálicas (FIGURA 4).

## III. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Foram realizadas análises das cargas de ruptura das lajes testadas, considerando as variáveis estudadas, e também, uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e aqueles estimados pelos códigos de projeto utilizados, e o comportamento dos deslocamentos centrais.

### A. Cargas de ruptura das lajes com pilar retangular

#### A.1. Cargas de ruptura experimentais

Com a finalidade de analisar a influência do perímetro do pilar na carga última das lajes, estas foram divididas em dois grupos. O grupo 1 compreendeu as lajes que tiveram os pilares com uma das dimensões igual a 200 mm e a outra variável, enquanto que o grupo 2 reuniu as lajes apoiadas em pilares com uma das dimensões iguais a 150 mm e a outra também variável, com relação entre lados do pilar ( $c_2/c_1$ ) variando entre 1,67 e 4. Nos dois grupos de lajes, o aumento do perímetro do pilar ocasionou o aumento da carga de ruptura experimental, mesmo nos casos onde houve redução da altura efetiva, como pode ser visto na TABELA II. A TABELA II apresenta, além das características do pilar, altura

efetiva e carga de ruptura, uma avaliação da influência do aumento do perímetro do pilar (juntamente com a relação entre lados do pilar) na carga de ruptura das lajes com pilar  $150 \times c_2$  e  $200 \times c_2$ .

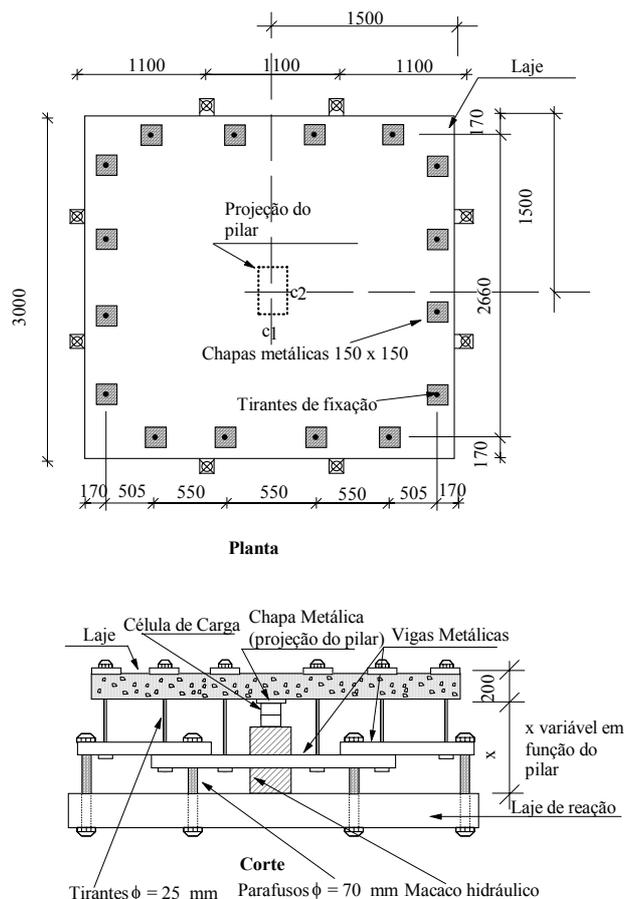


FIGURA 4 – Esquema de ensaio (dimensões em mm)

TABELA II  
INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO PERÍMETRO DO PILAR NA VARIAÇÃO DA CARGA DE RUPTURA EXPERIMENTAL

Laje	Pilar (mm)		$c_2/c_1$	$d$ (mm)	$U_0$ (mm)	$V_u$ (kN)	$\Delta U_0$	$\Delta V_u$
	$c_1$	$c_2$						
L1	200	200	1	159	800	560	1,00	1,000
L42	200	400	2	139	1200	657	1,50	1,173
L42A	200	400	2	164	1200	693	1,50	1,238
L45	200	600	3	154	1600	798	2,00	1,425
L46	200	800	4	164	2000	897	2,50	1,602
L41	150	250	1,67	139	800	551	1,00	1,000
L41A	150	250	1,67	164	800	600	1,00	1,000
L43A	150	450	3	164	1200	726	1,50	1,210
L44	150	600	4	164	1500	761	1,88	1,268

$U_0$  – perímetro do pilar  
 $\Delta U_0$  – variação do perímetro do pilar  
 $\Delta V_u$  – variação da carga de ruptura  
L1 – laje testada por [16]

No grupo 1, fez-se uma comparação entre a laje L1 (pilar 200 mm x 200 mm) testada por [16] e as demais. Um acréscimo de 50% no perímetro do pilar entre as lajes L1 e L42 (pilar 200 mm x 400 mm) acarretou um aumento de 17,3% na carga de ruptura. Entretanto, o mesmo acréscimo de perímetro entre as lajes L1 e L42A (similar à L42), conduziu a um aumento de 23,8% na carga de ruptura. Tal diferença entre os acréscimos de carga se deve às diferentes alturas efetivas das lajes L42 e L42A. A laje L42 apresentou a menor altura efetiva, e possivelmente, este seja o fator que propiciou a queda de resistência, quando se compara esta laje com a similar L42A.

Considerando que as lajes L1 e L45 (pilar 200 mm x 600 mm) apresentaram alturas efetivas bastante próximas (159 mm e 154 mm, respectivamente), observa-se que o aumento de 100% no perímetro do pilar acarretou um aumento de 42,5% na carga de ruptura, embora a altura efetiva da laje L45 tenha sido de menor valor. Quando se compara as lajes L1 e L46 (pilar 200 mm x 800 mm), percebe-se que o aumento de 150% no perímetro do pilar aumentou em 60% a carga de ruptura. Considerando a possível influência da altura efetiva na carga de ruptura, este aumento na carga última da laje L46 em relação à L1 poderia ter sido menor, pois, aquela apresentou altura efetiva maior.

No grupo 2, as lajes L41 e L41A, apresentaram alturas efetivas diferentes e iguais a 139 mm e 164 mm, respectivamente, e, levando em consideração que as demais características destas lajes foram iguais, esta diferença entre as alturas efetivas pode ter fornecido cargas de ruptura diferenciadas em 9%, como mostra a TABELA II.

Devido às demais lajes do grupo 2 apresentarem alturas efetivas iguais a 164 mm, uma análise semelhante à realizada para o grupo 1 pode ser feita para as lajes deste grupo, com pilares de dimensões  $150 \times c_2$  (mm), comparando a laje L41A (pilar 150 mm x 250 mm) com as demais. Uma comparação entre as lajes L41A e L43A (pilar 150 mm x 450 mm) mostra que um aumento de 50% no perímetro do pilar provocou um acréscimo de 21% na carga de ruptura, e aumentando em 88% o perímetro do pilar, comparando as lajes L41A e L44 (pilar 150 mm x 600 mm), se obteve um acréscimo de 26,8% na carga de ruptura.

#### A.2. Cargas de ruptura estimadas por algumas normas de projeto

Para as lajes com pilar quadrado, L1 e L1A, testadas por [16], todos os métodos de cálculo estimaram valores próximos dos reais, com exceção do [11], que estimou valores até 17% menores que os reais. Para a laje L12A, com pilar quadrado, testada por [8], a carga de ruptura experimental superou em 10%, no mínimo, a carga de ruptura prevista pelos códigos. No caso das lajes com pilares retangulares estudadas neste trabalho, os métodos que melhor estimaram a carga de ruptura para as lajes foram [3] e [13], nesta ordem.

A TABELA III e a FIGURA 5 apresentam uma comparação entre a carga de ruptura experimental e as cargas teóricas estimadas por diversos códigos, para as lajes cogumelo L1, L1A e L12A testadas por [8, 16] e deste trabalho.

TABELA III

COMPARAÇÃO ENTRE CARGAS DE RUPTURA REAIS E ESTIMADAS PARA ALGUMAS LAJES TESTADAS POR [8, 16] E DESTE TRABALHO

Laje	Pilar (mm)		$c_2/c_1$	$V_u/V_{CEB}$	$V_u/V_{EC2}$	$V_u/V_{ACI}$	$V_u/V_{NBI}$	$V_u/V_{BS8110}$
	$c_1$	$c_2$						
L1	200	200	1	1,00	1,01	1,16	0,94	1,04
L1A	200	200	1	1,04	1,05	1,20	0,98	1,09
L12A	200	200	1	1,17	1,21	1,36	1,10	1,17
L42	200	400	2	1,15	1,12	1,23	1,08	1,21
L42A	200	400	2	1,09	1,10	1,14	1,02	1,08
L45	200	600	3	1,13	1,24	1,30	1,06	1,17
L46	200	800	4	1,10	1,35	1,31	1,03	1,12
L41	150	250	1,67	1,10	1,09	1,31	1,04	1,18
L41A	150	250	1,67	1,05	1,07	1,21	0,99	1,07
L43A	150	450	3	1,11	1,24	1,38	1,05	1,13
L44	150	600	4	1,06	1,27	1,36	0,99	1,08

O método do [11], apesar de considerar no cálculo da resistência à punção o efeito da relação entre lados dos pilares, foi o método que apresentou os resultados mais distantes dos reais, a favor da segurança, subestimando assim as cargas de ruptura de lajes com pilar retangular. Possivelmente, a consideração da relação entre os lados do pilar da forma como é feita, utilizando a parcela  $(1 + 2/(c_2/c_1))$ , sendo  $c_2$  e  $c_1$ , respectivamente, maior e menor dimensão do pilar, esteja

subestimando a carga de ruptura, mesmo que todo o perímetro do pilar é considerado no cálculo do perímetro efetivo crítico.

O método do [14], para o caso de pilares retangulares se apresentou também conservativo, pois subestimou a carga de ruptura devido à redução bastante significativa do perímetro do pilar. Pode-se observar que para os pilares com dimensões 200 mm x 200 mm e 150 mm x 250 mm, cujas relações entre lados se apresentaram inferiores a 2,0, o método apresentou-se razoável, enquanto que, para relações superiores a 2,0, o método forneceu cargas muito conservativas, pois subestimou a contribuição do pilar no cálculo do perímetro efetivo. Pode-se notar na Figura 58, especificamente para o código do [14], que a diferença entre a carga real e a calculada aumentou com o acréscimo do perímetro do pilar.

Com relação ao código britânico [12], este estimou mais adequadamente as cargas de ruptura das lajes com pilares com relações entre lados do pilar superiores a 2 em comparação com as lajes com relações menores.

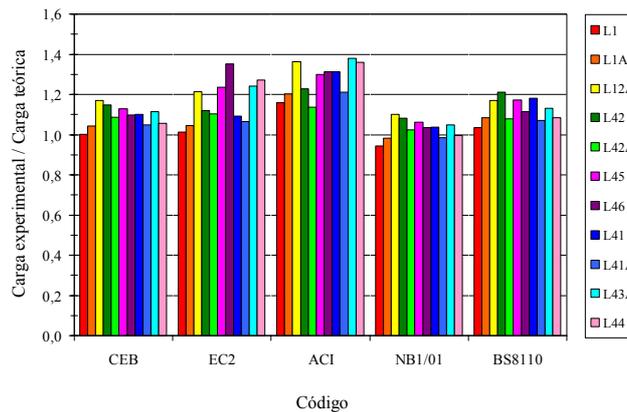


FIGURA 5 – Comparação entre cargas de ruptura reais e [8, 16] e deste trabalho

## B. Cargas de ruptura das lajes com furos

### B.1. Cargas de ruptura experimentais

Ao comparar a laje L45, sem furo, com as lajes similares com um furo (L45FS, L45FD, L45FD\_SG), observa-se que a presença deste conduziu a uma redução média de 9,5% da carga de ruptura destas lajes em relação à laje L45 (vide TABELA IV). A presença de dois furos simétricos posicionados com suas menores dimensões adjacentes aos menores lados do pilar reduziu, em média, 16,5% a carga de ruptura, quando se compara a laje L45 com as lajes L45FFS, L45FFD e L45FFD\_SG. A laje L45FFD teve carga de ruptura praticamente igual à da laje monolítica L45, apesar de possuir dois furos adjacentes ao pilar. Entretanto, cabe ressaltar que a laje L45FFD apresentou altura efetiva superior à da laje L45, enquanto que a laje L45FFD\_SG apresentou a menor altura efetiva.

O aumento da taxa de armadura de flexão da laje L45FD e L45FD\_SG ( $\rho = 1,38\%$ ) com relação à laje L45FS ( $\rho = 1,14\%$ ) não provocou qualquer alteração na carga de ruptura experimental, como pode ser visto na TABELA IV. Com relação às lajes com dois furos, houve um acréscimo na carga de ruptura, quando se comparam as lajes L45FFS e L45FFD. Entretanto, tal aumento deve-se, provavelmente, ao aumento da altura efetiva que ocorreu na laje L45FFD. Tal fato pode também ser observado quando se comparam as lajes citadas com a laje L45FFD\_SG que apresentou uma altura efetiva inferior. A redução da altura efetiva provocou uma redução na carga de ruptura. Com base na TABELA IV, observa-se que a presença de ganchos de ancoragem nas barras interceptadas pelos furos não provocou acréscimo da carga de ruptura, uma vez que, os trechos verticais destes ganchos poderiam funcionar como armadura de cisalhamento. Tal fato pode ser observado quando com as lajes L45FD\_SG e L45FD, e as lajes L45FFD\_SG e L45FFD, apesar das alturas diferentes destas últimas.

### B.2. Cargas de ruptura estimadas por algumas normas de projeto

A influência de furos adjacentes a pilares em lajes cogumelo de concreto armado é um fator referenciado por alguns códigos e normas de projeto, para o cálculo da resistência à punção.

As referências [3] e [13] não apresentam considerações especiais sobre o assunto, apenas prescrevem que a resistência à punção de laje cogumelo de concreto armado deve ser verificada na seção localizada a uma distância igual a  $2d$ , a partir da face do pilar, independentemente da presença de furos. No caso das lajes aqui estudadas, os perímetros de controle considerados por estes códigos não interceptaram o furo de dimensões 200 mm x 300 mm, de forma que o furo não influenciou no cálculo do perímetro de controle.

TABELA IV

## INFLUÊNCIA DA PRESENÇA DE FUROS NA CARGA DE RUPTURA EXPERIMENTAL

Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	Nº de furos	Gancho de ancoragem	$\rho$ (%)	$V_u$ (kN)	$V_u / V_{u(L45)}$
L45	154	42,0	4,3	0	Não	1,29	798	1,00
L45FS	154	40,5	3,6	1	Sim	1,14	742	0,93
L45FFS	154	41,6	4,2	2	Sim	1,00	700	0,88
L45FD	154	39,0	4,2	1	Sim	1,38	700	0,88
L45FFD	164	40,6	4,2	2	Sim	1,24	800	1,00
L45FD_SG	154	41,4	4,3	1	Não	1,38	726	0,91
L45FFD_SG	144	37,0	4,0	2	Não	1,55	635	0,79

Observando na TABELA V os resultados fornecidos pelos códigos [3] e [13] para as lajes estudadas, percebe-se que os resultados experimentais superaram entre 1% e 13% a carga teórica prevista. Para o caso da laje L45FD, a carga experimental foi inferior em 1% e 6% , respectivamente, às cargas teóricas previstas pelo [13] e [3]. Para o caso da laje L45FFD\_SG, a carga experimental foi inferior em 4% e 6%, respectivamente, às cargas de ruptura prevista pelos códigos citados.

TABELA V

## COMPARAÇÃO ENTRE CARGAS DE RUPTURA EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS PELOS CÓDIGOS PARA AS LAJES COM FUROS

Laje	Nº de furos	$V_u / V_{CEB}$	$V_u / V_{EC2}$	$V_u / V_{ACI}$	$V_u / V_{NBI}$	$V_u / V_{BS/85}$	$V_u / V_{BS/87}$
L45	0	1,13	1,24	1,30	1,06	1,17	1,12
L45FS	1	1,11	1,46	1,39	1,05	1,27	1,21
L45FD	1	0,99	1,29	1,33	0,94	1,13	1,07
L45FD_SG	1	1,01	1,29	1,34	0,95	1,17	1,11
L45FFS	2	1,08	1,59	1,48	1,02	1,41	1,27
L45FFD	2	1,07	1,51	1,60	1,01	1,38	1,24
L45FFD_SG	2	0,96	1,46	1,56	0,94	1,21	1,13

A referência [14] considera que a presença de furos influencia no cálculo do perímetro de controle, e, conseqüentemente, na resistência à punção, quando este estiver localizado dentro de uma distância igual a  $6d$  a partir do centro do pilar. Esta influência ocorre com a redução do perímetro de controle, ou seja, subtração do trecho do perímetro compreendido entre as linhas radiais que partem do centro do pilar e tangenciam os vértices do furo. Considerando a redução do perímetro de controle para casos onde a taxa de retangularidade é superior a 2, observa-se que o código [14] fornece resultados conservativos para as lajes com e sem furos, especialmente para aquelas com maior número de furos. Para as lajes com um furo, L45FS, L45FD e L45FD\_SG, as cargas experimentais superaram em 46%, 29% e 29%, respectivamente, as cargas teóricas previstas pelo [14]. Para as lajes com dois furos, L45FFS, L45FFD e L45FFD\_SG, as cargas experimentais foram superiores às previstas pelo código, em 59%, 51% e 46%, respectivamente.

Da mesma forma que [14], o código [11] apresenta recomendações especiais para o cálculo do perímetro de controle de lajes cogumelo com furos adjacentes ou próximos, em até  $10h$ , ao centro do pilar. Embora o código não recomende a redução do perímetro de controle para o caso de lajes apoiadas em pilares com taxa de retangularidade superior a 2, assim como [14] recomenda, [11] apresentou resultados conservativos para as cargas de ruptura, especialmente para lajes com maior número de furos. Para as lajes com um furo, as cargas de ruptura superaram no mínimo em 33% a carga prevista pelo código, enquanto que para as lajes com dois furos, as cargas de ruptura experimental superaram no mínimo em 42% a carga de ruptura estimada. A referência [11] considera o perímetro de controle localizado a  $0,5d$  da face do pilar, de forma que, isto resulta em uma carga resistente menor, além da adoção de um fator de redução da tensão de cisalhamento.

As referências [12] e [19] não apresentam considerações especiais para casos de lajes cogumelo com pilares retangulares com taxa de retangularidade superior a 2, de forma que não há redução do perímetro de controle, como ocorre no código [14]. Ambos códigos se diferem nas prescrições para o cálculo de lajes com furos apenas com

relação ao perímetro de controle considerado. A referência [12] recomenda que o perímetro localizado a  $1,5d$  da face do pilar seja reduzido por um trecho delimitado por linhas radiais que partem do centro do pilar e tangenciam o furo. Já a referência [19] sugere que o perímetro de controle seja descontado apenas os trechos compreendidos entre as linhas paralelas que partem do vértice do furo. A complementação do código ocorreu através de sugestões propostas por [20]. Comparando os resultados fornecidos por este dois códigos, observa-se que [19] apresenta resultados menos conservativas em relação a [12]. Para as lajes com um furo, as cargas de ruptura experimentais foram superiores em até 27% às cargas previstas por [12], enquanto que para o código mais recente, as cargas de ruptura experimentais superaram em até 21% a carga prevista pelo código. Para as lajes com dois furos, também ocorreu uma redução na diferença entre as cargas experimentais e as teóricas, quando da utilização do código [19] em relação ao código [12].

A FIGURA 6 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais e os obtidos segundo os códigos utilizados [11, 12, 13, 14, 19], para as lajes com furos (L45FS, L45FD, L45FD\_SG, L45FFS, L45FFD, L45FFD\_SG).

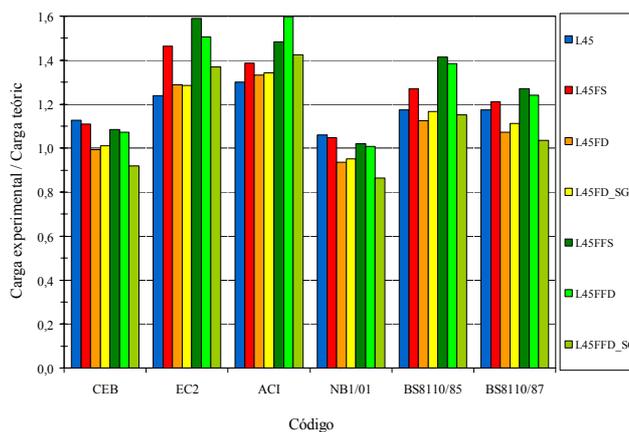


FIGURA 6 – Comparação entre cargas de ruptura experimentais e estimadas pelos códigos para as lajes com furos

### C. Cargas de ruptura das lajes com armadura de cisalhamento

#### C.1. Cargas de ruptura experimentais

A contribuição da armadura de cisalhamento na resistência à punção de lajes cogumelo foi avaliada através da verificação do acréscimo da resistência última quando se utilizou tal armadura em lajes monolíticas (sem furos). Adicionalmente, avaliou-se a possibilidade de se alcançar resistências aproximadas e até mais elevadas quando da utilização de armadura de cisalhamento em lajes com furos, em relação a lajes monolíticas.

A utilização de armadura de cisalhamento na laje L45\_AC1, sem furos, provocou um aumento de 50% na carga de ruptura da laje, quando se compara esta com a laje similar L45, sem furos e sem armadura de cisalhamento. A armadura de cisalhamento da laje L45\_AC1 foi distribuída radialmente e compreendeu quatro camadas de “studs” de diâmetro igual a 10,0 mm, sendo as distâncias entre a face do pilar e o primeiro elemento e entre elementos, iguais a 75 mm, como mostra a Tabela VI. A laje L45\_AC5, sem furos e com armadura de cisalhamento distribuída radialmente em duas camadas de studs de diâmetro 8,0 mm rompeu com carga 31% superior à carga de ruptura da laje L45.

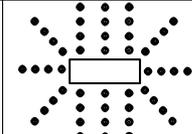
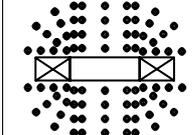
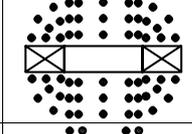
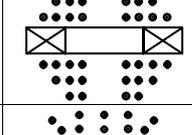
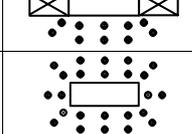
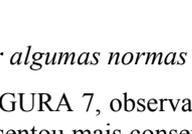
A presença de dois furos de dimensões 200 mm x 300 mm adjacentes ao pilar, com as menores dimensões coincidentes, provocou uma redução de 20% na carga de ruptura, quando se comparam as lajes L45 e L45FFD\_SG. Entretanto, com a utilização de armadura de cisalhamento constituída de quatro camadas de “studs” de diâmetro igual a 10 mm, da forma como foi disposta na laje L45FF\_AC2, foi possível aumentar a carga de ruptura em 86%, em relação à laje similar sem armadura (L45FFD\_SG), e até mesmo, aumentar a carga de ruptura em 48% em relação à laje sem furo e sem armadura (L45).

A laje L45FF\_AC3 foi semelhante à laje L45FF\_AC2, porém, a armadura de cisalhamento foi composta de três camadas de “studs” de diâmetro igual a 8 mm. Observou-se que o acréscimo de resistência em relação a uma laje similar, porém sem armadura de cisalhamento (L45FFD\_SG), foi de 58%. O detalhamento da armadura de cisalhamento utilizado na laje L45FF\_AC3 permitiu que a carga de ruptura desta laje superasse a resistência de uma laje similar sem furos e sem armadura de cisalhamento, em 25%.

O detalhamento da armadura de cisalhamento utilizado na laje L45FF\_AC4 apresentou-se diferenciado dos demais, sendo que a distribuição desta armadura pode ser considerada em fileira. A armadura foi distribuída em três camadas de “studs”, sendo que as três primeiras camadas apresentaram, respectivamente, 16, 12 e 8 elementos, como mostra a TABELA VI. Observou-se que esta laje apresentou carga de ruptura superior à da laje similar sem armadura de cisalhamento em 32%, além de apresentar uma resistência 5% superior à laje similar sem furos e sem armadura de cisalhamento (L45).

A armadura de cisalhamento da laje L45FF\_AC5 foi composta de duas camadas de “studs” de diâmetro igual a 8 mm e distribuiu-se radialmente como pode ser visto na TABELA VI. O acréscimo na carga de ruptura desta laje em relação à laje sem armadura de cisalhamento foi de 24%, enquanto que, em relação à laje similar sem furo e sem armadura de cisalhamento, a carga de ruptura foi aproximadamente igual.

TABELA VI  
INFLUÊNCIA DA ARMADURA DE CISALHAMENTO NA CARGA DE RUPTURA EXPERIMENTAL

Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	Nº furos	Armadura de cisalhamento	$\phi$ (mm)	$A_{sc}/cam$ (mm <sup>2</sup> )	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{u(L45FFD\_SG)}$	$V_u/V_{u(L45)}$
L45	154	42,0	0	-	-	-	-	-	798	1,26	1,00
L45FFD_SG	144	37,0	2	-	-	-	-	-	635	1,00	0,80
L45_AC1	154	39,0	0		10,0	943	75	75	1200	1,89	1,50
L45FF_AC2	154	43,8	2		10,0	1728	77	116	1180	1,86	1,48
L45FF_AC3	154	39,4	2		8,0	1106	77	116	1000	1,58	1,25
L45FF_AC4	154	43,2	2		8,0	603	77	116	835	1,32	1,05
L45FF_AC5	154	40,7	2		8,0	503	77	116	787	1,24	0,99
L45_AC5	154	41,1	0		8,0	603	77	116	1042	1,64	1,31

### C.2. Cargas de ruptura estimadas por algumas normas de projeto

Baseando-se na TABELA VII e FIGURA 7, observa-se que para as lajes com armadura de cisalhamento, com e sem furos, o código [11] foi o que se apresentou mais conservador quanto às cargas de ruptura, além de estimar mecanismos de ruptura diferentes dos reais. Cabe ressaltar que as cargas teóricas previstas por [11] para ruptura externa, assim como previsto, ficaram bem próximas das cargas experimentais.

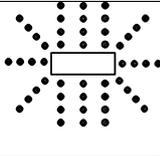
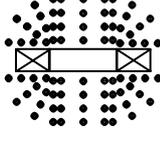
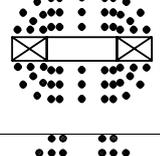
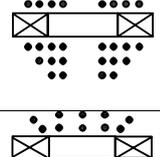
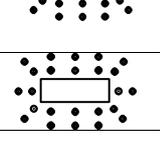
A referência [3] foi o código que se apresentou com mais evidência contra a segurança para lajes com furos, com cargas experimentais inferiores em até 10% à carga teórica prevista, e com mecanismos de ruptura estimados corretamente. Para lajes sem furos, o código apresentou resultados próximos dos reais. As referências [12] e [13] apresentaram resultados teóricos mais próximos dos reais para as lajes com e sem furos.

A referência [14] subestimou as cargas de ruptura para as lajes com armadura de cisalhamento, com e sem furos, com exceção das lajes L45FF\_AC5 e L45\_AC5, ressaltando que as cargas previstas para ruptura externa à região com armadura apresentaram-se próximas das cargas reais.

### D. Fotografias da configuração de ruína das lajes ensaiadas

A FIGURA 8 apresenta fotografias dos estados limites últimos das lajes cogumelo ensaiadas nesta pesquisa.

TABELA VII  
COMPARAÇÃO ENTRE CARGAS DE RUPTURA EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS PELOS CÓDIGOS PARA  
AS LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Laje	Armadura de cisalhamento	$V_u$ kN	$V_{ACI}$ kN	$V_{BS/85}$ kN	$V_{CEB}$ kN	$V_{EC2}$ kN	$V_{NB1/01}$ kN	$V_u / V_{ACI}$	$V_u / V_{BS/85}$	$V_u / V_{CEB}$	$V_u / V_{EC}$	$V_u / V_{NB1/01}$
L45	-	798	614	680	708	645	752	1,30	1,17	1,13	1,24	1,06
L45FFD_SG	-	635	406	523	660	436	675	1,56	1,21	0,96	1,46	0,94
L45_AC1		1200	769	1176	1066	999	1110	1,56	1,02	1,12	1,20	1,08
L45FF_AC2		1180	815	1112	1215	795	1291	1,44	1,06	0,97	1,48	0,91
L45FF_AC3		1000	774	956	1028	741	1093	1,29	1,05	0,97	1,35	0,92
L45FF_AC4		835	625	891	814	582	865	1,34	0,94	1,03	1,44	0,96
L45FF_AC5		787	561	810	742	725	880	1,40	0,97	1,06	1,09	0,90
L45_AC5		1042	696	1004	892	949	937	1,50	1,04	1,15	1,09	1,11

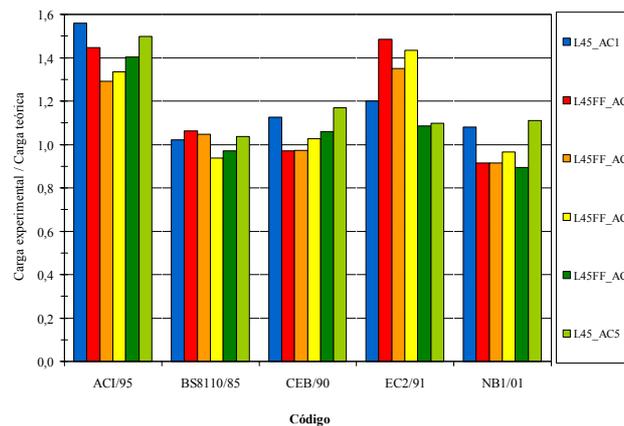


FIGURA 7 – Comparação entre cargas de ruptura experimentais e estimadas pelos códigos para as lajes com armadura de cisalhamento



FIGURA 8 – Fotografias das configurações de ruínas de algumas lajes ensaiadas

## IV. CONCLUSÕES

### A. Modos e superfícies de ruptura

Em geral, os modos de ruptura em lajes cogumelo sem armadura de cisalhamento ocorrem por cisalhamento, independente da geometria do pilar. As tensões de cisalhamento resultantes da força cortante proveniente do pilar são mais significativas que as tensões de flexão resultantes do momento fletor atuante.

As superfícies de ruptura em lajes apoiadas em pilares retangulares são praticamente semelhantes às de lajes apoiadas em pilares quadrados, quando não existe armadura de cisalhamento. A fissura crítica se inicia no pé do pilar e percorre a laje, com inclinação entre 20 e 30° com a horizontal, até o nível da armadura de flexão do bordo tracionado, e, em seguida, se estende até aparecer na superfície superior da laje.

Todas as lajes com furos e sem armadura de cisalhamento romperam por punção, independente da taxa de armadura de flexão, da presença de ganchos de ancoragem na armadura de flexão interceptada pelo furo e da quantidade de furos.

As superfícies de ruptura nas direções perpendiculares desenvolveram-se de forma semelhante, porém diferenciaram de uma laje para outra. Nas lajes com um furo, as superfícies de ruptura desenvolveram com uma inclinação de aproximadamente 27° com a horizontal, enquanto que as lajes com dois furos apresentaram inclinações diferentes.

A utilização de armadura de cisalhamento, constituída de studs, posicionada de forma a envolver a armadura de flexão das lajes, permitiu que estas trabalhassem com eficiência, conduzindo à formação de uma superfície de ruptura externa à região com armadura. Todas as lajes com armadura de cisalhamento romperam por punção e com as superfícies de ruptura externas à região com armadura de cisalhamento, com inclinação (26°) semelhante à de uma laje sem armadura de cisalhamento.

### B. Cargas de ruptura

O aumento do perímetro do pilar conduz ao acréscimo da carga de ruptura da laje. Isto ocorre, pois há um aumento da área resistente de concreto, considerando a existência de uma distribuição uniforme de tensões de cisalhamento nas faces do pilar. Entretanto, com o aumento da taxa de retangularidade do pilar, concomitante ou não com o acréscimo do perímetro, a carga de ruptura não aumenta na mesma proporção que o perímetro do pilar.

Um trecho do perímetro do pilar não contribui para a resistência à ruptura, e este trecho corresponde à região central da face maior do pilar. Em lajes apoiadas em pilares retangulares, as tensões de cisalhamento atuantes na face maior do pilar, com taxas de retangularidade superior a 2, não são distribuídas uniformemente.

Com relação à taxa de armadura de flexão e à presença de ganchos de ancoragem, estas não influenciaram no aumento das cargas de ruptura.

A presença de furos conduziu à redução da resistência à punção das lajes, especialmente quando se aumentou a quantidade de furos.

A utilização de armadura de cisalhamento em lajes sem furos possibilitou aumento de até 50%, em relação à laje similar sem armadura, enquanto que, em lajes com furos, obteve-se aumento de até 48%.

A utilização de armadura de cisalhamento em lajes com furos, conduziu a um acréscimo de até 86% em relação à laje similar com furos. Constatou-se que a resistência de lajes com furos pode atingir e até superar, a resistência de lajes similares sem furos, com a utilização de armadura de cisalhamento.

### C. Códigos de projeto

Os códigos de projeto, que levam em consideração a geometria do pilar no cálculo da resistência à punção de lajes cogumelo de concreto armado, necessitam de alguns ajustes para poderem estimar, com mais exatidão, as cargas de ruptura de lajes apoiadas em pilares retangulares com taxa de retangularidade superior a 2.

O código do EUROCODE 2 (1991) subestima a contribuição do perímetro do pilar na carga de ruptura das lajes com pilares retangulares, enquanto que o fator  $\left(1 + \frac{2}{c_2 / c_1}\right)$ , apresentado pelo ACI (1999) fornece valores menores para casos de pilares com taxa de retangularidade maior, mantendo constante o perímetro do mesmo. Isto representa um comportamento contrário ao que foi observado nos resultados das lajes L42A e L43A, e também para lajes com taxa de retangularidade menor que 2 (lajes L1 e L41A).

Apesar do código do CEB (1990) e NBI (2001) não apresentarem considerações especiais para o cálculo de lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares, estes fornecem resultados mais próximos dos reais, em relação aos códigos do EUROCODE 2 (1991) e ACI (1999).

Embora os códigos ACI e EC2 apresentem considerações especiais no tratamento de lajes com furos e com pilares retangulares, e o código BS8110, para caso de apenas lajes com furos, estes foram os códigos que apresentaram valores mais conservativos para as cargas de ruptura, em relação aos demais códigos. Tal fato se deve, provavelmente, à redução significativa do perímetro de controle devido às limitações impostas pelo código para casos de pilares com  $\beta > 2$  e com furos próximos ao pilar.

Assim como para lajes com pilares retangulares e com furos, o código do CEB apresentou as melhores estimativas para as lajes com armadura de cisalhamento, com e sem furos. O ACI subestimou as cargas de ruptura, além de ter previsto mecanismos de ruptura diferentes dos reais.

## V. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. Park, and W.L. Gamble, *Reinforced Concrete Slabs*. John Wiley & Sons Inc., New York 1980, p. 618.
- [2] P. E. Regan, and M. W. Braestrup, “*Punching Shear In Reinforced Concrete: A State of Art Report*”. Bulletin d’information 168, Comité Euro International du Béton, January 1985, p. 232.
- [3] Associação Brasileira de Normas Técnicas. – *Texto Base de Revisão da NBR-6118*. Rio de Janeiro, 2003.
- [4] N. M. Hawkins, H. B. Fallsen, and R. C. Hinojosa, “*Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures*”. ACI Publication SP-30: Cracking, Deflection, and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1971, 126-146 pp.
- [5] S. Teng, K. L. Kuang, and S. K. Cheong, “*Concrete Flat Plate Design – Findings of Joint BCA-NTU*”, R&D Project, 1999, p. 15.
- [6] J. Moe, “*Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*”. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Apr.1961, p. 130.
- [7] R. D. Mowrer, M. D. Vanderbilt, “*Shear Strength Of Lightweight Aggregate Reinforced Concrete Flat Plates*”. ACI Journal, November 1967, 722-729 pp.
- [8] M. A. S., Andrade, R. B. Gomes, M. A. Traboulsi M.A., R. S. Goz, R. M. Bittencourt, J. T. F. Fontoura and W. P. Andrade, “*Resistência à Punção de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Furos e Armadura de Cisalhamento*”. In: Relatório DCT.T.1.141.93-R0, Goiânia: Furnas Centrais Elétricas S.A. Dezembro, 1993, p. 203.
- [9] P. E. Regan, “*Punching Tests of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement with Openings Adjacent to Columns*”. School of the Built Environment, University of Westminster, London, July 1999, p. 41.
- [10] E. F. El-Salakawy, M. A. Polak, and M. H. Soliman, “*Reinforced Concrete Slab-Column Edge Connections with Openings*”. ACI Structural Journal, V.96, N.1, January-February 1999, 79-87 pp.
- [11] ACI Committee 318. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 99) and Commentary (ACI 318R-99)*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 1999, p. 391.
- [12] BS8110, *Structural Use of Concrete : Part 1, Code of Practice for Design and Construction* (BS 8110 :Part 1 :1985), British Standards Institution, London, 1985.
- [13] CEB-FIP, *CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft*”. Bulletin D'Information, Committee Euro-International du Béton, Lausanne, July 1991.
- [14] Eurocode 2, *Design Of Concrete Structures – Part1: General Rules and Rules For Buildings*. European Prestandard Env 1992-1-1:1991. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 1991, p. 253.
- [15] Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6118 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado – Procedimento*. Rio de Janeiro, 1978.
- [16] R. B. Gomes, “*Punching Resistance Of Reinforced Concrete Flat Slabs With Shear Reinforcement*”. Ph.D. Thesis, The Polytechnic of Central London, London, Oct. 1991, p. 185.
- [17] M. A. S. Andrade, “*Punção em Lajes Cogumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação à Armadura de Flexão*”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1999, p. 176.
- [18] L.L.J. Borges, “*Comportamento ao puncionamento de lajes cogumelo de concreto armado com pilares retangulares e furos de grandes dimensões*”. Tese de doutorado. Universidade de Brasília, Brasília, 2004, p. 397.
- [19] BS8110, *Structural Use of Concrete : Part 1, Code of Practice for Design and Construction*. (BS 8110 :Part 1 :1997), British Standards Institution, London, 1997.
- [20] P. E. Regan, “*Design For Punching Shear*”. The Structural Engineer, Vol.52, N°6, June 1974, 197-207 pp.